

ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

БИЛЕТ 7

ШИФР _____

Заполняется ответственным секретарем

1. Когда к квадратному трёхчлену $f(x)$ прибавили $3x^2$, его наименьшее значение увеличилось на 9, а когда из него вычли x^2 , его наименьшее значение уменьшилось на 9. А как изменится наименьшее значение $f(x)$, если к нему прибавить x^2 ?

2. Решите неравенство

$$|x^3 - 2x^2 + 2| \geq 2 - 3x.$$

3. Продолжение высоты BH треугольника ABC пересекает описанную около него окружность в точке D (точки B и D лежат по разные стороны от прямой AC). Градусные меры дуг AD и CD , не содержащих точки B , равны 60° и 90° соответственно. Определите, в каком отношении отрезок BD делится стороной AC .

4. На координатной плоскости рассматриваются квадраты, все вершины которых имеют целые неотрицательные координаты, а центр находится в точке $(60; 45)$. Найдите количество таких квадратов.

5. Известно, что одним из корней уравнения $x^2 - 4a^2b^2x = 4$ является $x_1 = (a^2 + b^2)^2$. Найдите $a^4 - b^4$.

6. Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} 4|x| + 3|y| = 12, \\ x^2 + y^2 - 2x + 1 - a^2 = 0 \end{cases}$$

а) имеет ровно 3 решения;

б) имеет ровно 2 решения.

7. В треугольнике ABC проведена медиана BM ; MD и ME – биссектрисы треугольников AMB и CMB соответственно. Отрезки BM и DE пересекаются в точке P , причём $BP = 2$, $MP = 4$.

а) Найдите отрезок DE .

б) Пусть дополнительно известно, что около четырёхугольника $ADEC$ можно описать окружность. Найдите её радиус.

ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ

9 класс

БИЛЕТ 8

ШИФР _____

Заполняется ответственным секретарем

1. Когда к квадратному трёхчлену $f(x)$ прибавили $2x^2$, его наибольшее значение увеличилось на 10, а когда из него вычли $5x^2$, его наибольшее значение уменьшилось на $\frac{15}{2}$. А как изменится наибольшее значение $f(x)$, если к нему прибавить $3x^2$?

2. Решите неравенство

$$|x^3 + 2x^2 - 2| \geq -2 - 3x.$$

3. Продолжение высоты BH треугольника ABC пересекает описанную около него окружность в точке D (точки B и D лежат по разные стороны от прямой AC). Градусные меры дуг AD и CD , не содержащих точки B , равны 120° и 90° соответственно. Определите, в каком отношении отрезок BD делится стороной AC .

4. На координатной плоскости рассматриваются квадраты, все вершины которых имеют натуральные координаты, а центр находится в точке $(55; 40)$. Найдите количество таких квадратов.

5. Известно, что одним из корней уравнения $x^2 + 4a^2b^2x = 4$ является $x_1 = (a^2 - b^2)^2$. Найдите $b^4 - a^4$.

6. Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} 5|x| + 12|y| = 60, \\ x^2 + y^2 - 2y + 1 - a^2 = 0 \end{cases}$$

а) имеет ровно 3 решения;

б) имеет ровно 2 решения.

7. В треугольнике ABC проведена медиана BM ; MD и ME – биссектрисы треугольников AMB и CMB соответственно. Отрезки BM и DE пересекаются в точке P , причём $BP = 1$, $MP = 3$.

а) Найдите отрезок DE .

б) Пусть дополнительно известно, что около четырёхугольника $ADEC$ можно описать окружность. Найдите её радиус.