

УДК 533.6.011.5

*И. И. Липатов^{1,2}, И. Н. Устинов^{1,2}*¹Московский физико-технический институт (государственный университет)²Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н. Е. Жуковского

Распространение возмущений в пограничном слое на вращающемся конусе в сверхзвуковом потоке газа

Исследуется влияние вращения конуса в сверхзвуковом потоке газа на скорость распространения возмущений в пограничном слое. Производится расчет пограничного слоя на вращающемся конусе в предположении безградиентного внешнего течения, рассчитывается диаграмма направленностей скорости распространения возмущения в пограничном слое.

Ключевые слова: пограничный слой, распространение возмущений, сверхзвуковое течение, теория слабого взаимодействия, конус.

*I. I. Lipatov^{1,2}, I. N. Ustinov^{1,2}*¹Moscow Institute of Physics and Technology (State University)²Central Aerohydrodynamic Institute

Disturbances propagation in the boundary layer on a rotating cone in a supersonic flow

The problem of disturbances propagation in the boundary layer on a rotating cone in a supersonic flow is studied. Boundary layer computation is carried out assuming a nongradient external flow. The velocity direction diagram is obtained.

Key words: boundary layer, disturbances propagation, supersonic flow, weak interaction, cone.

1. Введение

Множество работ посвящено исследованию пограничных слоев на вращающихся телах, в том числе на конусе, поскольку такие исследования могут найти непосредственное применение как в баллистике, так и в аэрокосмических отраслях. В частности, интересно исследовать, что происходит с распространением возмущений в пограничном слое на конусе, если придать ему вращение.

2. Расчет ламинарного пограничного слоя

Для исследования скоростей распространения возмущений необходимо прежде получить профили скоростей и энтальпии в пограничном слое. Расчет проводится в следующих предположениях:

- 1) скорости внешнего потока достаточно велики, чтобы конус обтекался с присоединенным скачком и соответственно внешнее течение было безградиентным и коническим;
- 2) температуры нагрева пограничного слоя достаточно малы и можно не учитывать высокотемпературные эффекты (потери на радиационное излучение, рекомбинация и диссоциация молекул), газ считается совершенным;

- 3) для упрощения расчета будем считать верным соотношение $\rho\mu = \text{const}$, здесь ρ — плотность, μ — вязкость, т.е. вязкость линейно зависит от температуры газа;
- 4) конус обтекается под нулевым углом атаки.

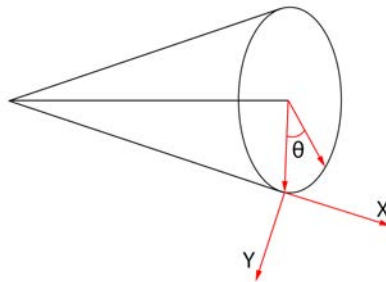


Рис. 1. Система координат, использованная при расчете

Использовалась неподвижная система координат, изображенная на рис. 1. Обезразмерив систему уравнений следующим образом: $u^* = uu_e$, $v^* = v \frac{u_e}{\sqrt{\text{Re}}}$, $w^* = wu_e$, $x^* = xl$, $y^* = y \frac{l}{\sqrt{\text{Re}}}$, $T^* = TT_e$, $\rho^* = \rho\rho_e$, $\mu^* = \mu\mu_e$, где l — длина образующей конуса, u_e, T_e, ρ_e, μ_e — скорость, температура, плотность и вязкость внешнего потока, Re — число Рейнольдса, ее можно записать в виде [1]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u r_w}{\partial x} + \frac{\partial \rho v r_w}{\partial y} &= 0, \\ \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} - \rho \frac{r'_w}{r_w} w^2 &= \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial u}{\partial y}, \\ \rho u \frac{\partial w}{\partial x} + \rho v \frac{\partial w}{\partial y} + \rho \frac{r'_w}{r_w} u w &= \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial w}{\partial y}, \\ \rho u \frac{\partial h}{\partial x} + \rho v \frac{\partial h}{\partial y} - (\gamma - 1) M^2 \mu \left(\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right) &= \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial h}{\partial y}, \\ \rho h &= 1 + \gamma M^2 p, \end{aligned}$$

где r_w — радиус сечения конуса с граничными условиями:

$$\begin{aligned} u &\rightarrow 1; w \rightarrow 0; h \rightarrow 1 \text{ при } y \rightarrow \infty, \\ u = v = 0; h &= \frac{T_w}{T_e}; w = w(x) \text{ при } y = 0, \\ u = 1; v = w = 0; h &= 1 \text{ при } x = 0. \end{aligned}$$

Для устранения особенности в вершине конуса и для сведения сетки к прямоугольной используется преобразование Дородницына–Лиза $(x, y) \rightarrow (\xi, \eta)$ [2], запишем систему уравнений в новых переменных:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \eta} N \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} + f \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} + \frac{2}{3} w^2 &= \frac{2\xi}{3} \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta \partial \xi} - \frac{\partial f}{\partial \xi} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right), \\ \frac{\partial}{\partial \eta} N \frac{\partial w}{\partial \eta} + f \frac{\partial w}{\partial \eta} - \frac{2}{3} \frac{\partial f}{\partial \eta} w &= \frac{2\xi}{3} \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial w}{\partial \xi} - \frac{\partial f}{\partial \xi} \frac{\partial w}{\partial \eta} \right), \\ \frac{\partial}{\partial \eta} N \frac{\partial h}{\partial \eta} + f \frac{\partial h}{\partial \eta} + (\gamma - 1) M^2 N \left(\left(\frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial \eta} \right)^2 \right) &= \frac{2\xi}{3} \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial h}{\partial \xi} - \frac{\partial f}{\partial \xi} \frac{\partial h}{\partial \eta} \right), N = \rho\mu, \end{aligned}$$

с граничными условиями:

$$\begin{aligned} \xi = 0 : f = \eta, w = 0, h = 1, \\ \eta = 0 : f = 0, \frac{\partial f}{\partial \eta} = 0, w(\xi) = \omega \cdot \xi, h = h_w, \\ \eta \rightarrow \infty : \frac{\partial f}{\partial \eta} = 1, w = 0, h = 1. \end{aligned}$$

Расчет проводился при параметрах $M^2(\gamma-1) = 1$, $\sin \varphi = 0.5$, где M — число Маха внешнего потока, γ — показатель адиабаты газа, φ — угол полураствора конуса.

3. Получение диаграммы направленностей для скорости распространения возмущений

В работах [3, 4] рассматривается распространение возмущений в пограничных слоях в сильной теории взаимодействия и приводится выражение для нахождения a — скорости распространения возмущений, здесь u, w — профили продольной и поперечной скорости, H — профиль полной энтальпии, θ — направление распространения возмущений:

$$\frac{(\gamma - 1)}{2} \int_0^\infty \frac{(H - u^2 - w^2)^2}{(u \cos \theta + w \sin \theta - a)^2} dy - \int_0^\infty (H - u^2 - w^2) dy = 0.$$

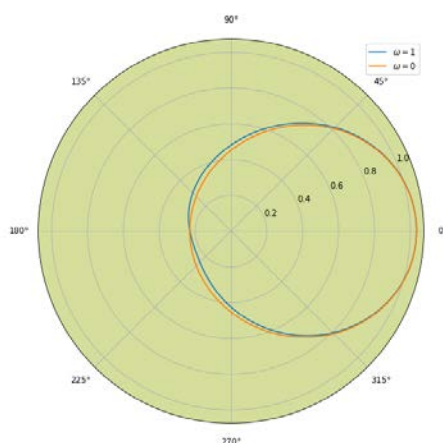


Рис. 2. Влияние угловой скорости на диаграмму направленностей, $\xi = 0.1$

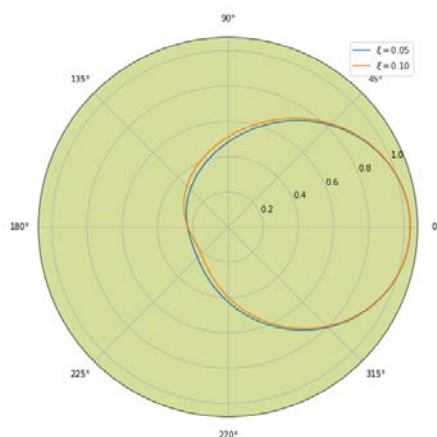


Рис. 3. Влияние расстояния от вершины конуса на диаграмму направленностей, $\omega = 1$

Зная профили в различных сечениях вдоль конуса и при различных безразмерных угловых скоростях вращения, можно получить диаграммы направленностей для величины скорости распространения возмущений в зависимости от угловой скорости (рис. 2) и в зависимости от удаленности сечения от вершины (рис. 3). Оказалось, что скорость распространения возмущений вверх по потоку ($\theta = \pi$) очень слабо зависит от угловой скорости, изменения имеют порядок 10^{-4} при $\omega = 1$.

4. Заключение

В работе было исследовано влияние вращения конуса на скорости распространения возмущений в пограничном слое. Получено, что диаграмма направленностей становится заметно несимметричной при придании вращения конусу: чем больше угловая скорость и чем дальше вдоль конуса, тем более явным становится влияние вращения, хотя скорость распространения возмущений вверх по потоку меняется очень слабо и почти не зависит от угловой скорости.

Литература

1. *Шевелев Ю.Д.* Трехмерные задачи теории ламинарного пограничного слоя. М.: Наука, 1977.
2. *Шалаев В.И.* Применение аналитических методов в современной аэромеханике. Ч. 1. Теория пограничного слоя. М.: МФТИ, 2011.
3. *Lipatov I.I.* Disturbances propagation in supersonic boundary layers // Fluid Mechanics And Its Applications. 1996. V. 35. P. 369–378.
4. *Krechetnikov R., Lipatov I.I.* On upstream influence in supersonic flows // Journal of Fluid Mechanics. 2005. V. 539. P. 167–178.

References

1. *Shevelev Yu.D.* Three-dimensional problems of laminar boundary layer theory. M.: Nauka, 1977. (In Russian).
2. *Shalaev V.I.* Application of analytic methods in modern aeromechanics. Part 1. Boundary layer theory. M.: MIPT, 2011. (In Russian).
3. *Lipatov I.I.* Disturbances propagation in supersonic boundary layers. Fluid Mechanics And Its Applications. 1996. V. 35. P. 369–378.
4. *Krechetnikov R., Lipatov I.I.* On upstream influence in supersonic flows. Journal of Fluid Mechanics. 2005. V. 539. P. 167–178.

Поступила в редакцию 30.06.2017