

УТВЕРЖДЕНО
Проректор по учебной работе
А. А. Воронов
15 января 2021 года

ПРОГРАММА

по дисциплине: Основы современной физики
по направлению подготовки: 03.03.01 «Прикладные математика и физика»
физтех-школа: ЛФИ (только группы 2-82X)
кафедра: общей физики
курс: 3
семестр: 6

Трудоёмкость:

теор. курс: вариативная часть – 3 зачет. ед.;

физ. практикум: вариативная часть – 2 зачет. ед.;

лекции – 30 часов

Экзамен – 6 семестр

практические (семинарские)

занятия – 30 часов

Диф. зачёт – 6 семестр

лабораторные занятия – 30 часов

ВСЕГО АУДИТОРНЫХ ЧАСОВ – 90 Самостоятельная работа –
теор. курс – 45 часов
физ. практикум – 60 часов

Программу и задание составили:

к.ф.-м.н., доц. В. Н. Глазков

д.ф.-м.н., проф. РАН Э. В. Девятов

д.ф.-м.н. Я. В. Фоминов

д.ф.-м.н. А. Ю. Кунцевич

Программа принята на заседании кафедры
общей физики 4 декабря 2020 г.

Заведующий кафедрой
д.ф.-м.н., профессор

А. В. Максимычев

План лекций

1. Структура и колебания кристаллических решёток. Кристалл как система с трансляционной симметрией. Представление о решётке Браве, элементарной ячейке, симметрии кристалла. Обратная решётка, вектор обратной решётки. Дифракция на кристалле, связь условия Брэгга с вектором обратной решётки. Упругие колебания в цепочках. Эквивалентность волн с волновыми векторами, отличающимися на вектор обратной решётки. Первая зона Бриллюэна.
2. Теплоёмкость твёрдого тела. Модель Дебая. Колебания решётки, оптические и акустические моды, положение звуковых колебаний в фоннном спектре. Подсчёт полного числа колебаний. Модель Дебая и модель Эйнштейна. Вычисление теплоёмкости в модели Дебая, характерная величина температуры Дебая, низкотемпературный закон T^3 .
3. Электронный ферми-газ. Принцип Паули. Распределение Ферми. Идеальный ферми-газ, энергия и импульс Ферми. Плотность состояний. Энергия и теплоёмкость идеального ферми-газа. Квазичастичное описание ферми-газа: электронные и дырочные возбуждения. Роль взаимодействия частиц в ферми-газе, представление о ферми-жидкости. Изменение спектра электрона в периодическом потенциале в модели слабой связи, энергетические зоны. Причина образования запрещённых зон: дифракция Вульфа–Брегга электронов на решётке.
4. Электроны в кристалле. Приближение сильной связи. Зонная структура, разрешённые и запрещённые зоны, связь заполнения зон с проводимостью. Поверхность Ферми для электронов в кристалле. Понятие эффективной массы.
5. Кинетические и электрические явления в твёрдых телах и металлах. Длина и время свободного пробега. Фоннная и электронная теплопроводность. Процессы переброса в трёхфоннных процессах. Зависимость вкладов различных процессов в теплопроводность от температуры. Связь электропроводности и длины (времени) свободного пробега. Электрон-электронные, электрон-фоннные столкновения и рассеяние на примесях. Правило Маттисена, закон Блоха–Грюнайзена. Электронная теплопроводность. Качественное различие механизмов релаксации энергии и импульса электронов в процессах тепло- и электропроводности, закон Видемана–Франца. Термо-ЭДС.
6. Объёмные полупроводники. Зона проводимости, валентная и запрещенная зоны для полупроводника. Электронные и дырочные возбуждения в полупроводниках. Эффективная масса носителя заряда. Положение уровня химпотенциала в полупроводниках, «правило рычага». Электропроводность полупроводников. Примесные донорные и

акцепторные уровни в слаболегированных полупроводниках, оценка энергии мелких примесных уровней. Положение уровня химпотенциала в слаболегированном полупроводнике.

7. Методы изучения спектров колебаний и свойств ферми-поверхности в твёрдых телах. Экспериментальные методы изучения спектров колебаний и структуры кристаллов. Комбинационное рассеяние света. Упругое и неупругое рассеяние рентгеновских лучей и нейтронов. Метод ARPES (фотоэмиссия с угловым разрешением). Парамагнетизм Паули. Уровни Ландау: циклотронный резонанс, осцилляции де Гааза, их связь с геометрией поверхности Ферми.
8. Сверхтекучесть. Магнитные свойства сверхпроводников (I рода). Термодинамика сверхпроводников. Сверхтекучесть ^4He : λ -точка, спектр квазичастиц, фононы и ротоны. Критерий Ландау. Двухжидкостная модель. Термодинамика сверхпроводников. Критическая температура и критическое магнитное поле. Магнитные свойства сверхпроводников, эффект Мейсснера. Энтропия сверхпроводящего состояния. Скачок теплоемкости при переходе в сверхпроводящее состояние.
9. Электродинамика сверхпроводников. Основы микроскопии сверхпроводников. Сверхпроводники II рода. Уравнение Лондонов. Количественное описание эффекта Мейсснера, глубина проникновения. Квантовое обобщение уравнения Лондонов, квантование магнитного потока. Основы микроскопии сверхпроводников. Куперовские пары и сверхпроводящий конденсат. Плотность состояний и щель в спектре. Длина когерентности. Сверхпроводники II рода. Вихри Абрикосова, критические поля сверхпроводника II рода, смешанное состояние.
10. Энергетические диаграммы для квазичастичного тока в контактах сверхпроводников. Эффект Джозефсона. Квазичастичное туннелирование, энергетические диаграммы. Эффект Джозефсона (стационарный и нестационарный). Резистивная модель. Джозефсоновская генерация. Сквид.
11. Контактные явления в полупроводниках. p - n -переход. Изгиб зон при контакте двух полупроводников. Гетеропереход, образование квантовой ямы. Использование гетероструктур для формирования низкоразмерных электронных систем, критерии низкоразмерности.
12. Низкоразмерные электронные системы. Двумерные системы – приближение прямоугольной квантовой ямы, спектр. Одномерные системы – спектр, квантование проводимости. Взаимодействие частиц в низкоразмерных системах: вигнеровский кристалл, неприменимость модели ферми-жидкости в одномерных системах. Двумерный электронный газ в квантуемом магнитном поле, уровни Ландау. Спектр и

кратность вырождения уровней Ландау. Основные экспериментальные факты о целочисленном КЭХ, метрологическая значимость.

13. Магнитный порядок в кристаллах и квазичастичные возбуждения в магнетиках. Классификация магнетиков: парамагнетики, диамагнетики, ферромагнетики и антиферромагнетики. Магнитный порядок в кристаллах, обменное взаимодействие как причина его возникновения. Фазовый переход в магнитоупорядоченное состояние. Модель молекулярного поля. Закон Кюри–Вейса. Спиновые волны в ферромагнетике, их спектр и вклад в низкотемпературную намагниченность и теплоёмкость ферромагнетика. Отличие спектра спиновых волн в ферро- и антиферромагнетике. Антиферромагнетик в магнитном поле, насыщение в сильном магнитном поле. Описание поля насыщения антиферромагнетика как конденсации возбуждений насыщенной фазы.

14. Актуальные задачи физики конденсированного состояния.

Литература

Основная литература

1. Киттель Ч. Введение в физику твёрдого тела. Москва : Наука, 1978.
2. Морозов А.И. Элементы современной физики твердого тела. Москва : ИД «Интеллект», 2015.
3. Халатников И.М. Теория сверхтекучести. Москва : Наука, 1971 [§ 1, 2, 4].
4. Шмидт В.В. Введение в физику сверхпроводников. М.: МЦНМО, 2000 [§ 1-6, 8, 20-22, 25, 26, 45].
5. Демиховский В.Я., Вугальтер Г.А. Лекции по физике низкоразмерных систем. Физика квантовых низкоразмерных структур. Москва : Логос, 2000 [гл.1, § 5.1.1, 6.1, 6.2.].

Методические пособия по курсу (доступны на сайте МФТИ)

1. Девятов Э.В. Основы физики низкоразмерных систем и режима квантового эффекта Холла учебно-методическое пособие. Москва : МФТИ, 2015.
2. Глазков В.Н. Методы изучения структуры и колебаний кристаллов учебно-методическое пособие. Москва : МФТИ, 2016.
3. Морозов А.И. Электронная ферми-жидкость в металлах : учебно-методическое пособие. Москва : МФТИ 2016.
4. Фоминов Я.В., Щелкачёв Н.М. Эффект Джозефсона : учебно-методическое пособие. Москва : МФТИ, 2010.
5. Щелкачёв Н.М., Фоминов Я.В. Электрический ток в наноструктурах: кулоновская блокада и квантовые точечные контакты : учебно-методическое пособие. Москва : МФТИ, 2010.
6. Бурмистров И.С. Введение в теорию целочисленного квантового эффекта Холла, Москва : МФТИ, 2015.

Дополнительная литература

1. Овчинкин В.А., Раевский А.О., Ципенюк Ю.М. Сборник задач по общему курсу физики. Ч.3. Москва : Физматкнига, 2009 [Приложение II].

2. Долгополов В.Т. Целочисленный квантовый эффект Холла и сопряжённые с ним явления // Успехи физических наук. 2014. Т. 184. С. 113–136.
3. Девятков Э.В. Краевые состояния в режимах целочисленного и дробного квантовых эффектов Холла // Успехи физических наук. 2007. Т. 177. С. 207–227.
4. Морозов А.И. Физика твёрдого тела. Кристаллическая структура. Фононы. Москва : МИРЭА, 2010;
5. Морозов А.И. Физика твёрдого тела. Электроны в кристалле. Металлы. Полупроводники. Диэлектрики. Магнетики. Сверхпроводники. Москва : МИРЭА, 2008. (Сайт кафедры.)
6. Белонучкин В.Е., Заикин Д.А., Ципенюк Ю.М. Основы физики. Т. 2. Москва : Физматлит, 2007.
7. Ципенюк Ю.М. Основы сверхпроводимости. Москва : МФТИ, 1996.
8. Кириченко Н.А. Квантовая физика конденсированных систем : учеб. пособие. – Москва : МФТИ, 2012.

ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
для студентов 3-го курса ЛФИ (только группы 2-82Х)
на весенний семестр 2020-2021 учебного года

№ сем.	Даты	Темы семинарских занятий	Задачи для решения		
			Группа «0»	На семинар*	На дом
1	01.02–06.02	Структура и колебания кристаллической решётки, фононы	0-1-1 0-1-2	2.1, Т1-1, 2.16, Т1-2	Т1-3, 2.20, Т1-4, 2.62, 2.77, 2.72
2	08.02–13.02	Теплоёмкость твёрдого тела. Модель Дебая.	0-2-1 0-2-2	2.21, 2.34, 2.54, 2.74	2.27, Т2-1, 2.47, Т2-2, 2.58, 2.75
3	15.02–22.02	Электронный ферми-газ.	0-3-1 0-3-2	3.13, 3.5, 3.22, Т3-1	3.44, 3.53, 3.59, 3.87, 3.61, 3.28
4	01.03–06.03	Зонная структура	0-4-1 0-4-2	3.1, Т4-1, 3.35, 3.37	3.38, 3.85, 3.57, 4.54, Т4-2, Т4-3
5	08.03–13.03	Кинетические и электрические явления в твёрдых телах и металлах	0-5-1 0-5-2	3.65, 3.75, 3.9, Т5-1, 3.74	2.65, 3.77, 3.79, 3.80, Т5-2, 3.88
6	15.03–20.03	Объёмные полупроводники	0-6-1 0-6-2	4.2, 4.40, 4.25, 4.21	4.7, Т6-1, 4.50, 4.12, 4.11, Т6-2

7	22.03– 27.03	Контрольная работа (по семинарским группам)			
8	29.03– 04.04	Сдача 1-го задания			
9	05.04– 10.04	Электродинамика сверхпроводников. Основы микроскопии сверхпроводников.	0-9-1 0-9-2	T9-1, T9-2, T9-3, 5.11	5.4, 5.7, T9-4, T9-5, T9-6, T9-7
10	12.04– 17.04	Энергетические диаграммы для квазичастичного тока в контактах сверхпроводников. Эффект Джозефсона.	0-10-1 0-10-2	T10-1, T10-2, T10-3	T10-4, T10-5, T10-6, T10-7
11	19.04– 24.04	Контактные явления в полупроводниках.	0-11-1 0-11-2	4.24, 4.18, T11-1	4.16 , 4.20, T11-2 , T11-3, T11-4
12	26.04– 01.05	Низкоразмерные электронные системы	0-12-1 0-12-2	T12-1, T12-2, 4.45	4.48, 4.30, T12-3, T12-4, T12-5, T12-6
13	27.04– 02.05	Магнитный порядок в кристаллах. Спиновые волны и их квантование.	0-13-1 0-13-2	T13-1, T13-2, T13-3, T13-4	T13-5, T13-6, T13-7, T13-8, T13-9
14	03.05– 08.05	Контрольная работа (по семинарским группам)			
15	10.05– 15.05	Сдача второго задания			
16	17.05– 22.05	Зачётная неделя			

* - Рекомендованные к разбору задачи, на семинаре разбираются задачи из предложенных или аналогичные по выбору семинариста.

Примечание

Задачи из группы «0» решаются студентами перед семинаром для ознакомления с темой недели, условия задач приведены ниже.

Номера задач соответствуют разделу «Строение вещества» Сборника задач по общему курсу физики. Ч. 3 / под ред. В.А. Овчинкина. М.: МФТИ, 2009.

Номера задач, начинающиеся с буквы «Т», соответствуют текстовым задачам из списка ниже.

Задачи группы «0»

0-1-1 Оценить максимальную частоту акустического фонона в кристалле серебра. Кристаллическая решётка гранцентрированная кубическая с периодом $a=4.1 \text{ \AA}$, скорость звука $s=3.7 \text{ км/с}$.

0-1-2 Найти три наименьших длины векторов обратной решётки для простой кубической решётки с периодом a .

0-2-1 Оценить величину температуры Дебая для алмаза. Скорость звука $s=20 \text{ км/с}$, расстояние между ближайшими атомами углерода $d=1.54 \text{ \AA}$.

0-2-2 Во сколько раз отличаются количества теплоты, необходимые для увеличения на 1% температуры адиабатически изолированного кристалла кремния от начальных температур $T_1=100 \text{ мК}$ и $T_2=10 \text{ К}$. Температура Дебая для кремния $\theta=640 \text{ К}$.

0-3-1 Оценить величину температуры вырождения для электронов в металле с концентрацией свободных электронов $n=10^{22} \text{ 1/см}^3$.

0-3-2 Найти отношение длины фермиевского волнового вектора к минимальному расстоянию от точки $k=0$ до границы первой зоны Бриллюэна для металла с простой кубической решёткой и одним свободным электроном на элементарную ячейку.

0-4-1 В модельном одномерном кристалле законы дисперсии электрона в двух нижних энергетических зонах имеют вид $E_1(k)=A \times \sin^2(ka/2)$ и $E_2(k)=A \times (1-0.1 \cos(ka))$, где a — период кристалла и $A>0$. Определить, будет ли данный кристалл проводником или диэлектриком, если на элементарную ячейку приходится: (а) один электрон, (б) два электрона.

0-4-2 В модельном одномерном кристалле энергия электрона зависит от его волнового вектора по закону $E(k)=A \times \sin^4(ka/2)$, где a — период кристалла и $A>0$. Найти фермиевский волновой вектор и энергию Ферми, если на элементарную ячейку приходится один свободный электрон. Построить график $E(k)$ и отметить на нем заполненные при $T=0$ состояния. Взаимодействие электронов друг с другом не учитывать.

0-5-1 Образец соединен с холодной ступенью криостата, поддерживаемой при температуре $T_0=100 \text{ мК}$, хладопроводом из тонкой проволоочки, сопротивление которой равно $R=1 \text{ Ом}$. Пользуясь законом Видемана–Франца, оценить, какую мощность можно непрерывно

выделять в образце, чтобы его температура не повысилась, больше чем на $\Delta T=10$ мК.

0-5-2 Во сколько раз изменится теплопроводность сапфира при изменении температуры от $T_1=10$ К до $T_2=2$ К? Температура Дебая для сапфира $\Theta=1040$ К.

0-6-1 В кремнии ширина запрещенной зоны равна $\Delta = 1.14$ эВ. Оценить, во сколько раз увеличится проводимость кристалла чистого кремния при нагреве от $T_1=300$ К до $T_2=350$ К.

0-6-2 Электрон и дырка в полупроводнике могут образовать водородоподобное связанное состояние, характерный размер которого много больше межатомного расстояния (экситон Ванье). Оценить энергию связи и характерный размер экситона в основном состоянии. Эффективную массу электрона и дырки считать равными $m^*=0.1$ от массы свободного электрона, диэлектрическая проницаемость материала $\epsilon=10$.

0-9-1 Оценить максимальный ток, который может протекать через индиевую проволочку диаметром $d=100$ мкм, не разрушая сверхпроводимость. Критическое поле для индия при $T=0$ равно $H_c=280$ Э.

0-9-2 На кварцевый стержень диаметром $d=10$ мкм напылён слой свинца ($T_c=7.2$ К), толщина которого много больше лондоновской глубины проникновения. Оценить, чему должна быть равна напряженность магнитного поля, приложенного параллельного оси стержня при $T>T_c$, чтобы при переходе в сверхпроводящее состояние был захвачен магнитный поток, равный кванту потока Φ_0 .

0-10-1 При приложении какого напряжения начнёт течь ток в туннельном контакте между сверхпроводящим свинцом ($T_c=7.2$ К) и нормальным металлом? Температура $T \ll T_c$.

0-10-2 При каком напряжении на джозефсоновском контакте в нём будут генерироваться электромагнитные волны с длиной волны $\lambda=3$ см?

0-11-1 Чему равен уровень химпотенциала в полупроводнике с легированием акцепторными примесями при $T=0$? Считать энергию «потолка» валентной зоны равной нулю, ширина запрещенной зоны Δ , расстояние от примесного уровня до «дна» зоны проводимости δ .

0-11-2 Найти потенциал плоской границы контакта полупроводников на p - n -переходе при $T=0$, если концентрация донорных примесей в 10 раз больше, чем концентрация акцепторных. Оба полупроводника получены легированием кремния ($\Delta = 1.1$ эВ), примесные уровни близки к

валентной зоне (p) или зоне проводимости (n). Считать нулевым потенциал полупроводника n -типа.

0-12-1 При изучении двумерного электронного газа в графене или гетероструктурах часто используют дополнительный электрод («затвор»), который создаёт перпендикулярное плоскости газа электрическое поле, притягивающее или выталкивающее электроны из внешней цепи. Это позволяет регулировать концентрацию электронов. В опыте такого типа при приложении электрического поля перпендикулярно плоскости графена энергия Ферми электронов оказалась равна $E_F=0.1$ эВ. Найти поверхностную плотность электронов в графене в этом опыте. Спектр электронов вблизи точки Дирака $E(\vec{k}-\vec{k}_0) = \hbar c^* |\vec{k}-\vec{k}_0|$, $c^* = 10^8$ см/с.

0-12-2 Вычислить энергетическое расстояние между нижними уровнями размерного квантования для двумерного электронного газа в Si и GaAs в приближении прямоугольной потенциальной ямы с бесконечно высокими потенциальными стенками в направлении, нормальном к плоскости двумерного электронного газа. Эффективная масса электрона m^* в GaAs и Si составляет 0.067 и 0.19 масс свободного электрона соответственно. Ширину ямы принять равной $d=20$ нм. Сравнить полученное значение с характерными температурами – комнатной (300 К), температурой жидкого азота (77 К), температурой жидкого гелия (4.2 К).

0-13-1 Оценить, при какой температуре диполь-дипольное взаимодействие атомных магнитных моментов могло бы привести к возникновению упорядоченной магнитной структуры. Для оценки принять магнитный момент атомов равным μ_B , расстояние между атомами $d=4$ Å.

0-13-2 Спектр длинноволновых элементарных возбуждений ферромагнетика (спиновых волн) $\omega(k)=Ak^2$. Определить зависимость от температуры вклада спиновых волн в теплоёмкость трёхмерного ферромагнетика.

Текстовые задачи

T1-1 Для базоцентрированной ромбической решётки с параметрами решётки a , $b=2a$, c построить обратную решётку, выделить первую зону Бриллюэна, найти объём первой зоны Бриллюэна и сравнить с объёмом элементарной ячейки исходной ромбической решётки.

T1-2 В модельной одномерной цепочке, содержащей атомы двух сортов, возбуждены колебания с волновым вектором $k=\pi/(2a)$, где a – период цепочки (расстояние между одинаковыми атомами). Оказалось, что амплитуды колебаний атомов разных сортов в одной из мод

колебаний отличаются в $\sqrt{2}$ раз. Найти отношение масс атомов. В какой ветви спектра реализуется эта ситуация?

T1-3. Геологическая экспедиция обнаружила новый минерал, обнаруженные образцы имеют естественную кубическую огранку. При изучении рентгеновской дифракции на порошковом образце (схема Дебая–Шерера) обнаружено, что при падении на образец рентгеновского излучения с длиной волны $\lambda=0.71\text{Å}$ (K_{α} - линия молибдена) первые три кольца дифракционной картины соответствуют отклонениям излучения на углы $\varphi_1=(10\pm 1)^{\circ}$, $\varphi_2=(15\pm 1)^{\circ}$ и $\varphi_3=(21\pm 1)^{\circ}$ от направления падения пучка. Определить, к какой из кубических решёток относится кристаллическая решётка этого минерала, и найти сторону кубической элементарной ячейки.

T1-4 В приближении «ближайших соседей» закон дисперсии фононов $\omega(k)$ в зоне Бриллюэна является монотонно возрастающей функцией. При учёте взаимодействия с соседями, следующими за ближайшими, это уже не всегда так. Например, в свинце в направлении [100] (вдоль ребра элементарного куба) частота фононов достигает максимума при $k_0 = 0.8k_{\text{Бр}}$, где $k_{\text{Бр}}$ – волновое число, соответствующее границе зоны Бриллюэна в этом направлении. Скорость продольного звука в этом направлении составляет $s=2.2\times 10^5$ см/с. Используя модель одномерной цепочки, найти силовые постоянные для первых и вторых соседей. Свинец кристаллизуется в ГЦК-решётку с $d=4.95$ Å. Периодом одномерной цепочки считать расстояние между соседними параллельными плоскостями, перпендикулярными направлению [100].

T2-1 В кристалле поваренной соли NaCl при температуре 10 К теплоёмкость единицы объёма $C = 23.1\times 10^3$ эрг/(К·см³). Оценить усреднённую скорость звука в кристалле и его дебаевскую температуру. Постоянная решётки $d=0.563$ нм.

T2-2 Следуя приближениям модели Дебая, определить отношение теплоёмкостей образцов хрома и золота одного объёма при температурах $T_1=150$ К и $T_2=15$ К. Плотности хрома и золота равны $\rho_{\text{Cr}}=7.15$ г/см³ и $\rho_{\text{Au}}=19.3$ г/см³, температуры Дебая $\Theta_{\text{Cr}} = 606$ К и $\Theta_{\text{Au}} = 162$ К. Кристаллическая решётка хрома — ОЦК, золота – ГЦК, в обоих случаях в примитивной ячейке содержится один атом.

Указание: значение функции $f(\xi) = 3\xi^3 \int_0^{1/\xi} \frac{x^4 e^x}{(e^x - 1)^2} dx$ приближённо равно

0.50 для $\xi = 0.25$ и 0.94 для $\xi = 0.93$.

T3-1 Найти радиус нейтронной звезды с массой M , равной двум массам Солнца, и температурой не выше $T=10^9$ К. Радиационным давлением пренебречь.

T4-1 Оценить, с точки зрения зонной структуры будут ли диэлектриком или металлом следующие вещества: медь, алмаз, висмут.

T4-2 Однородная цепочка (период a) одновалентных атомов формирует одномерный проводник. Известно, что при некоторой температуре в такой цепочке происходит фазовый переход (пайерлсовский переход), при котором атомы поочередно смещаются влево и вправо вдоль цепочки (смещение n -го атома $u_n = (-1)^n \delta$, $\delta \ll a$) и период цепочки удваивается (цепочка димеризуется). В рамках приближения слабой связи объяснить (качественно), почему средняя энергия электронов в димеризованной цепочке оказывается ниже, чем в однородной? Как изменятся проводящие свойства системы после димеризации?

T4-3 При фотоэффекте в металле возможно резонансное увеличение фототока, если после поглощения кванта света электрон попадет точно на следующую ветвь спектра: такой электрон может распространяться в кристалле на большое расстояние, и вероятность того, что электрон достигнет поверхности, сохранив избыточную энергию, увеличивается. Эта возможность используется в методе ARPES для изучения спектра электронов в металле. Считая взаимодействие электронов с кристаллом слабым, определить для металла с простой кубической решеткой минимальную энергию кванта света, для которой такой процесс возможен. Считать, что каждый атом отдает один электрон в зону проводимости, эффективная масса равна массе свободного электрона, энергия Ферми равна 3 эВ.

T5-1 На какой максимальный угол может отклониться электрон при поглощении фотона в одновалентном металле с простой кубической решеткой, хорошо описываемом моделью Дебая и моделью свободных электронов.

T5-2 При изучении сопротивления индия с очень малой концентрацией примесей (RRR порядка 100000) было обнаружено, что при охлаждении от $T_1=4$ К до $T_2=3$ К сопротивление образца уменьшилось в 2 раза. Определить отношение $R(100 \text{ мК})/R(4\text{К})$.

T6-1 В непрямозонном полупроводнике с малым смещением дна зоны проводимости относительно потолка валентной зоны эффективные массы электронов и дырок одинаковы ($m_e=m_h$), а определенная из измерения температурной зависимости сопротивления ширина запрещенной зоны равна Δ . При изучении внутреннего фотоэффекта при низких

температурах в видимой части спектра в образце этого полупроводника обнаружен резкий рост проводимости при некоторой энергии кванта света $E > \Delta$. Считая, что форму дна зоны проводимости и потолка валентной зоны можно описывать квадратичной параболой, оценить по этим данным расстояние в k -пространстве между минимумом энергии в зоне проводимости и максимумом энергии в валентной зоне.

T6-2 При легировании образца кремния донорными примесями с концентрацией $N_d = 10^{16} \text{ см}^{-3}$ оказалось, что ток дырок при температуре $T = 600 \text{ К}$ уменьшился в $\gamma = 3$ раза по сравнению со случаем нелегированного образца при той же температуре. Найти долю ионизованных примесей при температуре $T = 600 \text{ К}$, если эффективные массы электронов и дырок равны $m_n^* = 1.08m_0$ и $m_p^* = 0.56m_0$, ширина запрещенной зоны при данной температуре равна $E_g = 1.05 \text{ эВ}$. Подвижность дырок считать постоянной.

T9-1 В сверхтекучем гелии минимум отношения $\mathcal{E}(p)/p$ достигается вблизи от ротонного минимума, который описывается следующими параметрами: $\Delta/k_B = 8.6 \text{ К}$, $p_0/\hbar = 1.9 \cdot 10^8 \text{ см}^{-1}$. Пользуясь критерием Ландау, найти критическую скорость $V_{\text{кр}}$, ниже которой гелий должен течь без трения.

T9-2 Для сверхтекучего гелия в полости между двумя коаксиальными цилиндрами радиусов a и b ($a < b$) возможны вихревые состояния с целым числом n квантов циркуляции. Найти энергию одноквантового ($n = 1$) вихревого состояния (в расчёте на единицу длины цилиндра). Считать заданной массу атомов гелия m и их концентрацию ρ_0 .

T9-3 Как показали опыты Мейсснера и Оксенфельда, магнитная индукция внутри сверхпроводника равна нулю (речь идёт о сверхпроводниках первого рода). Это означает, что сверхпроводник – это не тоже самое, что идеальный проводник, хотя в обоих случаях сопротивление равно нулю. Убедитесь в том, что состояние идеального проводника (который ведёт себя как идеальный диамагнетик) в магнитном поле зависит от предыстории. Для этого рассмотрите два пути перевода идеально проводящего шарика в состояние ($T < T_c$, $H > 0$): а) сначала шарик охлаждается, затем включается магнитное поле и б) поле включается до охлаждения. Результат представьте в виде рисунка магнитных силовых линий в обоих случаях. Что будет в случае сверхпроводника?

T9-4 Длинный цилиндр из сверхпроводника второго рода, у которого нижнее критическое поле $H_{c1} = 400 \text{ Э}$, помещён в магнитное поле $H = 500 \text{ Э}$, параллельное его оси, и при этом его намагниченность

составила половину того значения, которое было при $H = H_{c1}$. Найти расстояние между вихрями Абрикосова a в этом поле, учитывая, что вихри образуют регулярную треугольную решётку.

Т9-5 По бесконечной сверхпроводящей плёнке толщины d ($-d/2 < x < d/2$) течёт заданный сверхпроводящий ток I (на единицу длины поперёк направления тока). Найдите распределение магнитного поля и сверхпроводящего тока внутри плёнки.

Т9-6 Индуктивность участка электрической цепи обычно определяется по величине энергии магнитного поля F_M , возникающего при протекании

заданного тока I по этому участку: $F_M = \int \frac{H^2}{8\pi} dV = \frac{L^M I^2}{2c^2}$, интеграл здесь

берётся по всему пространству. Эту индуктивность будем называть *магнитной*. Часть магнитной индуктивности связана с полем во внешнем пространстве и от свойств проводника не зависит (определяется только геометрией), а часть связана с полем внутри проводника: $L^M = L_{\text{внеш}}^M + L_{\text{внутр}}^M$. Но при создании в участке цепи тока I часть энергии

перешла ещё и в кинетическую энергию F^K носителей тока (электронов). С этой энергией можно связать так называемую *кинетическую*

индуктивность участка цепи L^K : $F^K = \int n \frac{m u^2}{2} dV = \frac{L^K I^2}{2c^2}$, где n –

концентрация носителей тока, m – масса одного носителя, u – его скорость, а интегрирование ведётся по объёму проводника. В сверхпроводниках учёт кинетической индуктивности оказывается важен. Для сверхпроводника, занимающего полупространство (имеющего плоскую поверхность и бесконечную глубину), найдите вклад поля внутри образца в магнитную индуктивность $L_{\text{внутр}}^M$ и кинетическую индуктивность L^K на квадрат (т.е. для случая квадратной поверхности).

Т9-7 Тонкая сверхпроводящая плёнка толщины $d \ll \lambda$ нанесена на поверхность диэлектрического цилиндра радиуса R . При комнатной температуре система помещена в продольное магнитное поле, затем температура опущена ниже T_c . После этого магнитное поле выключается. (а). Как квантуется магнитный поток в цилиндре? (б) Найдите распределение магнитного поля.

Т10-1 Имеется контакт между двумя сверхпроводниками с различными щелями Δ_1 и Δ_2 ($\Delta_1 > \Delta_2$). С помощью энергетических диаграмм объяснить вольт-амперную характеристику для квазичастичного тока через контакт в случае а) $T=0$, б) $T>0$ (см. рис. 1).

T10-2 Найти критический ток I_c для параллельного соединения двух джозефсоновских контактов, критические токи которых равны I_{c1} и I_{c2} .

T10-3 Двухконтактный сверхпроводящий квантовый интерферометр представляет собой сверхпроводящее кольцо, в которое включены два одинаковых джозефсоновских контакта. Такая система называется СКВИД (англ. SQUID – superconducting quantum interference device). Найти максимальный бездиссипативный ток СКВИДа в зависимости от магнитного потока через кольцо. Схема относительного расположения джозефсоновских контактов и подводящих проводов показана на рис.2.

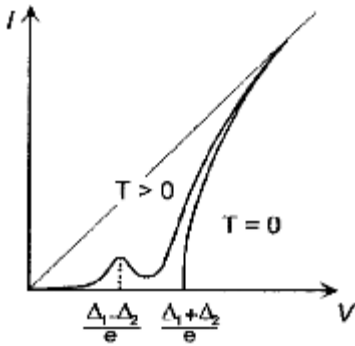


Рис. 1: К задаче T.10-1.

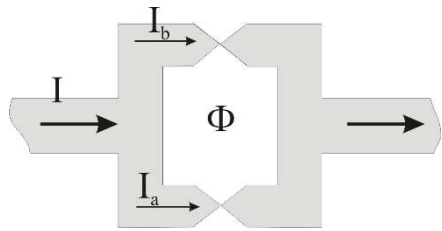


Рис. 2: К задаче T.10-3

T10-4. Имеется туннельный контакт между нормальным металлом и сверхпроводящим алюминием с критической температурой $T_c = 1.2$ К. Контакт поддерживается при температуре $T = 0.5$ К и к нему приложено напряжение немного меньшее, чем напряжение, при котором ток через переход начинает быстро расти. При помощи энергетической диаграммы объяснить, почему в описанном опыте возникает охлаждение электронов в контакте из нормального металла. Зависит ли эффект охлаждения от полярности приложенного напряжения?

T10-5. Найти критический ток I_c (т.е. максимальный бездиссипативный ток) для последовательного соединения двух джозефсоновских контактов, критические токи которых равны I_{c1} и I_{c2} . При какой разности фаз φ_c этот ток достигается?

T10-6. В рамках резистивной модели джозефсоновского перехода найти зависимость напряжения на переходе от времени $V(t)$ в режиме заданного тока. Какое усреднённое значение \bar{V} покажет вольтметр постоянного тока, подключённый к переходу?

Указание: для решения уравнения вида $\varphi' + a \sin \varphi = b$ можно использовать подстановку $\sin \varphi = \frac{2 \tan(\varphi/2)}{1 + \tan^2(\varphi/2)}$.

T10-7. Рассмотрим СКВИД, содержащий два джозефсоновских контакта с равными критическими токами I_c . Пусть кольцо СКВИДа имеет собственную индуктивность L . В эксперименте измеряется максимальный бездиссипативный ток I_{\max} через СКВИД как функция внешнего магнитного потока Φ_{ext} . Оказывается, что максимум и минимум тока I_{\max} наблюдаются по-прежнему при $\Phi_{ext} = 0$ и $\Phi_{ext} = \Phi_0/2$. Найти эти значения тока I_{\max} , считая параметр $\beta = 2LI_c/\Phi_0$ малым. Оценить отношение

$$\frac{I_{\max}(\Phi_0/2)}{I_{\max}(0)}$$

для типичных параметров СКВИДа: $I_c = 10$ мкА, $L = 20$ пГн.

T11-1. Для получения двумерного электронного газа с поверхностной плотностью $N = 10^{11}$ 1/см² используется гетероструктура из сильно легированного донорными примесями AlAs ($N_d \sim 10^{17}$ 1/см²) и чистого GaAs. Ширина запрещённой зоны в AlAs 2.16 эВ, в GaAs 1.42 эВ, на границе контакта потолка валентной зоны GaAs на 0.3 эВ выше потолка валентной зоны в AlAs. GaAs считать чистым полупроводником, примесной уровень в AlAs считать расположенным очень близко к дну зоны проводимости. Эффективная масса электрона в GaAs $m^* = 0.067m_0$, диэлектрическая проницаемость арсенида галлия $\epsilon = 12$, $T = 0$. (i) построить энергетическую диаграмму гетероперехода; (ii) оценить в конденсаторном приближении толщину слоя, в котором формируется двумерный электронный газ, сравнить её с характерным межэлектронным расстоянием; (iii) оценить параметры треугольной потенциальной ямы, сравнить расстояние между нижними уровнями с энергией Ферми двумерного газа данной плотности.

T11-2. Одна из возможных конструкций светодиода основана на двойной гетероструктуре, внешними слоями которой являются слои GaN с большой концентрацией примесей n и p -типа, а внутренним (активным) слоем является $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}$ с $x \sim 0.3$, являющийся прямозонным полупроводником (см. рис. 3). Ширина запрещённой зоны в GaN равна 3.4 эВ, в $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}$ 2.5 эВ, температура низкая. (i) Считая $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}$ чистым полупроводником, построить схему зонной структуры в отсутствие приложенного напряжения. Запрещённую зону $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}$ считать расположенной симметрично относительно дна зоны проводимости и потолка валентной зоны в GaN, толщину активного слоя считать большей по сравнению с толщиной слоя аккумуляции; (ii) При пропускании через гетероструктуру небольшого тока электроны и дырки инжектируются в активный слой, где после релаксации могут рекомбинировать с

излучением фотона. Определить длину волны излучаемого света; (iii) Можно ли в качестве активного слоя использовать кремний или германий?

T11-3. При температуре 300 К на цилиндрических образцах типичного металла и полупроводников p и n типа длиной 1 см создан перепад температур в 1 К. Определить направление вектора напряжённости электрического поля внутри этих образцов и оценить его величину. Оценить величину термо-ЭДС на паре полупроводников p и n типа, если их соединить, как показано на рис. 4. Для полупроводников принять $m_e = m_h = 0.2m_0$, концентрация донорных и акцепторных примесей $n_{\text{прим}} = 10^{15} \text{ 1/см}^3$. Эффектом «фононного ветра» пренебречь.

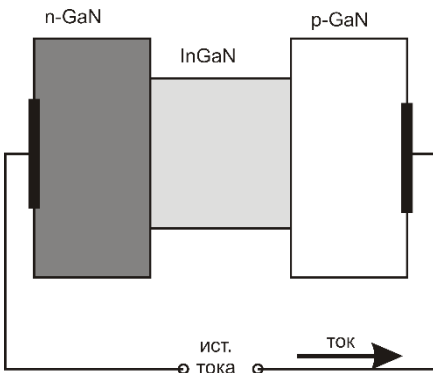


Рис. 3: К задаче T11-2

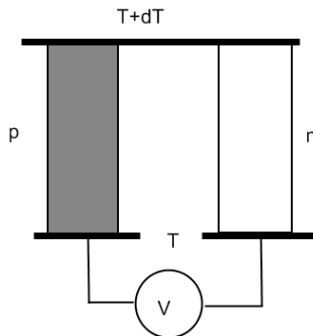


Рис. 4: К задаче T11-3

T11-4. При $T = 0$ электроны, находящиеся в инверсном слое гетероструктуры, могут рассматриваться как двумерный вырожденный электронный газ. Найти фермиевскую скорость и температуру вырождения (энергию Ферми) для таких электронов, если их концентрация на единицу поверхности составляет $n_s = 10^{12} \text{ 1/см}^2$. Эффективная масса носителей $m^* = 0.067$ массы свободного электрона.

T12-1. Многие вопросы физики твёрдого тела рассматриваются в приближении невзаимодействующих электронов, когда учитывается лишь взаимодействие электрона с кристаллической решёткой, приводящее к появлению эффективной массы электрона, отличной от массы свободной частицы. Оценить концентрацию носителей для случая двумерного металла, при которой справедливо пренебрежение межэлектронным

кулоновским взаимодействием. Для численной оценки взять параметры двумерного электронного газа в кремниевой МОП-структуре: эффективная масса носителя заряда равна 0.19 массы свободного электрона, диэлектрическая проницаемость $\epsilon = 10$.

T12-2. Для электрона в сильном магнитном поле получить квантование уровней энергии с помощью условия квантования Бора–Зоммерфельда. Провести численную оценку расстояния между двумя соседними уровнями энергии для GaAs (эффективная масса носителей $m^* = 0.067$ массы свободного электрона) в магнитном поле 10 Тл и оценить температуру, необходимую для наблюдения эффектов, в которых наличие такой щели является существенным.

T12-3. Электроны над поверхностью жидкого гелия формируют двумерный слой на расстоянии около 100 Å от поверхности. Притяжение электронов к границе гелия связано с действием электростатических сил заряда отражения, отталкивание – с отрицательным сродством электрона к гелию. Из-за отталкивания электрона от гелия под электроном деформируется граница раздела. Если приложить к слою электронов переменное электрическое поле, то эта деформация станет центром генерации поверхностных волн (риплов), спектр которых $\omega^2 = \frac{\sigma}{\rho} k^3$, где

$\sigma = 0.36$ дин/см – коэффициент поверхностного натяжения, а $\rho = 0.147$ г/см³ плотность жидкого гелия. При достаточно низкой температуре в двумерном электронном газе формируется периодическое состояние вигнеровского кристалла. Оценить поверхностную концентрацию электронов в сформировавшейся регулярной решетке, если в эксперименте наблюдается резонансное поглощение энергии электрического поля при частоте колебаний поля 30 МГц.

T12-4. При учёте спина электрона каждый уровень Ландау дополнительно расщеплён по проекциям спина (зеemanовское расщепление). В случае двумерного электронного газа в GaAs сравнить величины циклотронного и зеemanовского расщеплений в поле 10 Тл и определить, под каким углом к нормали к плоскости двумерного газа необходимо приложить магнитное поле, чтобы эти расщепления сравнялись. g -фактор электрона в GaAs принять равным 0.44.

Указание: учесть, что циклотронная частота в двумерной электронной системе определяется только компонентой поля вдоль направления размерного квантования, а зеemanовское расщепление определяется полным полем.

T12-5. Квантовый эффект Холла возникает в двумерной системе, в которой заполнено целое число уровней Ландау. При этом диссипативная

(продольная, xx) компонента тензора магнетосопротивления R_{xx} обращается в ноль, а холловская (недиагональная, xy) компонента R_{xy} принимает квантованное значение $\frac{h}{ne^2}$, где $n=1, 2, 3, 4\dots$ – фактор заполнения (число заполненных уровней Ландау). Определить концентрацию носителей заряда в образце, если в поле 10 Тл наблюдается плато в холловском сопротивлении со значением холловского сопротивления 12.9 кОм.

T12-6. Пользуясь соображениями размерности, оценить расстояние между квантованными уровнями энергии электрона в магнитном поле в графене в поле 10 Тл. Спектр электронов вблизи точки Дирака $E(\vec{k} - \vec{k}_0) \approx c^* |\vec{k} - \vec{k}_0|$, $c^* = 10^8$ см/с.

T13-1. В металлических ферромагнетиках магнитный момент связан с электронами проводимости. Эффект обменного взаимодействия электронов проводимости можно приближённо описать, считая, что электроны с параллельными спинами, находящиеся на расстояниях меньших некоторого r_0 друг от друга, взаимодействуют с энергией $(-U)$, где U – положительная величина, в то время как электроны с противоположно направленными спинами не взаимодействуют между собой. Показать, что для возникновения спонтанной намагниченности энергия взаимодействия должна превысить некоторую критическую величину (т.н. критерий Стонера). Считать заданной концентрацию электронов.

T13-2. В редкоземельном гранате $Gd_3Fe_5O_{12}$ имеется три подрешётки магнитных ионов: ионы железа Fe^{3+} ($L = 0, S = 5/2$) занимают две коллинеарных подрешётки по схеме «три вверх-два вниз», а редкоземельные ионы гадолиния Gd^{3+} ($L = 0, S = 7/2$) формируют свою подрешётку. Из-за большого расстояния между редкоземельными ионами, их взаимодействием между собой можно пренебречь, а вот ионы железа в обеих подрешётках взаимодействуют сильно и друг с другом, и с ионами гадолиния. Ферромагнитное упорядочение подрешёток железа наступает при температуре 560 К, а при температуре 280 К полная намагниченность кристалла обращается в ноль. Объяснить эффект и оценить эффективное поле, создаваемое ионами железа на ионе гадолиния при низкой температуре.

T13-3. Оксид марганца MnO кристаллизуется в ГЦК решётку со стороной куба 4.5 Å. При температуре 122 К он упорядочивается антиферромагнитно, причём спины ионов Mn^{2+} формируют чередующиеся ферромагнитные плоскости, перпендикулярные к одной из главных диагоналей куба. На какой минимальный угол отклонится при

дифракции на порошке MnO пучок нейтронов с энергией 25 мэВ при температуре образца 4.2 К? Как будет качественно изменяться интенсивность этого дифракционного пика при нагреве до температуры фазового перехода?

T13-4. Определить относительное изменение частоты света при рассеянии на 90° с испусканием магнона в ферромагнетике на простой кубической решётке с периодом решётки $d = 3 \text{ \AA}$. Величина обменного интеграла $|J| = 100 \text{ К}$, спин магнитного иона $S = 5/2$, взаимодействуют только ближайшие соседи, длина волны падающего света 400 нм, показатель преломления среды $n = 1.3$. Спектр спиновых волн в кубическом ферромагнетике $\omega = 2 \frac{|J|S}{\hbar} (3 - \cos(k_x a) - \cos(k_y a) - \cos(k_z a))$.

T13-5. При измерении низкотемпературной теплоёмкости парамагнитной соли с магнитными ионами Ni^{2+} ($S = 1$) в магнитном поле $B = 4 \text{ Тл}$ при некоторой температуре наблюдается характерный пик теплоёмкости (аномалия Шотки). Считая магнетизм чисто спиновым, определить, при какой температуре наблюдается максимум теплоёмкости. Оценить, во сколько раз теплоёмкость в максимуме превышает решёточную (для оценки использовать характерные значения для диэлектрических кристаллов).

Указание: функция $y = \frac{x^2(4 + 2 \cosh(x))}{(1 + 2 \cosh(x))^2}$ имеет максимум при $x \approx 1.881$, со значением в максимуме $y_{\max} \approx 0.637$.

T13-6. Существуют металл-органические комплексы, в которых в каждой молекуле присутствует два иона со спином $S = 1/2$, связанных обменным взаимодействием с антиферромагнитным знаком обменного интеграла. Определить зависимость магнитной восприимчивости от температуры (на одну молекулу), построить её схематический график. Показать, что при высоких температурах восприимчивость следует закону Кюри–Вейса и определить температуру Кюри.

Указание: взаимодействие пары магнитных ионов описывается гамильтонианом обменного взаимодействия $H = J \vec{S}_1 \vec{S}_2$, параметр $J > 0$ считать известным.

T13-7. В рамках модели молекулярного поля определить, при какой температуре намагничённость ферромагнетика достигнет половины от своего максимального значения. Температура Кюри равна Θ , магнетизм чисто спиновый, $S = 1/2$.

Указание: считать известным, что искомая температура близка к температуре Кюри.

T13-8. Показать, что при конечной температуре ферромагнитный порядок в одномерной системе разрушается тепловыми флуктуациями.

Указание: вычислить связанную с возбуждением спиновых волн поправку к намагниченности ферромагнетика.

T13-9. Под действием однородного переменного магнитного поля в тонких ферромагнитных пленках могут возбуждаться спиновые волны. Когда на толщине пленки укладывается нечетное число полувольт n , возникает стоячая волна колебаний намагниченности (спин-волновой резонанс). В пермаллоевой пленке толщиной $L = 2000 \text{ \AA}$ наблюдается такой резонанс с $n = 7$ на частоте $f = 9 \text{ ГГц}$.

(а) Определить, чему равна эффективная масса этих квазичастичных возбуждений (в единицах массы свободного электрона)?

(б) Считая, что пленка сделана из чистого железа и используя результат п.(а), найти относительное изменение намагниченности пленки при нагреве её от $T_1 = 0 \text{ К}$ до $T_2 = 300 \text{ К}$. Спин иона железа считать равным $S = 5/2$, размер элементарного куба ОЦК решетки $a = 2.87 \text{ \AA}$.

Ответы к текстовым задачам

T1-1 $V_{1, \text{Бр.}} = \frac{(2\pi)^3}{a^2 c}$

T1-2 $\frac{m}{M} = \frac{3}{4}$, оптическая ветвь

T1-3 ОЦК, $d = 5.36 \text{ \AA}$

T1-4 $C_2 = \frac{ms^2}{d^2} \frac{1}{1 - \cos(0.8\pi)} \approx 3.75 \times 10^3 \text{ дин/см}$,

$C_1 = -4C_2 \cos(0.8\pi) \approx 12.1 \times 10^3 \text{ дин/см}$, $C_1 / C_2 = 3.24$.

T2-1 $s = \frac{k_B \Theta d}{2\sqrt[3]{3\pi^2 \hbar}} = 3.76 \times 10^5 \text{ см/с}$.

T2-2 при 150 К: $\frac{C_{\text{Cr}}^{(V)}}{C_{\text{Au}}^{(V)}} = \frac{M_{\text{Au}} \rho_{\text{Cr}}}{M_{\text{Cr}} \rho_{\text{Au}}} \times \frac{f(T / \Theta_{\text{Cr}})}{f(T / \Theta_{\text{Au}})} \approx 0.75$,

при 15 К: $\frac{C_{\text{Cr}}^{(V)}}{C_{\text{Au}}^{(V)}} = \frac{M_{\text{Au}} \rho_{\text{Cr}}}{M_{\text{Cr}} \rho_{\text{Au}}} \times \left(\frac{\Theta_{\text{Au}}}{\Theta_{\text{Cr}}} \right)^3 \approx 0.027$.

T3-1
$$R = \frac{\hbar^2}{GM^{1/3}m^{8/3}} \left(\frac{9\pi}{4} \right)^{2/3} \approx 8.4 \text{ км}, V_F / c \approx 1/3.$$

T4-1 Медь: один валентный электрон на примитивную ячейку – металл; алмаз: 8 валентных электронов в примитивной ячейке – диэлектрик; висмут: 10 валентных электронов на примитивную ячейку – полуметалл из-за перекрытия зон.

T4-2 снижение энергии электронов связано с появлением запрещенной зоны на $k = \pm k_F$, система становится диэлектриком

T4-3
$$\hbar\omega = E_F \left(\left(\frac{2\pi}{ak_F} - 1 \right)^2 - 1 \right) = 0.2 \text{ эВ}.$$

T5-1 Внутризонный переход запрещён, при межзонном переходе квазиимпульс электрона почти не меняется.

T5-2
$$\frac{R(100 \text{ мК})}{R(4 \text{ К})} \approx 0.34.$$

T6-1
$$\delta^2 = \frac{4m}{\hbar^2} (E - \Delta).$$

T6-2
$$\alpha = \frac{n_i}{N_d} \left(\gamma - \frac{1}{\gamma} \right) = 0.51,$$
 где $n_i = 1,9 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ – концентрация носителей в нелегированном образце.

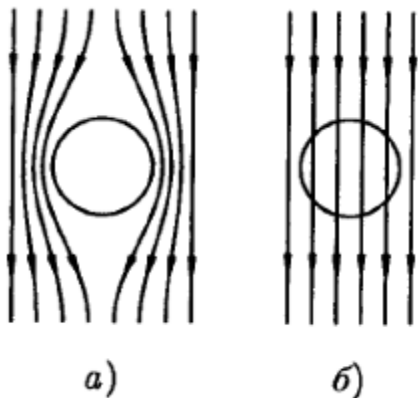


Рис. 5: К задаче T9-3.

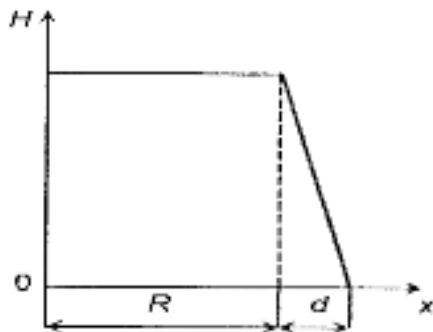


Рис. 6: К задаче T9-7.

T9-1
$$V_{кр} = \min(\varepsilon(p) / p) \approx 60 \text{ м/с}.$$

T9-2 $E_{\text{кин}} = \frac{\pi \hbar^2 \rho_0}{m} \ln\left(\frac{b}{a}\right).$

T9-3 См. рис. 5, в сверхпроводнике всегда, как в случае а).

T9-4 $a = \sqrt{\frac{2\Phi_0}{\sqrt{3}B_2}} \approx 2.8 \cdot 10^{-5} \text{ см.}$

T9-5 $h(x) = -\frac{2\pi I}{c} \frac{\sinh(x/\lambda)}{\sinh(d/(2\lambda))}, j_s(x) = \frac{I}{2\lambda} \frac{\cosh(x/\lambda)}{\sinh(d/(2\lambda))}.$

T9-6 $L_{\text{внутр}}^M = L^K = 2\pi\lambda.$

T9-7 $\Phi = \Phi_0 n \left(1 + \frac{2\lambda^2}{Rd}\right)^{-1},$ см. рис.6.

T10-1 см. рис. 7

T10-2 $I(\varphi) = I_{c1} \sin \varphi + I_{c2} \sin \varphi.$

T10-3 $I_{\text{max}} = 2I_c \left| \cos\left(\frac{\pi\Phi}{\Phi_0}\right) \right|.$

T10-4 При отрицательном потенциале металлического контакта металлический контакт покидают только "горячие" электроны, рис. 8. От полярности ответ не зависит.

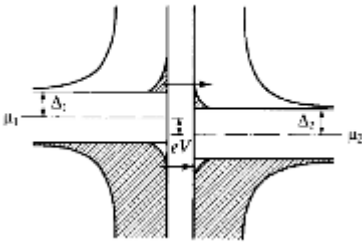


Рис. 7: К задаче T10-1

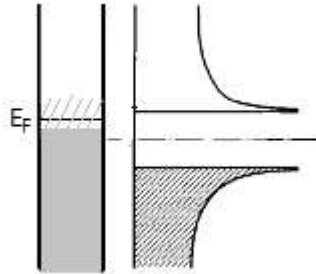


Рис. 8: К задаче T10-4

T10-5 $I_c = \min(I_{c1}, I_{c2}), \cos \varphi_c = -\frac{\min(I_{c1}, I_{c2})}{\max(I_{c1}, I_{c2})}.$

T10-6 $V(t) = R \frac{I^2 - I_c^2}{I + I_c \cos \omega t},$ где $\omega = \frac{2e}{\hbar} R \sqrt{I^2 - I_c^2}, I > I_c; \bar{V} = \frac{\hbar \omega}{2e}.$

T10-7 $\frac{I_{\text{max}}(\Phi_0/2)}{I_{\text{max}}(0)} = \frac{\pi\beta}{4} \approx 0.15.$

T11-1 (i) См. рис. 9; (ii) $d = 660$ нм; (iii) расстояние между уровнями размерного квантования $\Delta E/k_B \approx 300$ К.

T11-2 (i) См. рис. 10; (ii) $E = 2.5$ эВ, $\lambda = 500$ нм; (iii) нет: кремний или германий являются непрямозонными полупроводниками, в них рекомбинация с излучением фотона запрещена правилами отбора.

T11-3 В приближении задачи в металле и n -полупроводнике электрическое поле направлено от холодного к горячему концу образца, в p -полупроводнике – от горячего конца образца к холодному; оценка термо-ЭДС $U \approx 0.7$ мВ.

T11-4 $E_F / k_B \approx 300$ К, $V_F = p_F / m^* \approx 4 \times 10^7$ см/с.

T12-1 $N_s \gg \left(\frac{me^2}{\pi \hbar^2 \epsilon} \right) \sim 10^{12}$ 1/см².

T12-2 $E = n\hbar \frac{eB}{mc}$, энергия кванта около 200 К

T12-3 $n \approx \frac{1}{(2\pi)^2} \left(\frac{\rho\omega^2}{\sigma} \right)^{2/3} \approx 1.5 \times 10^9$ 1/см².

T12-4 В поле 10 Тл циклотронное расщепление 17 мэВ, зеемановское 0.26 мэВ; циклотронное и зеемановское расщепление сравниваются при угле наклона поля к нормали $\varphi = \arccos\left(\frac{g m}{2 m_0}\right) = 89.2^\circ$.

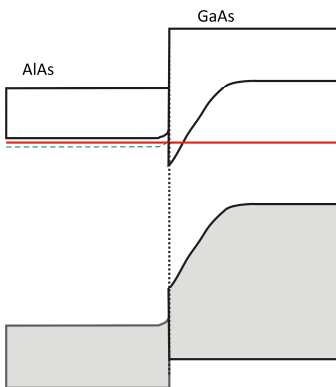


Рис. 9: К задаче T11-1

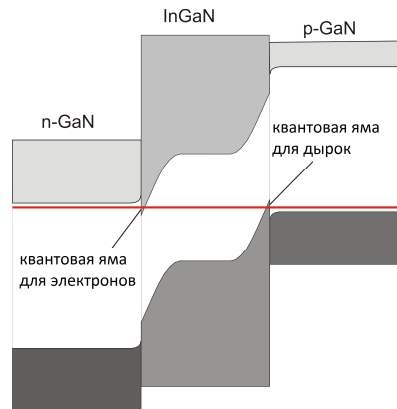


Рис. 10: К задаче T11-2

T12-5 $n_S = 4.8 \times 10^{11} \text{ 1/см}^2$.

T12-6 $\Delta E \sim \sqrt{\frac{\hbar e B}{c}} c^* \approx 1000 \text{ К}.$

T13-1 $U_{\text{кр}} = \frac{E_F}{\pi n r_0^3}.$

T13-2 В точке компенсации наведённая молекулярным полем намагниченность ионов гадолиния уравновешивает намагниченность ферромагнитно упорядоченных ионов железа. Эффективное поле равно 33 Тл.

T13-3 $\sin \frac{\varphi}{2} = \frac{\sqrt{3}\lambda}{4a}$, $\varphi = 20^\circ$. При нагреве к температуре фазового перехода интенсивность этого дифракционного пика будет плавно уменьшаться и обратиться в ноль в точке перехода.

T13-4 $\frac{\delta\omega}{\omega} \approx \frac{4\pi |J| S d^2 n^2}{\hbar c \lambda} \approx 5.2 \times 10^{-7}.$

T13-5 $T_{\text{max}} = \frac{g\mu_B B}{1.881 k_B} \approx 2.9 \text{ К}, C_{\text{max}} \approx 0.64 k_B, \frac{C_{\text{магн}}}{C_{\text{реш}}} \sim 10^{-4}.$

T13-6 $\chi = \frac{8\mu_B^2}{J} \frac{J}{k_B T} \frac{1}{e^{J/(k_B T)} + 3}$, при $T \gg J$ $\chi \approx \frac{2\mu_B^2}{k_B T} \left(1 - \frac{J}{4k_B T}\right)$, $\Theta = \frac{J}{4k_B}$

T13-7 $T \approx 0.90\Theta.$

T13-8 Каждый магنون уменьшает намагниченность на $1 \mu_B$, вычисляемая поправка к намагниченности в одномерном случае равна

$\Delta M \propto \int_0^\infty \frac{dk}{e^{\hbar\omega/(k_B T)} - 1}$, её расходимость при $k = 0$ означает разрушение

ферромагнитного порядка длинноволновыми флуктуациями.

T13-9 (а) $m_{\text{эфф}} = \frac{\pi \hbar n^2}{4f L^2} \approx 12 m_e$; (б) $\frac{\Delta M}{M_0} \approx 0.007.$