

УДК 622.276.57: 532.685: 532.135

Я. В. Невмержицкий

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Об особенностях гидродинамических исследований скважин в низкопроницаемых коллекторах

В данной работе рассмотрены особенности поведения давления в скважинах, эксплуатирующих низкопроницаемые коллекторы. В таких скважинах наблюдаются аномальные темпы падения забойного давления и, как следствие, низкие накопленные отборы, высокая кратность запасов. Проанализированы различные причины этого явления, приведены аргументы в пользу и против каждой из них. По результатам рассмотрения данных причин принята гипотеза нелинейности фильтрации, проявляющаяся в низкопроницаемых коллекторах. Для корректного предсказания поведения забойного давления и дебита была написана программа, позволяющая моделировать варианты разработки низкопроницаемых коллекторов с учетом отклонения фильтрации от закона Дарси. Результаты сопоставлены с известными аналитическими решениями и с данными, полученными при эксплуатации таких коллекторов. Результатом работы является инструмент достоверного прогноза работы скважин и кустов, эксплуатирующих низкопроницаемые коллекторы с нарушением закона Дарси, а также способ интерпретации результатов гидродинамических исследований скважин в условиях нелинейности фильтрации.

Ключевые слова: низкопроницаемый коллектор, нелинейная фильтрация, гидродинамические исследования скважин, численное моделирование.

Y. V. Nevmerzhitkiy

Moscow Institute of Physics and Technology (State University)

On well tests features in the low-permeability reservoirs

In this paper, features of wells performance tapping low-permeability reservoir are considered. In these wells, the anomalous bottomhole pressure decline rate is observed and, as a consequence the small cumulative production, reserves-to-production ratio. Several reasons for this phenomenon are considered, arguments for and against each of them are made. Following the examination of these reasons, the hypothesis of nonlinear filtration present in low-permeability reservoirs is adopted. For correct prediction of the bottomhole pressure and fluid rate behaviour, a program is created that allows us to perform computations of reservoir engineering, where filtration does not obey the Darcy law. Obtained results are compared using known analytical solutions and field data. The result of this work is a tool for reliable predictions of wells and pads performance and an interpretation technique of well testing results under nonlinear filtration.

Key words: low-permeability reservoir, nonlinear filtration, well tests, numerical simulation.

1. Введение

В настоящее время перед разработчиками нефтяных пластов все чаще возникают проблемы, связанные с ухудшением структуры нефтяных запасов. Низкопроницаемые пласты, находящиеся в разработке, выделяются рядом свойств, совершенно не характерных для традиционных месторождений. В частности, зоны, в которых в последнее время ведется эксплуатационное бурение, характеризуются большими коэффициентами падения добычи, слабой приемистостью и низкой эффективностью поддержания пластового давления (ППД). Настоящее исследование посвящено анализу причин этого явления с целью обоснования рекомендаций по диагностике аномальных свойств и оптимизации системы разработки подобных объектов.

2. Проблема

Обобщение результатов долговременного мониторинга разработки низкопроницаемых коллекторов, гидродинамических исследований скважин и исследований керна указывают на аномальное поведение нефти в пласте [1]. В частности, поведение логарифмической производной указывает на наступление режима истощения, которое можно объяснить только наличием низкопроницаемых границ в непосредственной близости от скважины. Было рассмотрено несколько причин появления этих границ:

- 1) влияние работы соседних скважин;
- 2) линзовидная структура коллектора;
- 3) уплотнение скелета в процессе разработки;
- 4) отклонение от линейного закона фильтрации.

Характерный масштаб влияния работы соседних скважин составляет порядка половины межскважинного расстояния (порядка 250 м). Однако в рассматриваемом случае влияние границ ощущается на расстояниях, не превышающих 100 м. Поэтому данный фактор исключается из рассмотрения. Геологическими особенностями можно объяснить данный эффект лишь в некоторых случаях, в то время как влияние непроницаемых границ наблюдается в масштабе месторождения. Уплотнение скелета при уменьшении пластового давления не является причиной появления упомянутых границ, так как ввиду малой сжимаемости скелета эффект его влияния слишком мал, чтобы объяснить высокие темпы падения добычи. Единственной корректной гипотезой является нарушение линейного закона фильтрации в низкопроницаемых коллекторах. Обзору работ по этой проблеме и посвящен следующий раздел.

3. Обзор исследований

Проверке и исследованию пределов применимости закона Дарси посвящено значительное число работ отечественных и зарубежных специалистов. В процессе этих исследований показано, что можно выделить верхнюю и нижнюю границы применимости закона Дарси и соответствующие им две основные группы физических явлений.

Верхняя граница определяется причинами, связанными с существенным влиянием инерционных сил, проявляющихся при достаточно высоких скоростях фильтрации. Нижняя граница определяется взаимодействием жидкости с твердым скелетом среды, существенным при достаточно малых скоростях фильтрации, либо наличием у нее сложных реологических свойств. Это объясняется тем, что при очень малых скоростях фильтрации наряду с силами вязкого сопротивления становятся существенными силы сопротивления, связанные с физико-химическим взаимодействием фильтрующихся жидкостей с материалом пористой среды. Учет этих сил приводит к нелинейным законам фильтрации [2].

Фильтрация жидкости начинается в крупных порах, а затем по мере увеличения перепада давления фильтрацией охватываются все более мелкие поры. Таким образом, нарушение линейного закона фильтрации при малых градиентах давления объясняется как комплексным взаимодействием жидкостей (особенно асфальтено-смолистых), так и размерами и свойствами поровых каналов [3].

Для ньютоновской жидкости единственным параметром, характеризующим ее течение, служит коэффициент динамической вязкости (η) — коэффициент пропорциональности в законе вязкого трения Ньютона:

$$\tau = \eta \frac{dw}{dy}, \quad (1)$$

где τ — касательное напряжение сдвига, $\frac{dw}{dy}$ — градиент скорости в направлении, перпендикулярном направлению течения x .

Жидкости, не подчиняющиеся закону трения (1), называются аномальными или неньютоновскими. Неньютоновские жидкости разделяются на три класса: неньютоновские вязкие жидкости, нестационарно реологические жидкости и вязкоупругие жидкости. Жидкости первого класса, в свою очередь, подразделяются на вязкопластичные, псевдопластичные и дилатантные.

Важные работы по фильтрации неньютоновских жидкостей были проведены в Баку А. Х. Мирзаджанзаде и его учениками В. М. Ентовым, М. Г. Бернадинером [4–10]. Так, в работах Ентова [4] получены оценки размеров застойной зоны в случае двумерной фильтрации вязкопластичной несжимаемой жидкости для ряда симметричных конфигураций источников и стоков, а также получено точное решение этой задачи для случая бесконечного ряда источников [5]. Численное решение плоской нестационарной задачи фильтрации с предельным градиентом было проведено в работе [6]. Рассмотрены нестационарные процессы в элементе пятиточечной сетки скважин и в окрестности скважины, находящейся во внешнем потоке. Расчеты проведены для квадратной области, введена равномерная квадратная сетка, использована явная конечно-разностная дивергентная схема второго порядка точности по пространственным переменным. Шаг по времени выбирался из условия устойчивости. Расчетные схемы, описывающие вытеснение жидкости в слоистых пластах при движении, следующем закону фильтрации с начальным градиентом, представлены в [7]. Течение в непосредственной окрестности скважин считается плоскорадиальным. Кроме того, предложена методика определения предельного градиента давления и пластового давления в случае фильтрации с предельным градиентом и приведены примеры ее применения на ряде месторождений [8]. Необходимо отметить, что эта методика применялась для пластов с характерным значением проницаемости порядка 1 Д. В случае низкопроницаемых пластов ее использование было бы затруднено необходимостью проведения длительных исследований.

Обобщение данных результатов, а также теоретические исследования задач о пуске скважины с постоянным дебитом (давлением) при фильтрации в пласте вязкопластичной жидкости с предельным градиентом представлено в работах [2, 9]. Решения представлены для радиального и линейного притока. На сегодняшний день были проведены лабораторные исследования эффектов нелинейной фильтрации (ООО «РН-УфаНИПИнефть», ОАО «ТомскНИПИнефть», НМСУ «Горный») [10, 11]. Однако расхождения в полученных результатах говорят о необходимости повышения точности получаемых параметров. Имеющееся в данных лабораториях стандартное фильтрационное оборудование не позволяет с высокой точностью исследовать эффекты нелинейной фильтрации в стационарном режиме. Для достоверного изучения эффектов нелинейной фильтрации пластового флюида в низкопроницаемом коллекторе при сверхнизких расходах необходима фильтрационная установка со значительно лучшими техническими характеристиками.

В зарубежной литературе имеются результаты экспериментов по изучению характера фильтрации на низкопроницаемых образцах [12, 13]. Так, в работе [12] исследован механизм влияния физико-химических свойств на величину предельного градиента сдвига. Проведен анализ уменьшения предельного градиента сдвига при использовании поверхностно-активных веществ (ПАВ). Для образцов сверхнизкой проницаемости были проведены эксперименты по вытеснению дистиллированной водой, закачиваемой водой, пластовой водой и раствором ПАВ по методу стационарного измерения перепад давления–расход величины предельного градиента сдвига, построены кривые предельный градиент–проницаемость. Значения проницаемостей образцов варьируются от 0.022 до 3.42 мД. Полученные результаты выявляют наличие следующей связи между предельным градиентом и проницаемостью: предельный градиент обратно пропорционален среднему значению проницаемости. Кроме того, большое влияние на значение предельного градиента сдвига оказывают физико-химические свойства флюида, особенно соленость и ингибитор глин.

Для исследования однофазного потока нефти (воды) в образцах со сверхнизкой проницаемостью разработано экспериментальное оборудование [13], для более точного измере-

ния объема флюида был использован капиллярный расходомер. Результаты исследования подтвердили, что однофазный поток нефти (воды) в образцах сверхнизкой проницаемости не подчиняется закону Дарси. Закон движения (построенный в координатах скорость фильтрации–модуль градиента давления) в этом случае выражен нелинейной зависимостью, причем чем ниже проницаемость образца, тем значительнее его отклонение от линейного. Также было указано, что одной из причин нарушения идеального закона фильтрации, помимо неньютоновских свойств и взаимодействия скелета и флюида, является миграция частиц глины. Для образцов со сверхнизкими проницаемостями частицы глины склонны к разбрасыванию, соскабливанию, перемещению по поровым каналам, что может привести к необратимой закупорке и уменьшению проницаемости.

В результате этих экспериментальных работ были предложены две основные кривые течения, не подчиняющегося закону Дарси [14]: квазилинейная зависимость между модулем градиента давления и скоростью фильтрации, а также нелинейная зависимость (рис. 1).

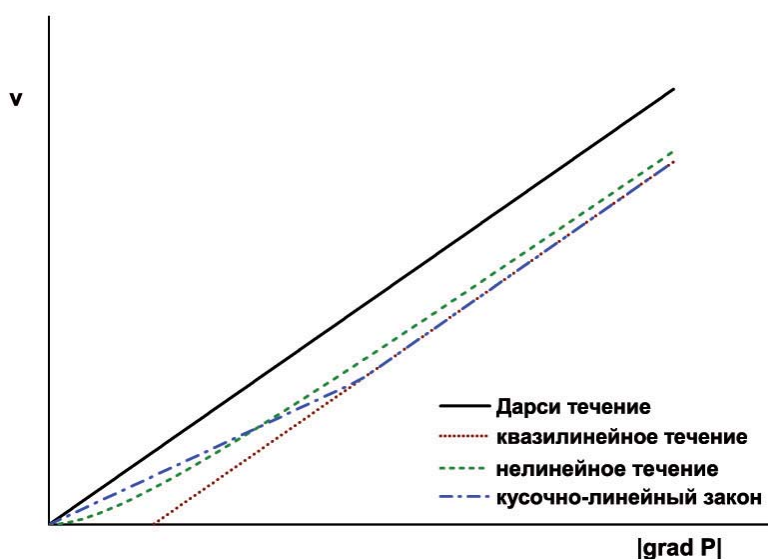


Рис. 1. Кривые течения в низкопроницаемых образцах

На сегодняшний день в коммерческих симуляторах не реализована возможность моделирования фильтрации неньютоновских жидкостей, поэтому возникает необходимость в самостоятельном создании программного комплекса, позволяющего корректно моделировать процессы фильтрации в низкопроницаемых коллекторах.

4. Постановка задачи

Основными задачами, решаемыми в представленном исследовании, являются:

1. Написание и реализация алгоритма, позволяющего моделировать движение в пористой среде жидкостей, для которых уравнение движения по тем или иным причинам не сводится к линейному закону Дарси;
2. Использование алгоритма для анализа информативности гидродинамических исследований в условиях существенного влияния нелинейности процесса фильтрации на результат.

Необходимо отметить, что конкретная форма закона фильтрации является предметом отдельного исследования, посвященного физическому обоснованию отклонения от закона Дарси и выявлению связей между геометрическими и физическими особенностями пласта, реологическими особенностями жидкости и видом закона фильтрации. В данном исследовании закон фильтрации задается как функция скорости фильтрации от градиента дав-

ления. Результатом моделирования является распределение поля давлений в окрестности скважины и корректный прогноз профиля добычи.

5. Алгоритмы, используемые при моделировании

Движение флюидов в пористой среде, возникающее при извлечении углеводородов, описывается законами сохранения массы, импульса и энергии. Однако на практике ввиду сложности применения этих законов используют полуэмпирический подход, основанный на применении закона Дарси вместо уравнения сохранения импульса [15]. Поскольку в условиях большинства низкопроницаемых месторождений вертикальная проницаемость на 2 порядка меньше горизонтальной, фильтрацию в вертикальном направлении можно считать пренебрежимо малой в сравнении с фильтрацией в двух других направлениях. Поэтому моделирование фильтрации осуществлялось для горизонтальной плоскости с координатами x, y . Кроме того, рассматриваются изотермические процессы, температура считается постоянной. Поэтому в основу математической модели однофазной фильтрации положено уравнение сохранения массы:

$$-\operatorname{div} \left(\frac{u}{B} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\varphi}{B} \right) + q \quad (2)$$

и закон Дарси:

$$u = -\frac{k}{\mu} (\nabla p + \rho g). \quad (3)$$

Здесь t — время, u — вектор скорости фильтрации, p — давление, B — объемный коэффициент, φ — пористость, q — объемный расход флюида (отрицательный в случае источника), k — тензор абсолютной проницаемости пористой среды, μ — вязкость флюида, ρ — его плотность в пластовых условиях. Заметим, что в данной задаче пласт располагается горизонтально, поэтому в уравнении (3) второе слагаемое равно 0. Направление осей координат выбирается совпадающим с главными осями тензора проницаемости, поэтому k — диагональный тензор. Подставив уравнение (3) в уравнение (2), получим:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda X \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda Y \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\varphi}{B} \right) + q, \quad (4)$$

где $\lambda X = \frac{k_x}{\mu B}$, $\lambda Y = \frac{k_y}{\mu B}$. В данной работе флюид предполагается слабо сжимаемым, а скелет слабо деформируемым:

$$B = \frac{B^0}{1 + c_f (p - p^0)},$$

$$\varphi = \varphi^0 [1 + c_R (p - p^0)],$$

где c_f — сжимаемость флюида, c_R — сжимаемость скелета, φ^0, B^0 — пористость и объемный коэффициент при некотором характерном давлении p^0 . В результате приходим к следующему уравнению:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda X \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda Y \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \beta \frac{\partial p}{\partial t} + q, \quad (5)$$

где $\beta = \frac{\varphi c_f}{B^0} + \frac{\varphi^0 c_R}{B}$. Для учета отклонения фильтрации от идеального закона вводится множитель α на величину $\frac{k_{x,y}}{\mu}$, который является функцией модуля градиента давления. Данный подход использовался в работе [14] и отражает совокупность физических явлений, лежащих в основе нелинейности фильтрации в низкопроницаемых коллекторах.

Конечно-разностная аппроксимация уравнения (5) имеет вид:

$$TX_{i+1/2,j}^{n+1} \cdot [p_{i+1}^{n+1} - p_i^{n+1}]_j + TX_{i-1/2,j}^{n+1} \cdot [p_{i-1}^{n+1} - p_i^{n+1}]_j + TY_{i,j+1/2}^{n+1} \cdot [p_{j+1}^{n+1} - p_j^{n+1}]_i + TY_{i,j-1/2}^{n+1} \cdot [p_{j-1}^{n+1} - p_j^{n+1}]_i = \frac{V_{i,j}\beta_{i,j}^{n+1}}{\Delta t} (p_{i,j}^{n+1} - p_{i,j}^n) + Q_{i,j}, \quad (6)$$

где $V_{i,j} = \Delta x_i \Delta y_j \Delta z$, $Q_{i,j} = q_{i,j} V_{i,j}$, а коэффициенты межблочной проводимости вычисляются по формулам:

$$TX_{i\pm 1/2,j}^{n+1} = \lambda X_{i\pm 1/2,j}^{n+1} \frac{\Delta y_j \Delta z}{\Delta x_{i\pm 1/2}}, \quad (7)$$

$$TY_{i,j\pm 1/2}^{n+1} = \lambda Y_{i,j\pm 1/2}^{n+1} \frac{\Delta x_i \Delta z}{\Delta y_{j\pm 1/2}}. \quad (8)$$

Стоит обратить внимание на то, что коэффициенты межблочной проводимости (7, 8) как в случае ньютоновской, так и неньютоновской фильтрации зависят от решения, что в последнем случае может привести к сильным нелинейностям. Для учета нелинейностей в данных коэффициентах применен метод Ньютона [15]. В случае фильтрации по квазилинейному закону коэффициент α является негладкой функцией решения. Для сходимости метода Ньютона в данном случае осуществляется сглаживание в окрестности предельного градиента давления.

Уравнение (6) можно записать в виде

$$c_{i,j} p_{i-1,j}^{n+1} + g_{i,j} p_{i,j-1}^{n+1} + a_{i,j} p_{i,j}^{n+1} + b_{i,j} p_{i+1,j}^{n+1} + f_{i,j} p_{i,j+1}^{n+1} = d_{i,j}. \quad (9)$$

При решении конечно-разностного уравнения (9) следует учитывать анизотропию проводимостей вдоль различных направлений, возникающую вследствие нелинейности фильтрации. Для решения такого рода задач используется строго неявный метод Стоуна [16], который в задачах с анизотропией проницаемостей показывал наиболее высокую скорость сходимости по сравнению с другими методами [15]. Этот метод предпочтителен для площадных задач, нежели профильных, и не требует большого объема памяти по сравнению с явными методами.

6. Результаты моделирования

Для проверки используемой численной схемы и программы было проведено сравнение результатов моделирования с известным аналитическим решением задачи о пуске галереи скважин с постоянным забойным давлением. В случае прямолинейно-параллельной фильтрации в пласте вязкопластичной жидкости с предельным градиентом решение данной задачи определяется следующими соотношениями [2, 9]:

$$Q(t) = -\frac{2akh}{\mu} \left(1 + \frac{P_w}{lG}\right), \quad (10)$$

$$\frac{d}{dt} \left[\left(1 + \frac{\mu Q}{3ahk}\right) l^2 \right] = \frac{2Q}{\varphi c_t ahG}, \quad (11)$$

где k , h — проницаемость и толщина пласта, μ — вязкость нефти, P_w — депрессия, Q — дебит скважины, a — длина добывающей галереи, G — предельный градиент, l — граница зоны возмущения. При больших временах граница зоны возмущения асимптотически стремится к $l_\infty = -P_w/G$, дебит стремится к нулю экспоненциально. На рис. 2 приведен график добычи от времени для аналитического решения; точками отмечены результаты, полученные при расчете на сгущающейся сетке с размером ячейки возле скважины 0.25 м. Видно, что полученный результат хорошо согласуется с точным решением,

однако при небольших временах схема немного занижает дебит. Таким образом, тестовые расчеты показывают, что схема и ее реализация позволяют проводить численные расчеты фильтрации неньютоновских жидкостей.

Кроме того, были построены воронки депрессии при разработке низкопроницаемого месторождения с учетом нелинейного закона фильтрации (рис. 3). Результаты дают возможность подтвердить наличие наблюдаемого по гидродинамическим исследованиям скважин (ГДИС) эффекта ограниченности зоны дренирования, причем характерные расстояния до непроницаемых границ, полученные по ГДИС и путем прямого численного моделирования, совпадают. Использование закона фильтрации с предельным градиентом позволяет объяснить отсутствие восстановления давления в некоторых скважинах.

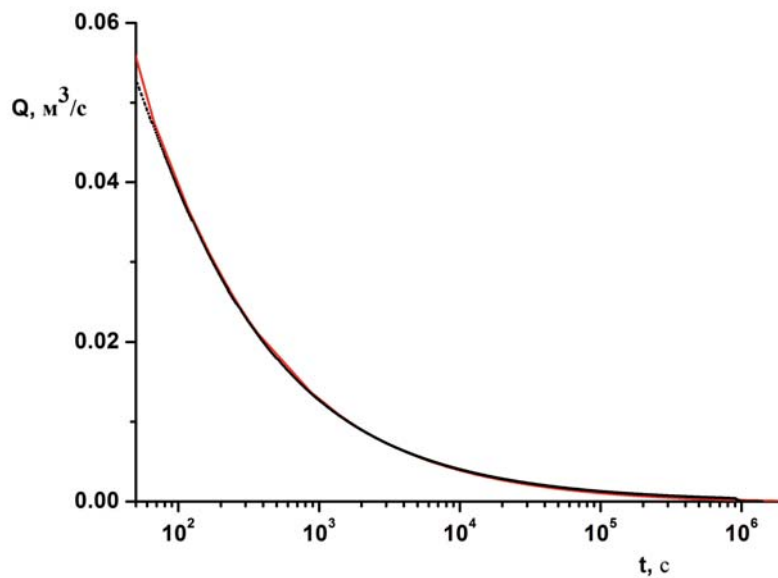


Рис. 2. Сравнение зависимости дебита от времени для аналитического и точного решения

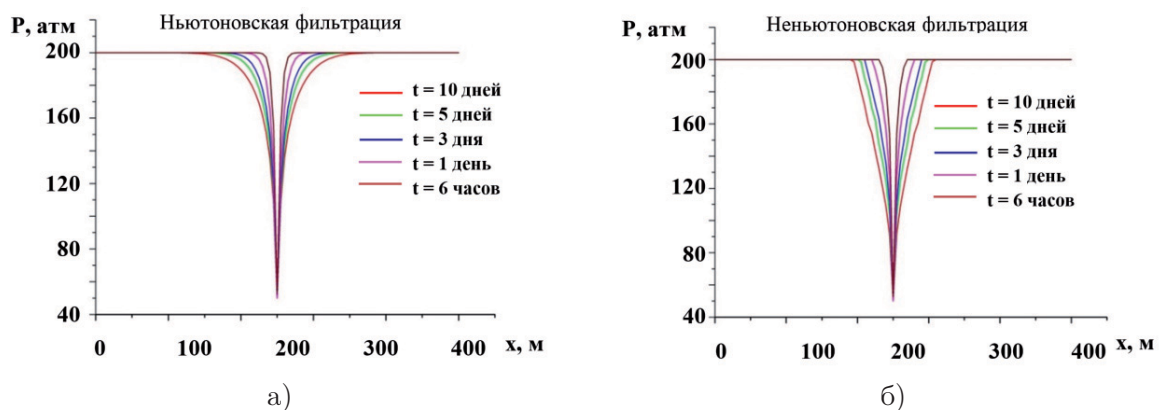


Рис. 3. Воронки депрессии при ньютоновской и неньютоновской фильтрации

На сегодняшний день имеются результаты экспериментов [14] на керне, в которых предложен нелинейный закон фильтрации без предельного градиента (рис. 1, нелинейный закон). Для упрощения аппроксимации данного закона фильтрации было решено использовать кусочно-линейный закон фильтрации (рис. 1). Преимущество данной модели по сравнению с законом фильтрации с предельным градиентом заключается в возможности фильтрации при градиентах давления, меньших критического. Простой анализ кусочно-

линейного закона фильтрации показывает, что при градиентах давления, больших критического, фильтрация линейна, а при градиентах давления, меньших критического, фильтрация тоже линейна, но с кратно меньшей скоростью. Такая постановка задачи схожа с фильтрацией в радиально-композитном пласте. Различие заключается в том, что в случае фильтрации в композитном пласте граница раздела между зонами с разными фильтрационными свойствами неподвижна, а в случае кусочно-линейного закона данная граница движется. Рассматриваемые нами пласты не являются композитными ввиду маловероятности существенного изменения проницаемости по данным геофизических исследований скважин (ГИС). Влияние соседних скважин тоже не может объяснить композитный характер пласта, т.к. влияние границ ощущается на расстояниях, гораздо меньших половины межскважинного расстояния. Поэтому возможный композитный характер результатов ГДИС может быть объяснен кусочно-линейным законом фильтрации в предположении неподвижности границы раздела.

Для проверки применимости композитной модели к упрощенному закону фильтрации был проведен следующий расчет. Рассматривался пласт и скважина, вскрытая трещиной гидроразрыва пласта (ГРП). Все параметры пласта, скважины и трещины такие же, как и в предыдущей задаче. Отличие составляет объемный коэффициент, который в данной задаче равен 1, и пластовое давление, которое составляет 250 атм. Для закона фильтрации использованы следующие параметры: $\alpha_1 = 0.125$, $\alpha_2 = 1$, $\gamma_{\text{крит}} = 0.5$ атм/м, где α_1 и α_2 — множители на коэффициент подвижности при градиентах давления, соответственно больших и меньших предельно градиента $\gamma_{\text{крит}}$.

На рис. 4–5 показаны результаты сопоставления численного решения с решением, построенным по модели композитного пласта. Так, в верхней части рис. 4 представлено сопоставление временной зависимости дебита скважины и накопленного отбора для обеих моделей; в нижней части — зависимость забойного давления от времени. На рис. 5 представлено сравнение кривых давления и логарифмической производной для данных моделей; пунктирной линией отмечен второй радиальный режим. Видно, что численное решение хорошо согласуется с моделью композитного пласта, однако наблюдается расхождение при малых временах, которое связано с эффектом влияния ствола скважины. Таким образом, модель композитного пласта позволяет интерпретировать результаты ГДИС в коллекторах с кусочно-линейным законом фильтрации.

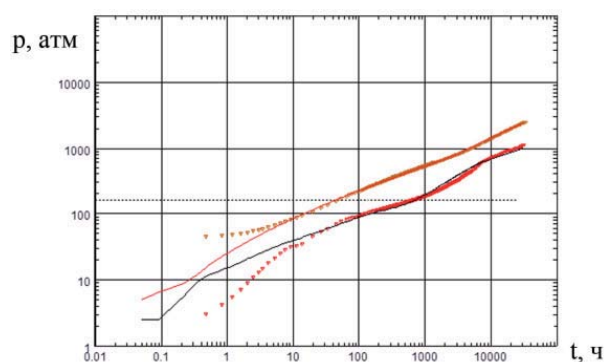


Рис. 4. Давление, расход и накопленный отбор для модели радиального композита и кусочно-линейного закона фильтрации

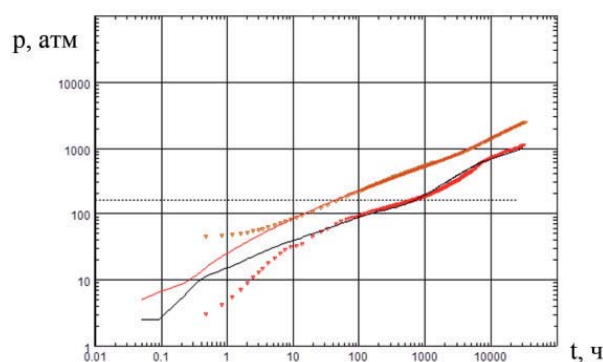


Рис. 5. Давление и логарифмическая производная для модели радиального композита и кусочно-линейного закона фильтрации

Рассмотрим несколько примеров применения экспресс-методики к интерпретации долговременных исследований скважин. Так, на рис. 6–7 представлены результаты интерпретации гидродинамического исследования скважин, разрабатывающих низкопроницаемый пласт, с использованием предложенной методики. Полученные значения проницаемости пласта и полудлины трещины ГРП хорошо согласуются с реальными значениями. Таким

образом, разработанная экспресс-методика позволяет успешно проводить интерпретацию исследований в низкопроницаемых коллекторах.

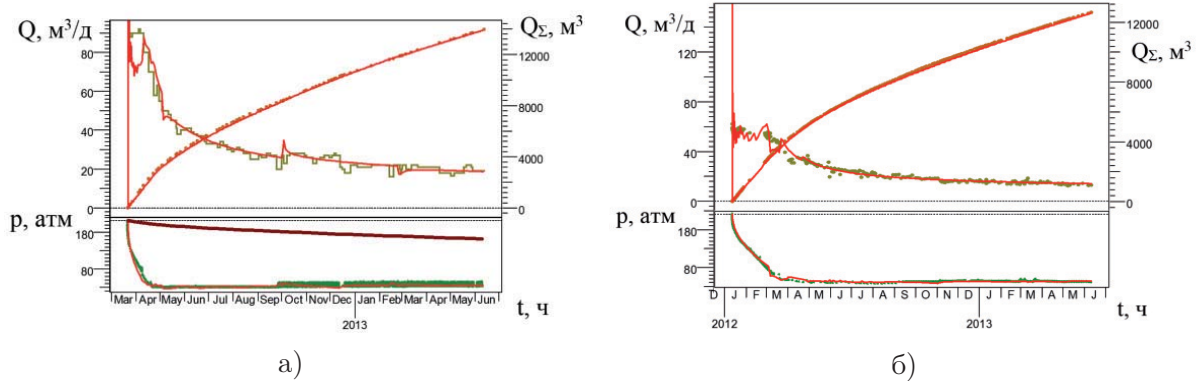


Рис. 6. Давление, расход и накопленный отбор, измеренные во время работы скважины

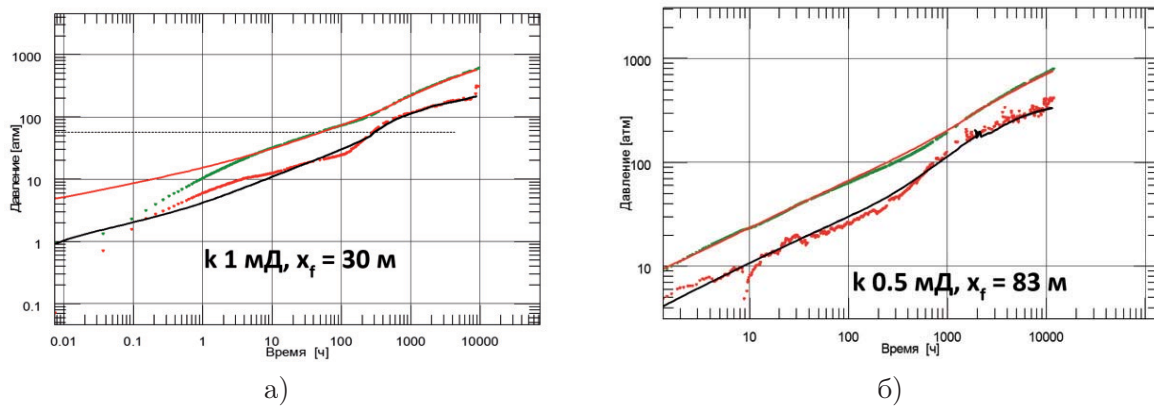


Рис. 7. log–log-диагностика для скважин, эксплуатирующих низкопроницаемый коллектор

7. Заключение

В результате работы была создана программа, позволяющая моделировать движение флюида в пласте, подчиняющееся нелинейному закону фильтрации, конкретная форма которого определяется из отдельных исследований. Модель была верифицирована методом сравнения с известными аналитическими решениями соответствующих задач с получением высокой степени корреляции. Основными результатами моделирования является построение поля давлений в окрестности скважины и прогноз накопленной добычи.

Также были изучены особенности поля давления в низкопроницаемом коллекторе в зонах дренирования пласта добывающими скважинами и эффекты влияния нелинейной фильтрации на результаты гидродинамических исследований.

Созданная программа в ближайшем будущем будет использована при изучении особенностей разработки реальных коллекторов с аномальной низкой проницаемостью. Результаты моделирования будут также применены для корректного расчета вариантов разработки подобных объектов с применением ППД и достоверного расчета профилей добычи и прогнозов рентабельности скважин.

Также был предложен способ интерпретации результатов ГДИС в коллекторах с кусочно-линейным законом фильтрации. Дальнейшими перспективами исследования является анализ применимости модели радиального композитного пласта для кусочно-линейного закона фильтрации, а также изучение и моделирование процессов вытеснения в условиях нелинейной фильтрации и переход к двухфазным моделям.

Литература

1. Кокурина В.В., Кременецкий М.И., Кричевский В.М. Контроль эффективности повторного гидроразрыва пласта по результатам гидродинамических исследований // Каротажник. 2013. № 5. С. 76–101.
2. Басниев К.С., Кочина И.Н., Максимов В.М. Подземная гидромеханика. М.: Недра, 1993.
3. Телков А.П., Грачев С.И. Гидромеханика пласта применительно к прикладным задачам разработки нефтяных и газовых месторождений. Тюмень: ТюмГНГУ, 2009. Часть 1.
4. Ентов В.М. О некоторых двумерных задачах теории фильтрации с предельным градиентом // Прикладная математика и механика. 1967. Т. 31, № 5. С. 820–833.
5. Ентов В.М. Об одной задаче фильтрации с предельным градиентом, допускающей точное решение // Прикладная математика и механика. 1968. Т. 32, № 3. С. 487–492.
6. Ентов В.М., Турецкая Ф.Д. Эффекты неоднородности течения в нелинейной нестационарной фильтрации // Изв. АН СССР. Мех. жидк. и газа. 1977. Т. 12, № 6. С. 877–881.
7. Ентов В.М., Ильяев В.И., Мустафаев С.Д., Рахимов Н.Р. Определение начального градиента давления при движении нефтей в пластовых условиях // Нефтяное хозяйство. 1971. № 9. С. 53–55.
8. Мирзаджанзаде А.Х., Мингареев Р.Ш., Ентов В.М. [и др.]. О нелинейной фильтрации в слоистых пластах // Нефтяное хозяйство. 1972. № 1. С. 44–49.
9. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984.
10. Байков В.А., Колонских А.В., Макатров А.К., Политов М.Е., Телин А.Г. Нелинейная фильтрация в низкопроницаемых коллекторах. Лабораторные фильтрационные исследования керна Приобского месторождения // Научно-технический вестник ОАО «НК Роснефть». 2013. № 2, вып. 31. С. 4–7.
11. Байков В.А., Галеев Р.Р., Колонских А.В., Макатров А.К., Политов М.Е., Телин А.Г., Якасов А.В. Нелинейная фильтрация в низкопроницаемых коллекторах. Анализ и интерпретация результатов лабораторных исследований керна Приобского месторождения // Научно-технический вестник ОАО «НК Роснефть». 2013. № 2, вып. 31. С. 8–12.
12. Fei H., Cheng L.S., Hassan O., Hou J., Liu C.Z., Feng J.D. Threshold Pressure Gradient in Ultra-low Permeability Reservoirs // Petroleum Science and Technology. 2008. V. 26. P. 1024–1035.
13. Baoquan Z., Linsong C., Chunlan L. Threshold Pressure Gradient in Ultra-low Permeability Reservoirs // Petroleum Science and Technology. 2011. V. 80. P. 1–6.
14. Yu R., Bian Y., Zhou S., Wang K., Lü Q., Chen Z. Nonlinear flow numerical simulation of low-permeability reservoir // Journal of Central South University. 2012. V. 19. P. 1980–1987.
15. Азиз Х., Сеттари Э. Математическое моделирование пластовых систем. М.: Недра, 1982.
16. Stone Herbert L. Iterative solution of implicit approximations of multidimensional partial differential equations // SIAM Journal on Numerical Analysis. 1968. V. 5. P. 530–558.

References

1. Kokurina V.M., Kremenetsky M.I., Krichevsky V.M. Rehydrofrac effectiveness control by hydrodynamical surveys. Karotazhnik. 2013. N 5. P. 76–101.

2. *Basniev K.S., Kochina I.N., Maksimov V.M.* Underground hydromechanics. Moscow: Nedra, 1993. (in Russian).
3. *Telkov A.P., Grachev S.I.* Reservoir hydromechanics relating to oil and gas fields development applications. Tyumen: Tyumen state oil and gas university, 2009. Part 1. (in Russian).
4. *Entov V.M.* On some two-dimensional problems of the theory of filtration with a limiting gradient. Applied Mathematics and Mechanics. 1967. V. 31, N 5. P. 820–833. (in Russian).
5. *Entov V.M.* On one problem of filtration with a limit gradient allowing an exact solution. Applied Mathematics and Mechanics. 1968. V. 32, N 3. P. 487–492. (in Russian).
6. *Entov V.M., Turetskaya F.B.* Effects of inhomogeneity of flows in nonlinear nonstationary filtration. Fluid Dynamics. 1977. V. 12, N 6. P. 877–881. (in Russian).
7. *Entov V.M., Il'yaev V.I., Mustafaev S.D., Rakhimov N.R.* Determination of the limiting pressure gradient in-situ. Neftyanoe Khozyajstvo. 1971. N 9. P. 53–55. (in Russian).
8. *Mirzadzhanzade A.Kh., Mingareev R.Sh., Entov V.M. [et al.]* On nonlinear seepage flow in layered reservoirs. Neftyanoe Khozyajstvo. 1972. N 1. P. 44–49. (in Russian).
9. *Barenblatt G.I., Entov V.M., Ryzhik V.M.* Fluids flow through natural rocks. Moscow: Nedra, 1984. (in Russian).
10. *Baikov V.A., Kolonskikh A.V., Makatrov A.K., Politov M.E., Telin A.G.* Nonlinear filtration in low-permeability reservoirs. Laboratory core examination for Priobskoye oilfield. Nauchno-technicheskiy vestnik OAO «NK Rosneft». 2013. N 2, I. 31. P. 4–7. (in Russian).
11. *Baikov V.A., Galeev R.R., Kolonskikh A.V., Makatrov A.K., Politov M.E., Telin A.G., Yakasov A.V.* Nonlinear filtration in low-permeability reservoirs. Analysis and interpretation of laboratory core examination for Priobskoye oilfield. Nauchno-technicheskiy vestnik OAO «NK Rosneft». 2013. N 2, I. 31. P. 8–12. (in Russian).
12. *Fei H., Cheng L.S., Hassan O., Hou J., Liu C.Z., Feng J.D.* Threshold Pressure Gradient in Ultra-low Permeability Reservoirs. Petroleum Science and Technology. 2008. V. 26. P. 1024–1035.
13. *Baoquan Z., Linsong C., Chunlan L.* Threshold Pressure Gradient in Ultra-low Permeability Reservoirs. Petroleum Science and Technology. 2011. V. 80. P. 1–6.
14. *Yu R., Bian Y., Zhou S., Wang K., Lü Q., Chen Z.* Nonlinear flow numerical simulation of low-permeability reservoir. Journal of Central South University. 2012. V. 19. P. 1980–1987.
15. *Aziz Kh., Settari A.* Petroleum reservoir simulation. Moscow: Nedra, 1982. (in Russian).
16. *Stone Herbert L.* Iterative solution of implicit approximations of multidimensional partial differential equations. SIAM Journal on Numerical Analysis. 1968. V. 5. P. 530–558.

Поступила в редакцию 03.05.2017