

ВОПРОСЫ

к экзамену за осенний семестр для студентов I года магистратуры,
изучающих курс “Методы теоретической физики”

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Релятивистская кинематика

1. Пространство событий и интервал.
2. Преобразования Лоренца 4-радиуса-вектора.
3. Преобразования Лоренца 4-вектора.
4. Определение 4-тензора.
5. Связь ко- и контравариантных компонентов 4-вектора.
6. Связь ко- и контравариантных компонентов 4-тензора.
7. Определение 4-скорости и 4-ускорения.
8. Чему равно скалярное произведение 4-скорости u^i и 4-ускорения w^i : $w^i u_i = ?$
9. Для произвольных 4-векторов написать соотношение между $A^i B_i$ и $A_i B^i$.
10. Написать компоненты 4-импульса частицы с массой m движущейся в лабораторной системе отсчета со скоростью \mathbf{v} .
11. Для 4-импульса $p_i p^i = ?$
12. Лагранжиан свободной релятивистской частицы.
13. Связь 4-импульса и 4-скорости частицы.
14. Как изменится при преобразованиях Лоренца выражение $F^{ik} G_{ik}$, где F и G – 4-тензоры?

Уравнения Максвелла

1. Записать в 3-мерной форме пару уравнений Максвелла с источниками.
2. Написать пару уравнений Максвелла без источников.
3. Уравнение непрерывности (закон сохранения заряда).
4. Уравнение движения заряженной частицы в электромагнитном поле (3-мерная запись).
5. Закон сохранения энергии заряженной частицы в электромагнитном поле.
6. Тензор электромагнитного поля.
7. Уравнение движения заряженной частицы в 4-мерной форме.
8. 4-потенциал электромагнитного поля.
9. Определение электрического поля через компоненты 4-потенциала.
10. Определение магнитного поля через векторный потенциал.
11. Калибровочное преобразование для потенциалов электромагнитного поля.
12. Волновые уравнения для скалярного и векторного потенциалов.
13. Условие Лоренца.
14. Волновое уравнение для 4-потенциалов (4-мерная форма записи).
15. Гамильтониан заряженной релятивистской частицы в электромагнитном поле.

16. Гамильтониан заряженной нерелятивистской частицы в электромагнитном поле.
17. Инварианты электромагнитного поля.
18. Закон сохранения энергии заряженной частицы и электромагнитного поля.
19. Плотность энергии электромагнитного поля.
20. Плотность потока энергии электромагнитного поля (вектор Пойнтинга).
21. Как определяется плотность заряда системы точечных частиц?
22. Как определяется плотность тока системы точечных заряженных частиц?

Решения уравнений Максвелла

1. Записать выражение для запаздывающего скалярного (векторного) потенциала.
2. Определение электрического дипольного момента нейтральной системы зарядов.
3. Определение электрического квадрупольного момента нейтральной системы зарядов.
4. Для электрического квадрупольного момента $D_{\alpha\alpha} = ?$
5. Скалярный потенциал статического распределения нейтральной системы зарядов, обладающей электрическим дипольным моментом.
6. Общее выражение энергии взаимодействия системы зарядов со статическим электрическим полем.
7. Энергия взаимодействия статического распределения нейтральной системы зарядов, обладающей электрическим дипольным моментом с электрическим полем.
8. Магнитный момент системы точечных зарядов.
9. Магнитный момент системы с ограниченным статическим распределением токов.
10. Векторный потенциал, создаваемый системой, обладающей магнитным моментом.
11. Связь магнитного момента и момента импульса системы зарядов. Гиромагнитное отношение.
12. Плоская монохроматическая волна.
13. Связь электрического поля \mathbf{E} , магнитного поля \mathbf{H} и волнового вектора \mathbf{k} в плоской монохроматической волне.
14. 4-волновой вектор k^i . Чему равно $k^i k_i$?
15. Что такое поляризация плоской монохроматической волны?
16. Как можно записать электрическое поле в плоской монохроматической волне?
17. Вектор Пойнтинга в плоской монохроматической волне.

Излучение электромагнитного поля

1. Каковы условия излучения электромагнитного поля системой зарядов?

2. Что такое волновая зона?
3. Как выбирается маленький параметр, определяющий волновую зону?
4. Векторный потенциал в волновой зоне, определяющий излучение электромагнитного поля в электрическом дипольном приближении.
5. Угловое распределение интенсивности электрического дипольного излучения.
6. Полная интенсивность электрического дипольного излучения.
7. Сила радиационного трения.
8. Критерий применимости выражения для силы радиационного трения.
9. Определение “классического радиуса” электрона.
10. Определение дифференциального сечения рассеяния электромагнитного поля системой зарядов.
11. Сечение рассеяния электромагнитного поля свободным зарядом.

КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА, часть 1

Постулаты

1. Как связаны между собой вектор кет $|\psi\rangle$ и вектор бра $\langle\psi|$?
2. Задано скалярное произведение двух векторов состояния $C = \langle\varphi|\psi\rangle$. Чему равно $\langle\psi|\varphi\rangle$?
3. Пусть $\langle\psi_1|\psi_2\rangle = 0$. Какой смысл имеют коэффициенты c_1 и c_2 в суперпозиции $|\psi\rangle = c_1|\psi_1\rangle + c_2|\psi_2\rangle$?
4. Задан вектор состояния в виде суперпозиции двух состояний $|\psi\rangle = c_1|\psi_1\rangle + c_2|\psi_2\rangle$. Как определяется вектор бра $\langle\psi|$?
5. Задан оператор физической величины \hat{f} . Как определяется наблюдаемая (физическая величина) квантовой системы, находящейся в состоянии $|\psi\rangle$?

Уравнение Шредингера

1. Записать уравнение, которому подчиняется вектор состояния квантовой системы.
2. Записать стационарное уравнение Шредингера. Какой вид имеет оператор Гамильтона в общем случае?
3. Записать волновую функцию свободной нерелятивистской частицы.
4. Как с помощью оператора эволюции записать решение уравнения Шредингера в произвольный момент времени, если задано начальное условие $\Psi(\mathbf{r}, t)|_{t=0} = \psi_0(\mathbf{r})$?
5. Какой вид имеет оператор эволюции консервативной системы?
6. Записать определение производной оператора по времени.
7. Как определяется коммутатор двух операторов?
8. Какому условию удовлетворяют операторы физических величин–интегралов движения в квантовой механике?
9. Какие физические величины могут быть включены в полный набор физических величин, определяющих состояние квантовой системы?
10. Как можно представить коммутатор $[\hat{A}\hat{B}, \hat{C}]$?

11. Определить полный набор физических величин свободной бесспиновой частицы.

Операторы и теория представлений

1. Чему равен (“табличный”) коммутатор $[\hat{x}_\alpha, \hat{p}_\beta]$?
2. Зная табличный коммутатор операторов координаты и импульса, определить оператор скорости нерелятивистской частицы.
3. Как можно записать оператор, соответствующий физической величине $\mathbf{r}\mathbf{g}$?
4. Что определяет выражение $\langle \mathbf{r} | \Psi \rangle = ?$
5. Для оператора координаты $\hat{\mathbf{r}} | \mathbf{r}_0 \rangle = ?$
6. Для оператора импульса $\hat{\mathbf{p}} | \mathbf{p}_0 \rangle = ?$
7. Пусть совокупность векторов $|n\rangle$ -составляет базис. Чему равен оператор $\sum_n |n\rangle \langle n| = ?$
8. Для некоторого (не обязательно эрмитова) оператора $\hat{f} | f_n \rangle = f_n | f_n \rangle$, чему равно $\langle f_n | \hat{f} = ?$
9. Пусть $\hat{f}^+ = \hat{f}$, а $\hat{f} | f_n \rangle = f_n | f_n \rangle$, чему равен оператор $\sum_n | f_n \rangle \langle f_n | = ?$
10. $\langle \mathbf{r}' | \hat{\mathbf{r}} | \mathbf{r} \rangle = ?$
11. $\langle \mathbf{r} | \mathbf{p} \rangle = ?$
12. $\langle \mathbf{p} | \mathbf{r} \rangle = ?$
13. Записать волновую функцию свободной нерелятивистской частицы.
14. $\langle \mathbf{r}' | \mathbf{r} \rangle = ?$
15. $\langle \mathbf{p}' | \mathbf{p} \rangle = ?$
16. Записать уравнение Шредингера для частицы с массой m в координатном представлении.
17. Записать стационарное уравнение Шредингера для частицы с массой m в импульсном представлении.

Основные коммутационные соотношения

1. Чему равен коммутатор $[\hat{p}_x, \hat{x}]$?
2. Чему равен коммутатор $[\hat{p}_\alpha, \hat{x}_\beta]$?
3. Чему равен коммутатор $[\hat{\mathbf{p}}, U(\mathbf{r})]$?
4. Чему равен коммутатор $[\hat{l}_x, \hat{l}_y]$?
5. Чему равен коммутатор $[\hat{l}_\alpha, \hat{l}_\beta]$?
6. Чему равен коммутатор $[\hat{l}_\alpha, \hat{\mathbf{l}}^2]$?
7. Чему равен коммутатор $[\hat{l}_z, \hat{l}_\pm]$?
8. Чему равен коммутатор $[\hat{l}_z, \hat{l}_\mp]$?

Граничные условия

1. Как формулируются граничные условия для нахождения связанных состояний?
2. Как формулируются граничные условия для задач непрерывного спектра?

Осциллятор

1. Записать гамильтониан линейного гармонического осциллятора.
2. Как определяются осцилляторные единицы энергии, длины, импульса?
3. Записать определение операторов a и a^+ через операторы координаты и импульса.
4. Выразить операторы координаты и импульса через операторы a и a^+ .
5. Чему равен коммутатор $[a, a^+] = ?$
6. Записать выражение гамильтониана осциллятора через a и a^+ .
7. Как определяется спектр осциллятора?
8. Записать полный набор квантовых чисел, определяющих состояния одномерного гармонического осциллятора. Какие значения могут принимать квантовые числа?
9. Чему равен результат действия оператора $a|n\rangle = ?$
10. Чему равно $a^+|n\rangle = ?$
11. Чему равно $a|0\rangle = ?$
12. Выразить произвольное состояние осциллятора $|n\rangle$ через основное состояние $|0\rangle$.
13. Какой вид имеет волновая функция основного состояния осциллятора $\psi(q) =$ (в безразмерных единицах)?

Момент

1. Выразить $\hat{\mathbf{I}}^2$ через \hat{l}_z и \hat{l}_\pm .
2. $\hat{\mathbf{I}}^2|l, m\rangle = ?$
3. $\hat{l}_z|l, m\rangle = ?$
4. $\hat{l}_+|l, l\rangle = ?$
5. $\hat{l}_-|l, -l\rangle = ?$
6. $\hat{l}_\pm|l, m\rangle = ?$

Центральное поле

1. Как определяется полный набор физических величин бесспиновой частицы в центральном поле?
2. Как разделяются переменные в волновой функции, описывающей состояние частицы в центральном поле $\Psi(\mathbf{r}) = ?$
3. Асимптотическое поведение радиальной функции связанного состояния $R_{nl}(r)|_{r \rightarrow 0} \sim ?$
5. Асимптотическое поведение радиальной функции связанного состояния $R_{nl}(r)|_{r \rightarrow \infty} \sim ?$
6. Записать гамильтониан атома водорода.
7. Как определяется атомная система единиц?
8. Записать полный набор и значения, которые могут принимать квантовые числа, определяющие состояние атома водорода.
9. Записать спектр атома водорода и определить кратность вырождения уровней энергии.
10. Какой вид имеет волновая функция основного состояния атома водорода $\psi_0(\mathbf{r}) = ?$

КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА, часть 2

Квазиклассика

1. Представление волновой функции частицы через квантовое действие.
2. Уравнение для квантового действия (консервативной системы)
3. Разложение квантового действия по степеням \hbar .
4. Уравнение для квантового действия в одномерном случае.
5. Уравнение для определения нулевого приближения квантового действия.
Выражение для квазиклассического импульса.
6. Критерий применимости квазиклассического приближения.
7. Общий вид волновой функции квазиклассического приближения в классически разрешенной области.
8. Возможные постановки задачи в квазиклассическом приближении.
9. Точки поворота (определение).
10. Правило квантования Бора-Зоммерфельда для определения энергетического спектра связанных состояний.
11. Определение квазиклассического периода.
12. Нормировка волновой функции связанного состояния в квазиклассическом приближении.
13. Плотность энергетического спектра связанных состояний в квазиклассическом приближении.
14. Постановка задачи о проникновении частицы через потенциальный барьер.
15. Вероятность проникновения через потенциальный барьер.