

УДК 535.36

*В. А. Астапенко¹, Ю. А. Кротов², Н. Н. Мороз¹*¹Московский физико-технический институт (государственный университет)²АО «НИИ «Полюс им. Ф. М. Стельмаха»

Упругое рассеяние ультракоротких лазерных импульсов на атоме водорода

В настоящей статье рассматривается вопрос упругого рассеяния ультракоротких лазерных импульсов (УКЛИ) различных типов на атоме водорода. В рамках работы получено выражение для вероятности рассеяния УКЛИ на атоме водорода, а также проведены расчеты для двух типов импульсов: с несущей частотой и без несущей частоты. Проведен анализ полученных кривых вероятности рассеяния в зависимости от длительности импульса.

Ключевые слова: ультракороткие лазерные импульсы, упругое рассеяние, атом водорода, вероятность рассеяния.

*V. A. Astapenko¹, Yu. A. Krotov², N. N. Moroz¹*¹Moscow Institute of Physics and Technology (State University)²Joint Stock Company «Polyus Research Institute of M. F. Stelmakh»

Elastic scattering of ultrashort laser pulses on the hydrogen atom

This work is devoted to the problem of elastic scattering of ultrashort laser pulses (ULP) on the hydrogen atom. Here we offer an expression of the scattering probability of ULP on the hydrogen atom and conduct calculations of two kinds of initial pulses: with carrier frequency and without carrier frequency. Obtained curves describing the scattering probability depending on the pulse duration are presented in the paper.

Key words: ultrashort laser pulses, elastic scattering, the hydrogen atom, the scattering probability.

1. Введение

Развитие техники генерации ультракоротких лазерных импульсов (УКЛИ) в широком спектральном диапазоне с контролируруемыми параметрами делает актуальной задачу об исследовании особенностей их взаимодействия с различными мишенями [1]. Атом водорода представляет особый интерес в качестве объекта такого исследования, поскольку его характеристики, определяющие взаимодействие с излучением, точно вычисляются в рамках квантово-механического подхода. Поглощение УКЛИ на атоме водорода с учетом возбуждения как в дискретном, так и в непрерывном спектре рассматривалось в работе [2]. В цитируемой статье был рассчитан спектр поглощения УКЛИ и зависимость вероятности поглощения от длительности импульса. Другим важным радиационным процессом является рассеяние излучения на атоме. Настоящая работа посвящена теоретическому исследованию упругого (без изменения состояния атома) рассеяния УКЛИ различных типов на атоме водорода, находящемся в основном состоянии.

2. Метод расчета

Рассмотрим упругое рассеяние УКЛИ атомом водорода, находящемся в основном состоянии. Общая формула для вероятности фотопроцесса, индуцированного УКИ, за все время действия импульса, полученная в рамках теории возмущений, имеет вид [3] (используем атомную систему единиц: $e = \hbar = m_e = 1$):

$$W = \frac{c}{4\pi^2} \int_0^\infty \sigma_{sc}(\omega') \frac{|E(\omega', \tau)|^2}{\omega'} d\omega', \quad (1)$$

где c – скорость света, $E(\omega')$ – фурье-образ напряженности электрического поля в импульсе, τ – длительность УКЛИ, $\sigma_{sc}(\omega')$ – интегральное по углу сечение рассеяния излучения на частоте ω' атомом водорода.

В дальнейшем рассматривается случай применимости дипольного приближения по взаимодействию УКЛИ с атомом. Тогда сечение упругого рассеяния электромагнитного излучения (без изменения состояния атома) дается выражением

$$\sigma_{sc}(\omega) = \frac{8\pi}{3} \frac{\omega^4}{c^4} |\alpha(\omega)|^2, \quad (2)$$

где $\alpha(\omega)$ – дипольная динамическая поляризуемость атома.

Рассмотрим покоящийся атом водорода в основном состоянии в предположении, что ширина линии электронных переходов определяется только спонтанным излучением. В таком случае для дипольной динамической поляризуемости справедлива формула

$$\alpha(\omega) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{f_n}{\omega_n^2 - \omega^2 - i\omega A_n} + \Delta\alpha(\omega), \quad (3)$$

где f_n – сила осциллятора электронного перехода в атоме из основного состояния в n -е возбужденное состояние, ω_n – собственная частота перехода, A_n – ширина спектральной линии перехода, равная коэффициенту Эйнштейна для спонтанного излучения. Отметим, что перечисленные величины в случае атома водорода имеют простые аналитические выражения (4). В правой части равенства (3) первое слагаемое описывает вклад в поляризуемость от переходов в дискретном энергетическом спектре, а второе слагаемое отвечает вкладу переходов в непрерывный спектр.

Таким образом, для расчета вероятности рассеяния (1) согласно формуле (2) необходимо рассчитать динамическую поляризуемость (3). В случае основного состояния атома водорода существует замкнутое выражение для динамической поляризуемости через гипергеометрические функции. Однако при использовании этого выражения в формуле (1) возникает трудность, связанная с тем, что подынтегральное выражение содержит полюсные особенности на собственных частотах атома. Поэтому мы в дальнейшем для расчета динамической поляризуемости будем исходить из определения (3). Учтем вклад непрерывной части спектра в поляризуемость с помощью оптической теоремы и соотношения Крамерса–Кронига. Согласно оптической теореме имеем

$$Im(\alpha(\omega)) = \frac{c}{4\pi\omega} \sigma_{abs}(\omega), \quad (4)$$

где $\sigma_{abs}(\omega)$ – спектральное сечение фотопоглощения атома. Отметим, для частот, меньших потенциала ионизации атома, фотопоглощение определяется электронными переходами в дискретном спектре, в противоположном случае имеет место фотоионизация атома, сечение которой дается известной формулой Штоббе [4]:

$$\sigma_i(\omega) = \frac{2^5 \pi^2}{3c\omega^4} \frac{\exp[-4 \arctg(\sqrt{2\omega - 1})/\sqrt{2\omega - 1}]}{1 - \exp[-2\pi/\sqrt{2\omega - 1}]} \theta(2\omega - 1), \quad (5)$$

где $\theta(\omega)$ – ступенчатая тета-функция Хэвисайда. Пользуясь формулами (4) и (5), можно рассчитать мнимую добавку в поляризуемость от переходов в непрерывный спектр:

$$\Delta\alpha_I(\omega) = \frac{c}{4\pi\omega} \sigma_i(\omega). \quad (6)$$

С помощью соотношения Крамерса–Кронига для добавки к реальной части поляризуемости от переходов в непрерывный спектр имеем

$$\Delta\alpha_R(\omega) = \frac{c}{2\pi^2} \int_{0.5}^{\infty} \frac{\sigma_i(\omega') - \sigma_i(\omega)}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega'. \quad (7)$$

Полная добавка к поляризуемости, фигурирующая в выражении (3), равна:

$$\Delta\alpha(\omega) = \Delta\alpha_R(\omega) + i\Delta\alpha_I(\omega). \quad (8)$$

Вычисление вклада в вероятность рассеяния УКЛИ на атоме водорода от 1-го слабого в правой части равенства (3) – суммы по дискретному спектру – наталкивается на вычислительные трудности, связанные с сингулярностью подынтегральной функции. Действительно, собственные частоты переходов в дискретном спектре атома водорода лежат в диапазоне от 0.375 вплоть до 0.5 ат. ед., в то время как ширины спектральных линий имеют порядок величины 10^{-7} ат. ед. В то же время это обстоятельство позволяет упростить вычисления путем замены сингулярной функции в сечении рассеяния на дельта-функцию. В результате вероятность рассеяния УКЛИ, обусловленная виртуальным возбуждением атома водорода в дискретном спектре, принимает вид

$$W_{sc}^d = \frac{1}{2} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{f_n}{\omega_n} |E(\omega_n, \tau)|^2. \quad (9)$$

При выводе (9) было использовано соотношение $f_n = (3c^3/2\omega_n^2)A_n$ и «слабый» предельный переход:

$$\left| \frac{f_n}{\omega_n^2 - \omega^2 - i\omega A_n} \right|^2 \rightarrow \frac{\pi}{2} \frac{f_n^2}{\omega_n^2 A_n} \delta(\omega - \omega_n). \quad (10)$$

Соотношение (10) справедливо в пределе $A_n/\omega_n \rightarrow 0$.

Заметим, что в выражении (10) исчезла скорость света, которая вносит малость в сечение нерезонансного рассеяния излучения, обусловленного переходами в непрерывный спектр, и в соответствующую вероятность W_{sc}^c . Действительно, нетрудно показать, что $W_{sc}^c/W_{sc}^d \approx c^{-3} \approx 10^{-7}$. Поэтому $W_{sc}^c \ll W_{sc}^d$ и

$$W_{sc} \equiv W_{sc}^{tot} \simeq W_{sc}^d. \quad (11)$$

Таким образом, вероятность рассеяния УКЛИ на атоме водорода определяется виртуальным возбуждением электрона в дискретном спектре.

Рассчитаем вероятность рассеяния на атоме водорода двух типов УКЛИ: с несущей частотой и без несущей частоты. В качестве первого рассмотрим скорректированный гауссовский импульс (СГИ), фурье-образ которого дается выражением [1]:

$$E_{CGP}(\omega', \omega, \tau, \varphi) = iE_0\tau \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega'^2 \tau^2}{1 + \omega^2 \tau^2} [e^{-i\varphi - (\omega - \omega')^2 \tau^2 / 2} - e^{i\varphi - (\omega + \omega')^2 \tau^2 / 2}], \quad (12)$$

где E_0 , ω , τ – амплитуда, несущая частота и длительность импульса, φ – начальная фаза. Важным примером импульсов без несущей частоты являются синус- и косинус-вейвлет импульсы. Фурье-образы напряженности электрического поля в этих импульсах имеют вид для синус импульса и косинус импульса соответственно [5]:

$$E_{SWP}(\omega') = 2i\sqrt[4]{\pi} E_0 \omega' \tau^2 \exp(-\omega'^2 \tau^2 / 2), \quad (13)$$

$$E_{CWP}(\omega') = 2\sqrt{2/3} \sqrt[4]{\pi} E_0 \omega'^2 \tau^3 \exp(-\omega'^2 \tau^2 / 2). \quad (14)$$

3. Результаты и обсуждение

Расчеты вероятности рассеяния УКЛИ на атоме водорода за все время действия импульса проведены по формуле (9) для амплитуды напряженности электрического поля в импульсе $E_0 = 0.01$ ат. ед.

На рис. 1–2 представлена вероятность рассеяния СГИ как функция несущей частоты для различных длительностей импульса. Видно, что с укорочением СГИ спектр уширяется и становится более симметричным относительно первой резонансной частоты эВ. С увеличением длительности СГИ в спектре появляется второй максимум, отвечающий второй резонансной частоте эВ, а также плечо, соответствующее последующим резонансным частотам: 12.75 эВ, 13.056 эВ и т.д. При этом величина максимума возрастает нелинейно. В диапазоне несущих частот, выше пороговой, вероятность рассеяния резко падает, что особенно проявляется для более длинных импульсов.

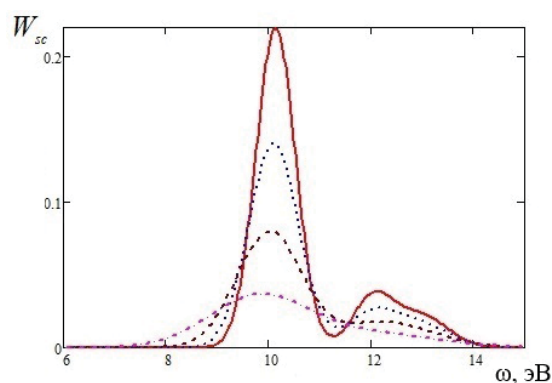


Рис. 1. Спектр упругого рассеяния СГИ различной длительности на атоме водорода в основном состоянии: сплошная кривая – $\tau = 1.2$ фс, пунктир – $\tau = 0.96$ фс, штриховая кривая – $\tau = 0.72$ фс, штрихпунктир – $\tau = 0.48$ фс

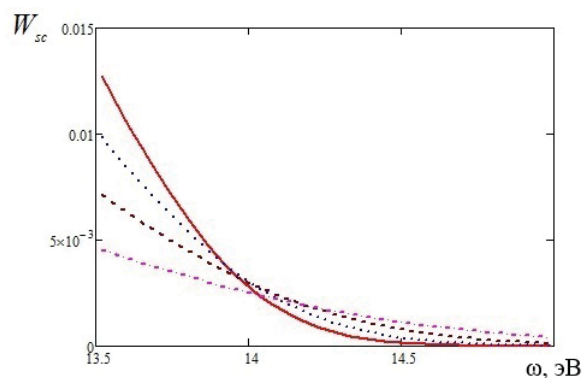


Рис. 2. Спектр упругого рассеяния СГИ различной длительности на атоме водорода в основном состоянии в припороговом диапазоне несущих частот СГИ: сплошная кривая – $\tau = 1.2$ фс, пунктир – $\tau = 0.96$ фс, штриховая кривая – $\tau = 0.72$ фс, штрихпунктир – $\tau = 0.48$ фс

На рис. 3–4 показаны результаты расчетов вероятности рассеяния СГИ на атоме водорода как функции длительности импульса для различных несущих частот, меньших (рис. 3) и больших (рис. 4) пороговой частоты.

На рис. 3 одна из несущих частот ($\omega = 0.375$ ат. ед.) совпадает с первой резонансной частотой атома водорода – в этом случае вероятность рассеяния квадратично возрастает с ростом длительности импульса. В других случаях зависимость вероятности рассеяния от длительности импульса представляет собой кривую с максимумом, положение которого смещается в область больших длительностей с приближением несущей частоты к резонансной.

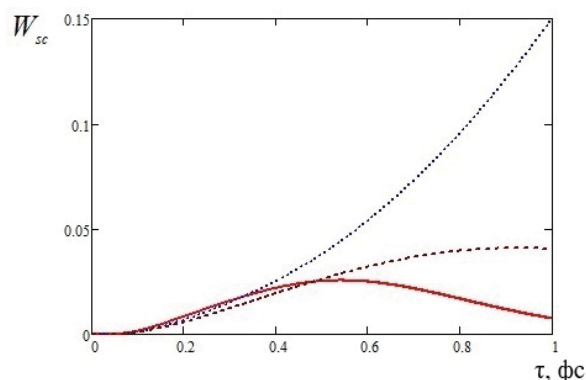


Рис. 3. Зависимость вероятности рассеяния СГИ от длительности импульса для различных несущих частот ниже пороговой: сплошная кривая – $\omega = 0.33$ ат. ед., пунктир – $\omega = 0.375$ ат. ед., штриховая кривая – $\omega = 0.4$ ат. ед.

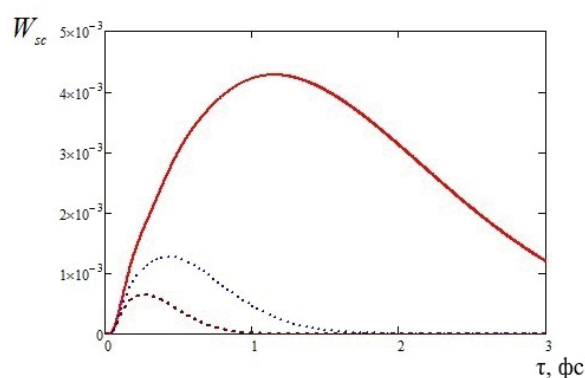


Рис. 4. Зависимость вероятности рассеяния СГИ от длительности импульса для различных несущих частот выше пороговой: сплошная кривая – $\omega = 0.51$ ат. ед., пунктир – $\omega = 0.53$ ат. ед., штриховая кривая – $\omega = 0.55$ ат. ед.

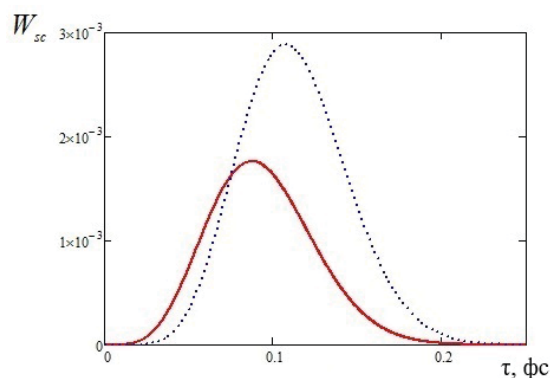


Рис. 5. Зависимость вероятности рассеяния синус вейвлет-импульса (сплошная кривая) и косинус вейвлет-импульса (пунктир) от длительности τ

Для несущих частот, больших пороговой частоты (см. рис. 4), функция всегда описывается кривой с максимумом, причем величина максимума на несколько порядков меньше, чем в случае допороговых несущих частот. При этом максимум имеет асимметричную форму, затянутую в область больших длительностей. Интересно заметить, что аналогичная картина получена [6] для вероятности процесса фотоионизации в зависимости от длительности скорректированного гауссовского импульса с несущей частотой меньше пороговой частоты, причем в обоих случаях величина максимума растет с приближением несущей частоты к частоте ионизации. Такое совпадение неслучайно, так как общее выражение для

вероятности процессов содержит свертку с фурье-образом импульса. Так как сечение рассеяния представлено в области до порога ионизации, а сечение фотоионизации – в области после порога, применение операции свертки приводит к аналогичным по форме картинам в противоположных областях.

Наконец, на рис. 5 представлены вероятности рассеяния синус и косинус вейвлет-импульсов (13) – (14), которые не имеют несущей частоты, как функции длительности импульса. По сравнению с аналогичными зависимостями для СГИ в случае вейвлет импульсов соответствующие кривые имеют колоколообразную форму с максимумами, сдвинутыми в область меньших длительностей и меньшими по величине.

4. Заключение

В работе было рассмотрено упругое рассеяние ультракоротких лазерных импульсов различных типов на атоме водорода. Получено выражение для вероятности рассеяния УКЛИ на атоме водорода, проведены расчеты для двух типов импульсов: с несущей частотой и без несущей частоты.

В качестве первого типа УКЛИ был рассмотрен скорректированный гауссовский импульс, в качестве второго – синус и косинус вейвлет-импульсы. В случае первого типа импульсов зависимость вероятности рассеяния от длительности импульса представляет собой кривую с максимумом, положение которого смещается в область больших длительностей с приближением несущей частоты к резонансной. При этом величина максимума для несущих частот, больших пороговой частоты, на несколько порядков меньше, чем в случае допороговых несущих частот. При совпадении несущей частоты с резонансной вероятность рассеяния квадратично возрастает с ростом длительности импульса. В случае вейвлет-импульсов соответствующие кривые имеют колоколообразную форму с максимумами, сдвинутыми в область меньших длительностей и меньшими по величине в сравнении с импульсами с несущей частотой.

Работа выполнена в рамках Государственного задания Министерства науки и образования РФ (задание № 3.9890.2017/БЧ).

Литература

1. *Astapenko V.A.* Interaction of ultrafast electromagnetic pulses with matter Springer Briefs in Physics. New York: Heidelberg, London: Dordrecht, 2013. P. 94.
2. *Астапенко В.А., Ионичев Е.Ю., Яковец А.В.* Поглощение ультракоротких лазерных импульсов на атоме водорода // Труды МФТИ. 2017. Т. 9, № 1 (в печати).
3. *Astapenko V.A.* Simple formula for photoprocesses in ultrashort electromagnetic field // Physics Letters A. 2010. V. 374. P. 1585–1590.
4. *Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1989. С. 728.
5. *Gets A.V., Krainov V.P.* Ionization of Atoms by Attosecond Pulses // Contrib. Plasma Phys. 2013. V. 53. P. 140–147.
6. *Astapenko V.A., Lisitsa V.S.* On the Theory of Hydrogen Atom Ionization by Ultra-Short Electromagnetic Pulses // Contrib. Plasma Phys. 2015. V. 55. P. 522–528.

References

1. *Astapenko V.A.* Interaction of ultrafast electromagnetic pulses with matter Springer Briefs in Physics. New York: Heidelberg, London: Dordrecht, 2013. P. 94.

2. *Astapenko V.A., Ionichev E.Yu., Yacovets A.V.* The absorption of ultrashort laser pulses on the hydrogen atom. Proceedings of MIPT. 2017. V. 9, N 1. (in Russian).
3. *Astapenko V.A.* Simple formula for photoprocesses in ultrashort electromagnetic field. Physics Letters A. 2010. V. 374. P. 1585–1590.
4. *Berestetsky V.B., Lifschitz E.M., Pitaevsky L.P.* Quantum electrodynamics. M.: Science, 1989. P. 728.
5. *Gets A.V., Krainov V.P.* Ionization of Atoms by Attosecond Pulses. Contrib. Plasma Phys. 2013. V. 53. P. 140–147.
6. *Astapenko V.A., Lisitsa V.S.* On the Theory of Hydrogen Atom Ionization by Ultra-Short Electromagnetic Pulses. Contrib. Plasma Phys. 2015. V. 55. P. 522–528.

Поступила в редакцию 15.03.2017