

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ И ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

М.Г. ИВАНОВ,
канд. физ.-мат. наук, доцент
E-mail: ivanov.mg@mipt.ru
Московский физико-технический институт
(государственный университет)
г. Долгопрудный, Российская Федерация

ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ЕДИНИЦ ДЛЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

В настоящее время сложилась практика преимущественного использования системы СИ для электрических цепей и гауссовой системы СГС для электромагнитного поля. Предлагается модификация гауссовой системы единиц (физико-техническая система), в которой единицы измерения для электрических цепей совпадают с единицами СИ, а уравнения для электромагнитного поля имеют почти тот же вид, что и в гауссовой системе. В свете принятой в 2011 г. XXIV Генеральной конференцией по мерам и весам Резолюции «О возможных будущих пересмотрах Международной системы единиц, СИ» постепенное внедрение физико-технической системы как новой модификации СИ могло бы оказаться возможным.

Ключевые слова: СИ, Международная система единиц, электродинамика, физико-техническая система единиц, специальная теория относительности.

M.G. IVANOV,
Cand. of Phys.-Math. Sciences, Associate Professor
E-mail: ivanov.mg@mipt.ru
Moscow institute of physics and technology
Dolgoprudny, Russian Federation

PHYSICS AND TECHNOLOGY SYSTEM OF UNITS FOR ELECTRODYNAMICS

The contemporary practice is to favor the use of the SI units for electric circuits and the Gaussian CGS system for electromagnetic field. A modification of the Gaussian system of units (the physics and technology system) in which the units of measurement for electrical circuits coincide with SI units, and the equations for the electromagnetic field are almost the same form as in the Gaussian system is suggested. The XXIV CGMP (2011) Resolution «On the possible future revision of the International System of Units, the SI» provides a chance to initiate gradual introduction of the physics and technology system as a new modification of the SI.

Key words: SI, International System of Units, electrodynamics, physics and technology system of units, special relativity.

1. Введение. Спор длиной в полтора века

Вопрос о выборе единиц измерения в электродинамике восходит к временам Фарадея (1822–1831 гг.) и Максвелла (1861–1873 гг.). Законченную, форму классическая электродинамика приобрела только после геометризации специальной теории относительности Г. Минковским (1907–1909 гг.). Совершенствование и внедрение современной (4-мерной релятивистски ковариантной) формулировки электродинамики в практику высшего образования растянулось еще не менее чем на полвека. Обзор *некоторых* систем единиц, применявшихся и применяемых в электродинамике можно найти, например, в книгах [1, 2].

Законодательство и стандарты многих стран рекомендуют использование в науке и образовании международной системы единиц (СИ), которая, применительно к электродинамике, восходит к системе «абсолютных практических единиц измерения», принятой 1-м Международным конгрессом электриков (Париж, 1881 г.) как кратные и дольные единицы СГСМ (одной из устаревших разновидностей системы СГС), которые имели масштаб неудобный для практических применений.

Однако, применение системы СИ в электродинамике до сих пор вызывает возражения. Среди физиков традиционно сильны позиции гауссовой (симметричной) системы СГС (далее просто СГС), которая лучше учитывает симметрии электродинамики, и является стандартом для научных публикаций и учебников по теоретической физики.

Можно (несколько утрируя ситуацию) сказать, что сегодня СИ – система для измерений, а СГС – система для записи формул и аналитических выкладок.

В настоящее время при рассмотрении электрических цепей фактическим стандартом является система СИ, а при рассмотрении электромагнитного поля – СГС. Так в классическом учебнике И.Е. Тамма «Основы теории электричества» [3] последовательно используется СГС, но при рассмотрении задач на переменный ток (§80 книги [3]), используется практическая система единиц (предшественник системы СИ). Аналогичные предпочтения наблюдаются не только у классиков науки, но, например, у современных преподавателей и студентов МФТИ.

Проблема выбора системы единиц для электродинамики не становится менее актуальной, скорее наоборот. Само Международное бюро мер и весов в последнем 8-м издании своей брошюры «Международная система единиц» [4] признает (раздел «Units outside the SI», 2-й

абзац. Перевод цитаты и выделение курсивом – М.Г. Иванов):

Отдельные ученые должны также иметь свободу *иногда* использовать единицы, не входящие в систему СИ, для которых они видят *частные* научные преимущества для *своей* работы. Пример этого – использование СГС–Гауссовых единиц в электромагнитной теории, применительно к квантовой электродинамике и относительности.

Читая эти фразы, необходимо помнить, что последовательное современное изложение электродинамики без специальной теории относительности невозможно. Понятно также, что основной смысл данной оговорки относится в первую очередь именно к применению системы СГС.

Предыдущее 7-е издание брошюры «Международная система единиц» [5] этих оговорок не содержит.

Вероятно такое смягчение отношения к СГС связано с планируемым изменением определения килограмма, моля и кельвина в рамках СИ через фиксирование точных численных значений постоянных Планка, Авогадро и Больцмана [6]. Это переопределение предполагает новые точные измерения с использованием методов квантовой электродинамики, в которой СГС очень часто предпочитается СИ.

2. Критика СИ

Применение системы СИ в теоретических исследованиях сильно затруднено по причине того, что используемые в ней единицы электродинамических величин не соответствуют симметриям теории, связанным со специальной теорией относительности. Это несоответствие выражается в разных размерностях напряженностей и индукций электрического и магнитного полей. Это также затрудняет применение СИ для преподавания электродинамики, особенно в тех случаях, когда предполагается, что учащийся должен хорошо понимать структуру теории. По этой причине курс теоретической физики в ведущих вузах России традиционно читается с использованием СГС.

Этой проблеме посвящена статья Д.В. Сивухина «О международной системе физических величин» [7] (см. также [8], где дано последовательное сравнение СИ и СГС), опубликованная в 1979 г. журнале «Успехи физических наук» по решению Бюро Отделения общей физики и астрономии Академии наук СССР, что практически означает единую позицию по данному вопросу сообщества отечественных ученых-физиков. Приведем яркую цитату из данной статьи:

В этом отношении система СИ не более логична, чем, скажем, система, в которой длина, ширина и высота предмета измеряются не только различными единицами, но и имеют разные размерности.

Несоответствие СИ симметриям электродинамики обусловлено историческими причинами, оно связано с тем, что основы системы были заложены до создания специальной теории относительности. Кроме того, такие единицы измерения как вольт, ампер, ом, фарад и др. (восходящие к практической системе единиц) чрезвычайно широко используются в технике, входят в СИ и не входят в СГС. (В начале XX в. в России производились конденсаторы, с маркировкой в системе СГС, единицей емкости в которой является сантиметр [9]). Когда в 1948 г. эти единицы были введены в СИ, роль специальной теории относительности для электродинамики все еще не была в достаточной мере осознана многими физиками-экспериментаторами и инженерами. Об изменении этих единиц измерения можно было мечтать в начале XX в., но сейчас они и основанные на них стандарты повсеместно используются не только в измерительных устройствах, но и во всей технике, включая бытовую. *Это делает практически невозможным любой пересмотр СИ, исключаящий из системы ампер, как основную единицу.*

Можем ли мы совместить пожелания инженеров и теоретиков? В существенной мере можем!

3 Какая система единиц нам нужна?

3.1 Пожелания теоретика

- Для электрического поля напряженность \mathbf{E} и индукция \mathbf{D} должны иметь одинаковую размерность, причем в вакууме $\mathbf{E} = \mathbf{D}$.
- Для магнитного поля индукция \mathbf{B} и напряженность \mathbf{H} должны иметь одинаковую размерность, причем в вакууме $\mathbf{B} = \mathbf{H}$.
- Поля \mathbf{E} и \mathbf{B} должны иметь одинаковую размерность, причем в вакууме для поля плоской бегущей волны $|\mathbf{E}| = |\mathbf{B}|$.
- Магнитное поле движущегося заряда – релятивистский эффект, поэтому в формулу для него должно входить отношение скорости частицы к скорости света v/c . Избавляться от скорости света путем переопределения единиц измерения противостоит.
- Сила Лоренца – релятивистский эффект, поэтому в формулу для нее должно входить отношение скорости частицы к скорости света v/c . Избавляться от скорости света путем

переопределения единиц измерения противостоит.

- Введение константы $1/4\pi$ в закон Кулона (восходит к О. Хевисайду) вполне естественно, поскольку позволяет избавиться от множителя 4π (площадь двумерной единичной сферы) не только в уравнениях Максвелла, но и в формулах энергии и функционала действия для электромагнитного поля. Это соответствует практике, принятой у теоретиков, рассматривающих пространства с размерностью отличной от 3. Для обычной электродинамики такая рационализация не вредит и не помогает.

3.2 Пожелания инженера и экспериментатора

- Единицы измерения для электрических цепей (ампер, вольт, ом, фарад, генри) используются повсеместно в приборах и стандартах и не могут быть изменены.
- Появление скорости света в уравнениях для электрических цепей нежелательно.
- Поля \mathbf{D} и \mathbf{H} непосредственно не могут быть измерены, их единицы измерения не заложены в какие-либо приборы, а потому не слишком важны.

3.3. Как примирить теоретиков с инженерами

Мы предлагаем модифицировать систему СИ, не изменяя основных единиц измерения (килограмм, метр, секунда, ампер, моль, кельвин, кандела), но модифицировав форму записи уравнений электродинамики (максимально приблизив их к уравнениям СГС), изменив входящие в них коэффициенты (за счет этого изменятся по сравнению с СИ некоторые производные единицы измерения).

Сохраним из старой системы СИ (далее СИст) ампер в качестве единицы силы тока и те производные единицы, которые не затрагивают полей \mathbf{D} , \mathbf{B} , \mathbf{H} : заряда кулон = Кл = А · с, напряжения вольт = В = Дж/(А·с), сопротивления Ом = В/А, емкости фарад = Ф = Кл/В, индуктивности генри = Гн = Дж/А².

Закон Кулона и напряженность электрического поля сохраняют ту же форму, что и в системе СИ

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2}, \quad E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} = k_e \frac{q}{r^2}.$$

Здесь $k_e = 1/4\pi\epsilon_0$ – постоянная Кулона, q_1, q_2, q – заряды.

Поля \mathbf{D} , \mathbf{H} и \mathbf{B} определяем в соответствии с приведенными выше «Требованиями теоретика», все они имеют одинаковую размерность В/м.

Все формулы и единицы измерения для электрических цепей (не включающие в себя поля) сохраняют тот же вид, что и в системе СИ.

Все формулы (но не единицы измерения!) для электромагнитных полей похожи на формулы гауссовой системы СГС.

Этот вариант будущей системы СИ мы назовем физико-технической системой единиц (ФТ). В названии системы заложена идея совместить преимущества систем, используемых в физике и технике.

В процессе подготовки данной статьи было обнаружено, что такая система единиц уже предлагалась ранее (начиная с 2001 г.) Г.М. Труновым [2, 10...12] под названием *теоретическая система электромагнитных единиц* (сокращенно СИ(Т)). К сожалению эта инициатива пока не получила широкого распространения. Изменять название системы единиц в соответствии с терминологией Г.М. Трунова представляется нецелесообразным, поскольку для распространения новой системы важнее ее преимущества в сближении физики и техники, чем чисто теоретические преимущества (теоретики вполне довольны системой СГС).

4 Физико-техническая система единиц

4.1. Преобразование от СГС к ФТ

В ФТ-системе основные единицы совпадают с основными единицами старой системы СИст. Поэтому, используя уравнения системы СИст для электрических цепей, для тока I , напряжения U , сопротивления R , мощности dE/dt , энергий E_C и E_L для емкости C и индуктивности L

$$I = \frac{dq}{dt}, \quad UI = \frac{dE}{dt}, \quad R = \frac{U}{I},$$

$$E_C = \frac{q^2}{2C}, \quad E_L = \frac{LI^2}{2},$$

мы выражаем через килограмм, метр, секунду и ампер единицы измерения для электрических цепей, которые совпадают с обычными единицами СИ. (Обратите внимание, мы специально не использовали величин связанных с электромагнитными полями (кроме напряжения U). Все величины определяются через параметры цепи. В соответствии с электромеханической аналогией, заряд q – обобщенная координата; ток I – обобщенная скорость; напряжение U – обобщенная сила; сопротивление R – коэффициент вязкого трения; обратная емкость $1/C$ – жесткость; индуктивность L – массовый коэффициент. Как и в системе СИст скорость света в уравнениях для электрических цепей не возникает).

Уравнения электромагнитного поля в ФТ-системе получим модификацией уравнений СГС.

В гауссовой системе СГС для физиков не важен конкретный выбор сантиметра, грамма и секунды, как основных единиц измерения, важна форма записи уравнений (выбор коэффициентов). Поэтому, прежде чем сближать СГС и СИ для полей, мы введем вспомогательную гауссову систему МКС (метр, килограмм, секунда, далее МКСГ), все уравнения в которой записываются также, как в гауссовой системе СГС.

С точки зрения системы МКСГ константа

$$k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}, \quad \{k_e\} = \{c\}^2 \times 10^{-7},$$

(здесь и далее фигурные скобки обозначают численное значение размерной переменной) в законе Кулона (далее – *постоянная Кулона*) нужна для перевода зарядов из СИ в МКСГ

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{q_{1\text{МКСГ}} q_{2\text{МКСГ}}}{r^2},$$

$$q_{\text{МКСГ}} = \sqrt{k_e} q_{\text{СИ}}.$$

Для электрических зарядов, токов и поля \mathbf{E} различия между системами ФТ и СИст нет.

В МКСГ, как и в СГС поля \mathbf{E} , \mathbf{D} , \mathbf{V} , \mathbf{H} имеют одинаковую размерность. Чтобы сохранить это свойства с ФТ-системе мы возьмем коэффициенты пересчета из МКСГ в ФТ для всех четырех полей одинаковыми. Также возьмем одинаковые коэффициенты пересчета для всех источников (зарядов, токов, электрических и магнитных мультипольных моментов).

То есть, мы возьмем уравнения электродинамики в системе МКСГ (т.е. в гауссовой форме, точно такие же как в системе СГС) и сделаем подстановки

$$(q, \mathbf{j}, \dots)_{\text{МКСГ}} = \sqrt{k_e} \times (q, \mathbf{j}, \dots)_{\text{СИ}},$$

$$(\mathbf{E}, \mathbf{D}, \mathbf{V}, \mathbf{H})_{\text{МКСГ}} = \frac{1}{\sqrt{k_e}} \times (\mathbf{E}, \mathbf{D}, \mathbf{V}, \mathbf{H})_{\text{СИ}}.$$

То есть «переводных» коэффициентов из физико-технической системы в привычную всем теоретикам гауссову систему (точнее в МКСГ) всего два: один для всех полей и другой для всех источников (зарядов, токов и моментов). Причем их произведение равно 1. (Обратите внимание, что указанные подстановки надо делать только в уравнениях для полей. В уравнениях для электрических цепей и определениях мультипольных моментов никаких подстановок делать не надо, они сохраняют тот же вид, что и в гауссовой системе).

4.2 Уравнения в ФТ-системе

В физико-технической системе уравнения электродинамики имеют вид

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \mathbf{D} = 4\pi k_e \rho,$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} k_e \mathbf{j},$$

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi k_e} [\mathbf{E} \times \mathbf{H}], \quad W = \frac{(\mathbf{E}, \mathbf{D}) + (\mathbf{B}, \mathbf{H})}{8\pi k_e},$$

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{E_\alpha D_\beta + B_\alpha H_\beta}{4\pi k_e} - \delta_{\alpha\beta} W,$$

$$\mathbf{F} = q \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \right), \quad L = \frac{\Phi}{cI},$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi k_e \mathbf{P}, \quad \mathbf{H} = \mathbf{B} - 4\pi k_e \mathbf{M}.$$

Здесь ρ и \mathbf{j} – плотности заряда и тока; W – плотность энергии; \mathbf{S} – вектор Умова–Пойнтинга, $\sigma_{\alpha\beta}$ – тензор напряжений Максвелла, индексы $\alpha, \beta = 1, 2, 3$ нумеруют пространственные координаты; Φ – магнитный поток; \mathbf{P} и \mathbf{M} – электрический и магнитный дипольные моменты на единицу объема.

Если сделать замену $k_e \rightarrow 1$, то мы воспроизведем уравнения в гауссовой форме, за исключением индуктивности, которую в СГС иногда определяют как $L_{\text{сгс}} = \Phi / I$. Впрочем, это расхождение следует считать скорее преимуществом, чем недостатком, поскольку оно убирает скорость света из уравнений электрических цепей.

Как видно, переход от формул СГС к ФТ-системе (вставка в формулы постоянной Кулона) легко проводится из соображений размерности. Такой переход не намного сложнее, чем восстановление в формулах постоянной Больцмана, после того как она была положена равной 1.

Поля в старой системе СИст и в физико-технической системе (ФТ) связаны соотношениями

$$\mathbf{E}_{\text{фт}} = \mathbf{E}_{\text{СИст}}, \quad \mathbf{D}_{\text{фт}} = \frac{\mathbf{D}_{\text{СИст}}}{\epsilon_0},$$

$$\mathbf{B}_{\text{фт}} = c\mathbf{B}_{\text{СИст}}, \quad \mathbf{H}_{\text{фт}} = \frac{\mathbf{H}_{\text{СИст}}}{c\epsilon_0} = \mu_0 \mathbf{H}_{\text{СИст}},$$

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k_e}, \quad \mu_0 = \frac{1}{c^2 \epsilon_0} = \frac{4\pi k_e}{c^2}.$$

Для соответствия со старой системой СИст полезно определить «приведенное» магнитное поле, совпадающее с полем старой системы СИст:

$$\mathbf{B}_{\text{пр}} = \frac{\mathbf{B}_{\text{фт}}}{c} = \mathbf{B}_{\text{СИст}}.$$

Именно в единицах приведенного поля калиброваны современные измерительные приборы, однако использование его в формулах нежелательно. (Запомнить это не сложно, исходя из того,

что формула для силы Лоренца, записанная через приведенное поле, не содержит скорость света.)

5. Заключение

В 2011 г. XXIV Генеральная конференция по мерам и весам приняла Резолюцию «О возможных будущих пересмотрах Международной системы единиц, СИ» [6]. В ней рекомендуется изменить определение килограмма и ампера, зафиксировав точные значения постоянной Планка и элементарного заряда.

Это означает, что основные единицы СИ будут определяться с помощью эффектов квантовой электродинамики. Поскольку в 8-м издании «Брошюры СИ» [4] уже признаны преимущества «использования СГС–Гауссовых единиц в электромагнитной теории, применительно к квантовой электродинамике и относительности», одновременный переход к одинаковым единицам В/м для всех четырех полей $\mathbf{E}, \mathbf{D}, \mathbf{B}, \mathbf{H}$, т.е. принятие ФТ-системы как нового варианта СИ, представляется естественным и осуществимым.

При такой реформе широкая публика не заметит изменений связанных с изменением единиц магнитного поля, т.к. ампер, вольт, ом, фарад останутся неизменными. Для большинства физиков и инженеров переход также не должен представлять большой трудности, т.к. для электрических цепей останутся прежние единицы СИ, а для полей уравнения близкие к уравнениям СГС.

Вековой спор о системах единиц в электродинамике может быть разрешен в ближайшие годы, если сообщество физиков активно проявит свою позицию.

Благодарности

Автор благодарит Ю.Р. Аланакяна, А.Л. Барбанова, В.С. Булыгина, С.В. Виноградова, А.Д. Гладуна, В.Г. Жотикова, А.Н. Кириченко, С.М. Козела, А.С. Лескова, В.А. Овчинкина, А.А. Пухова, Ю.А. Романюка, А.А. Рухадзе, В.П. Слободянина, В.П. Тараканова, Г.М. Трунова, а также других сотрудников кафедр теоретической физики и общей физики МФТИ и участников семинара теоретического отдела ИОФАН за плодотворные дискуссии и ценную критику.

А. Система СИ в электродинамике

Приведем для сравнения вид тех же ключевых уравнений электродинамики в системе СИ:

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t},$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{j},$$

$$\mathbf{S} = [\mathbf{E} \times \mathbf{H}], \quad W = \frac{1}{2}(\mathbf{E}, \mathbf{D}) + \frac{1}{2}(\mathbf{B}, \mathbf{H}),$$

$$\sigma_{\alpha\beta} = (E_\alpha D_\beta + B_\alpha H_\beta) - \delta_{\alpha\beta} W,$$

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + [\mathbf{v} \times \mathbf{B}]), \quad L = \frac{\Phi}{I},$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}, \quad \mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M}.$$

Может показаться, что уравнения в системе СИ проще, чем в СГС, или в ФТ-системе. Чтобы развеять эту иллюзию, и объяснить причину предпочтения теоретиков, запишем уравнения СИ в вакууме (исключив поля \mathbf{D} и \mathbf{H}):

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho,$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu_0 \mathbf{j} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \mathbf{j},$$

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} [\mathbf{E} \times \mathbf{B}] = \varepsilon_0 c^2 [\mathbf{E} \times \mathbf{B}],$$

$$W = \frac{\varepsilon_0}{2} \mathbf{E}^2 + \frac{1}{2\mu_0} \mathbf{B}^2 = \frac{\varepsilon_0}{2} (\mathbf{E}^2 + c^2 \mathbf{B}^2),$$

$$\sigma_{\alpha\beta} = \left(\varepsilon_0 E_\alpha E_\beta + \frac{1}{\mu_0} B_\alpha B_\beta \right) - \delta_{\alpha\beta} W =$$

$$= \varepsilon_0 (E_\alpha E_\beta + c^2 B_\alpha B_\beta) - \delta_{\alpha\beta} W.$$

В. Запись уравнений ФТ-системы через постоянную Хевисайда

Для физиков, предпочитающих систему Хевисайда-Лоренца, удобно ввести постоянную Хевисайда (фигурные скобки обозначают численное значение размерной переменной):

$$\kappa_e = \frac{1}{\varepsilon_0} = 4\pi k_e, \quad \{\kappa_e\} = 4\pi \{c\}^2 \times 10^{-7}.$$

Уравнения электродинамики, записанные через нее имеют вид

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t},$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \kappa_e \rho, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \frac{\kappa_e}{c} \mathbf{j},$$

$$\mathbf{S} = \frac{c}{\kappa_e} [\mathbf{E} \times \mathbf{H}], \quad W = \frac{(\mathbf{E}, \mathbf{D}) + (\mathbf{B}, \mathbf{H})}{2\kappa_e},$$

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{E_\alpha D_\beta + B_\alpha H_\beta}{\kappa_e} - \delta_{\alpha\beta} W,$$

$$\mathbf{F} = q \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \right), \quad L = \frac{\Phi}{cI},$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + \kappa_e \mathbf{P}, \quad \mathbf{H} = \mathbf{B} - \kappa_e \mathbf{M}.$$

Заменив $\kappa_e \rightarrow 1$ мы получаем уравнения в форме Хевисайда-Лоренца (точнее в системе МКСХ

– МКС-хевисайдовская система, отличающаяся от СГС-хевисайдовской величиной основных единиц). Обратный переход

$$(q, \mathbf{j}, \dots)_{\text{МКСХ}} = \sqrt{\kappa_e} \times (q, \mathbf{j}, \dots)_{\text{СИ}},$$

$$(\mathbf{E}, \mathbf{D}, \mathbf{B}, \mathbf{H})_{\text{МКСХ}} = \frac{1}{\sqrt{\kappa_e}} \times (\mathbf{E}, \mathbf{D}, \mathbf{B}, \mathbf{H})_{\text{СИ}}.$$

С. Смысл постоянной Кулона

Традиция гауссовой системы единиц предполагает, что постоянная Кулона не имеет физического смысла, поскольку представляет собой всего лишь квадрат отношения двух единиц заряда:

$$\{k_e\} = \left(\frac{q_{\text{МКСГ}}}{1 \text{ Кл}} \right)^2,$$

здесь

$$q_{\text{МКСГ}} = \sqrt{\text{Дж} \cdot \text{м}} = \text{кг}^{1/2} \text{м}^{3/2} \text{с}^{-1} = 10^{4.5} \text{ ед. заряда СГС}$$

– единица заряда в гауссовой системе МКСГ.

В современной системе СИ, в которой ампер, а вместе с ним и кулон определяются через силу, действующую между двумя параллельными проводниками с током, это мнение о нефизичности k_e абсолютно справедливо.

В 2011 г. XXIV Генеральная конференция по мерам и весам приняла Резолюцию «О возможных будущих пересмотрах Международной системы единиц, СИ» [6]. В этой резолюции рекомендуется перейти к определению килограмма через задание точного значения еще одной фундаментальной постоянной – постоянной Планка (подобно тому, как метр определили задав *точное* значение скорости света)

$$h = 2\pi\hbar = 6,626\ 06\text{X} \times 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с},$$

и переопределить ампер через заряд электрона, приписав ему *точное* значение (было бы естественно также потребовать, чтобы 1 Кл равнялся целому числу e)

$$e = 1,602\ 17\text{X} \times 10^{-19} \text{ Кл}.$$

В обоих случаях X обозначает некоторые цифры, которые должны быть определены в будущем.

Еще в 1983 г. был переопределен метр, путем задания точного значения скорости света в вакууме, для которой с тех пор *по определению* принято фиксированное *точное* значение:

$$c = 299\ 792\ 458 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Таким образом, в определении постоянной тонкой структуры (постоянная тонкой структуры сама

представляет собой квадрат отношения элементарного заряда к планковскому)

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} = \frac{k_e e^2}{\hbar c} = \left(\frac{e}{q_{\text{пл}}}\right)^2 \approx \frac{1}{137,035\,999}$$

оказываются точно заданы *по определению* все величины, кроме постоянной Кулона. Таким образом

$$k_e = \frac{\hbar c}{e^2} \alpha = C_\alpha \alpha.$$

Мы видим, что численное значение k_e в будущей реформированной системе СИ – это постоянная тонкой структуры, умноженная на некоторый фиксированный численный множитель, который выбран так, чтобы переопределенные единицы массы и тока воспроизводили принятые на сегодняшний день с точностью, доступной современным (на момент реформы СИ) измерительным приборам.

Дальнейшее улучшение точности измерений неизбежно приведет к тому, что различие единиц измерения современной системы СИ и реформированной станет доступно измерению. С этого момента постоянная Кулона станет действительно фундаментальной константой – постоянной тонкой структуры умноженной на исторически фиксированный коэффициент C_α .

Таким образом, постоянная Кулона приобретает физический смысл благодаря тому, что для электрического заряда существует естественная единица (элементарный заряд), которая не кратна планковскому заряду.

Спор между гауссовой системой и будущей реформированной системой СИ в части определения единицы электрического разряда сводится к тому, определить ли эту единицу через элементарный заряд (новая СИ), или через планковский заряд (СГС и старая СИ). Поскольку планковский заряд в природе не реализуется, выбор представляется очевидным.

Д. Практические единицы и переопределение ампера и килограмма

Это приложение основано преимущественно на материалах статьи С.Г. Каршенбойма «О переопределении килограмма и ампера в терминах фундаментальных физических констант» [13].

Одновременное переопределение килограмма и ампера путем фиксирования точного численного значения постоянной Планка и элементарного заряда связано также с тем, что в настоящее время воспроизведение эталона ампера на основе его официального определения через силу взаимодействия параллельных проводников с током, т.е. на основе фиксации точного численного значения

$$\mu_0 = \frac{\epsilon_0}{c^2} = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Гн / м},$$

менее точно чем определение ампера на основе квантовых эффектов. На квантовых эффектах основаны эталоны «практических» единиц 1990 года: вольт-1990 и ом-1990.

Вольт-1990 определяется с помощью эффекта Джозефсона. При протекании сверхпроводящего тока через джозефсоновский контакт, лишняя энергия $2eU$ полученная куперовскими парами за счет внешнего напряжения излучается в виде фотонов с частотой $\nu = 2e/h U$. Определение вольта-1990 фиксирует точное численное значение коэффициента пропорциональности между напряжением и частотой (постоянной Джозефсона)

$$K_J = \frac{2e}{h} = 483\,597,9 \frac{\text{ГГц}}{\text{В}_{90}}.$$

Ом-1990 определяется с помощью квантового эффекта Холла. В нормальном (целочисленном) квантовом эффекте Холла (наблюдается в двумерном вырожденном электронном газе при низких температурах и магнитном поле перпендикулярном плоскости газа), поперек направления тока возникает напряжение пропорциональное току $U_y = \rho_{xy} I_x$. Холловское сопротивление имеет вид $\rho_{xy} = R_K/n$, где n – натуральное число. Определение ома-1990 фиксирует точное численно значение постоянной фон Клитцинга

$$R_K = \frac{h}{e^2} = 25\,812,807 \text{ Ом}_{90}.$$

Таким образом, *одновременная* фиксация постоянных Джозефсона и фон Клитцинга фиксирует численные значения постоянной планка и элементарного заряда. Дополнив практические единицы вольт-1990 и ом-1990 секундой и метром мы получаем альтернативный вариант системы СИ – практическую систему единиц, которая отличается от СИ. В частности «практический килограмм» отличается от эталона на 10^{-7} , а «практическая» константа μ_0 не является фиксированным числом.

Поскольку для многих измерений сейчас основным источником погрешности является не само измерение, а определение единиц измерения, а практические единицы оказываются определены точнее единиц СИ, изменение определения килограмма и ампера на основе фиксации h и e представляется естественной, что и было отражено в Резолюции 2011 г. Разумеется, это не означает принятие вольта-1990 и ома-1990 в качестве новых эталонов СИ, поскольку с 1990 г. точность измерений возросла, и расхождение «практического килограмма» с эталоном на 10^{-7} уже не будет считаться приемлемым.

Е. Понятие о системе систем единиц измерения

Есть системы единиц, в которых проводят измерения и делают вычисления с экспериментально измеренными физическими величинами, а есть системы единиц, в которых удобно делать теоретические выкладки, но единицы измерения которых неудобны для реальных измерений.

Удобно, когда переход к «теоретическим» единицам осуществляется просто путем задания некоторых входящих в формулы констант равными единице. Например, часто теоретики в своих выкладках полагают единице постоянную Больцмана. Это очень удобно для теоретика, но непригодно для экспериментатора. Однако получив результат теоретик легко восстанавливает в конечных формулах постоянную Больцмана из соображений размерности. Аналогично в специальной теории относительности могут полагать единицей скорость света, а в общей – еще и гравитационную постоянную. В квантовой механике полагают единицей постоянную Планка, а в атомной физике – массу электрона. Во всех этих случаях обратный переход к экспериментальным единицам легко осуществляется из соображений размерности.

Мы имеем вполне естественную систему систем «теоретических» единиц, в основании которой лежит гауссова система СГС, из которой получают системы единиц удобные для различных разделов физики, в которых единицами полагаются те или иные константы. И так вплоть до полностью безразмерных систем единиц наподобие планковской.

Однако из-за разных подходов к записи уравнений электродинамики, система систем единиц измерения, основанная на СГС, оказывается оторванной от экспериментальной системы единиц СИ: правила перехода между ними слишком неудобны и не сводятся к приравниванию констант единице.

Физико-техническая система единиц естественным образом становится в основание системы систем единиц измерения перед гауссовой системой, связывая тем самым систему систем с экспериментом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гладун А.Д. *Педагогические раздумья физика*. М.: МФТИ, 2005. 104 с.
2. Трунов Г.М. *Уравнения электромагнетизма и системы единиц электрических и магнитных величин*. М.: ФОРУМ, 2011. 104 с.

3. Тамм И.Е. *Основы теории электричества*. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. 504 с.
4. The International System of Units (SI), 8th ed. (Sèvres: BIPM, 2006) [http://www.bipm.org/en/si/si_brochure/general.html]
5. The International System of Units (SI), 7th ed. (Sèvres: BIPM, 1998) [<http://www1.bipm.org/utis/en/pdf/si-brochure.pdf>]
6. On the possible future revision of the International System of Units, the SI Resolution 1 of the 24th meeting of CGPM (2011); <http://www.bipm.org/en/CGPM/db/24/1/>
7. Сивухин Д.В. О Международной системе физических величин // *УФН*. 1979. Т. 129 С. 335...338. [Sivukhin D.V. The international system of physical units // *Sov. Phys. Usp.* 1979. Vol. 22. P. 834...836].
8. Сивухин Д.В. *Общий курс физики. Т. III. Электричество. § 85 «Международная система единиц (СИ)»*. М.: ФИЗМАТЛИТ; МФТИ, 2004. 656 с.
9. Булыгин В.С. частное сообщение
10. Трунов Г.М. Приведение единиц электрических и магнитных величин системы СИ в соответствие с современным представлением об электромагнитном поле // *Физическое образование в ВУЗах*. 2001. Т. 7. № 4. С. 12...21.
11. Трунов Г.М. Коррекция математической формы записи уравнений электромагнетизма и создание на их основе новой системы электромагнитных единиц // *Вестник Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Серия: Естественные науки*. 2006. № 2. С. 66...75.
12. Трунов Г.М. Уравнения электромагнетизма и системы электромагнитных единиц – прошлое, настоящее, будущее // *Законодательная и прикладная метрология*. 2006. № 2. С. 46...52.
13. Каршенбойм С.Г. О переопределении килограмма и ампера в терминах фундаментальных физических констант // *УФН*. 2006. Т. 176. С. 975...982 [Karshenboim S.G. On the redefinition of the kilogram and ampere in terms of fundamental physical constants // *Phys. Usp.* 2006. Vol. 49. P. 947...954].

REFERENCES

1. Gladun A.D. *Pedagogicheskie razdumya fizika* [The pedagogical reflections of the physics]. M.: MFTI [Moscow: MIPT], 2005. 104 p.
2. Trunov G.M. *Uravneniya elektromagnitizma i sistemy edinits elektricheskikh i magnitnykh velichin* [The equations of electromagnetism and the systems of units of electrical and magnetic quantities]. M.: FORUM [Moscow: Publishing house «FORUM»]. 2011. 104 p.

3. Tamm I.E. Fundamentals of the Theory of Electricity. Mir Publishers Moscow, 1979. 684 p.
4. The International System of Units (SI), 8th ed. (Sèvres: BIPM, 2006) [http://www.bipm.org/en/si/si_brochure/general.html]
5. The International System of Units (SI), 7th ed. (Sèvres: BIPM, 1998) [<http://www1.bipm.org/utis/en/pdf/si-brochure.pdf>]
6. On the possible future revision of the International System of Units, the SI Resolution 1 of the 24th meeting of CGPM (2011); <http://www.bipm.org/en/CGPM/db/24/1/>
7. Sivukhin D.V. The international system of physical units. Sov. Phys. Usp. 1979. Vol. 22. P. 834...836.
8. Sivukhin D.V. *Obshchiy kurs fiziki. T. III. Elektrichestvo. § 85 «Mezhdunarodnaya sistema edinits (SI)»* [General course of physics. T. III. Electricity. § 85 «The International System of Units (SI)»]. M.: FIZMATLIT; MFTI [Moscow: Publishing house «FIZMATLIT»; MIPT], 2004. 656 p.
9. Bulygin V.S. *chastnoe soobshchenie* [The private communication].
10. Trunov G.M. Privedenie edinits elektricheskikh i magnitnykh velichin sistemy SI v sootvetstvie s sovremennym predstavleniem ob elektromagnitnom pole [Conversion the units of electrical and magnetic quantities of the SI in accordance with the modern idea of the electromagnetic field]. *Fizicheskoe obrazovanie v VUZakh* [Physics in Higher Education]. 2001. Vol. 7. № 4. P. 12...21.
11. Trunov G.M. Korrektsiya matematicheskoy formy zapisi uravneniy elektromagnetizma i sozdanie na ikh osnove novoy sistemy elektromagnitnykh edinits [The correction of the mathematical form of the equations of electromagnetism and creation on their basis of a new system of electromagnetic units]. *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. N.E. Baumana. Seriya: Yestestvennye nauki* [Bulletin of Moscow State Technical University. NE Bauman. Series: Natural Sciences]. 2006. № 2. P. 66...75.
12. Trunov G.M. Uravneniya elektromagnetizma i sistemy elektromagnitnykh edinits – proshloe, nastoyashchee, budushchee [The equations of electromagnetism and the electromagnetic system of units - Past, Present, Future]. *Zakonodatelnaya i prikladnaya metrologiya* [Legislative and applied metrology]. 2006. № 2. P. 46...52.
13. Karshenboim S.G. On the redefinition of the kilogram and ampere in terms of fundamental physical constants. Phys. Usp. 2006. Vol. 49. P. 947...954.

Сведения об авторе

Иванов Михаил Геннадьевич, канд. физ.-мат. наук, доцент

E-mail: ivanov.mg@mipt.ru

Московский физико-технический институт (государственный университет)

141700, Московская область, г. Долгопрудный, Российская Федерация, Институтский пер., 9

Information about author

Ivanov Mikhail G., Cand. of Phys.-Math. Sciences, Associate Professor

E-mail: ivanov.mg@mipt.ru

Moscow institute of physics and technology

9 Institutskiy per., Dolgoprudny, Moscow Region, 141700, Russian Federation