

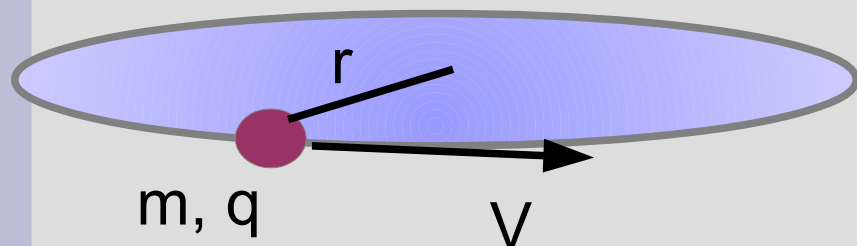
Лекция 8.

Атом в магнитном поле. Формула Ланде.

Эффект Зеемана для оптических
переходов.

Правила отбора для излучения и
поглощения.

Напоминание 1: Связь момента импульса частицы и магнитного момента



Орбитальное движение
заряженной частицы:

- момент импульса

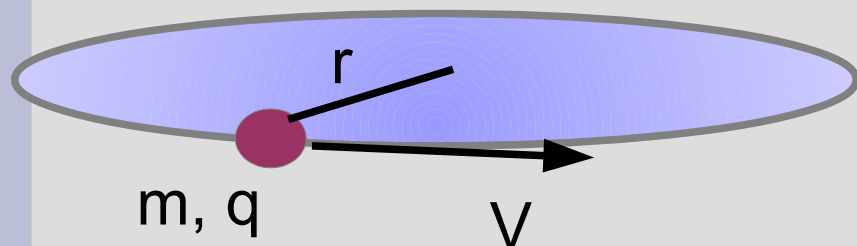
$$L = m V r$$

- магнитный момент (СГС)

$$M = \frac{1}{c} \pi r^2 \frac{q}{2\pi r/V} = \frac{q V r}{2c}$$

$$\frac{M}{L} = \frac{q}{2mc}$$

Напоминание 1: Связь момента импульса частицы и магнитного момента



Орбитальное движение
заряженной частицы:

- момент импульса
- магнитный момент (СГС)

магнетон Бора

$$\mu_B =_{(\text{СГС})} \frac{e \hbar}{2 m c} = 0.927 \times 10^{-20} \text{ эрг/Гц}$$

для электрона

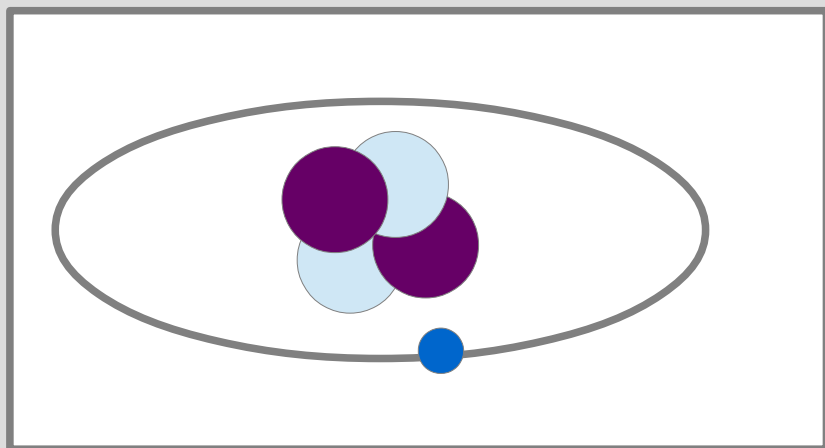
$$\hat{\mu}_z^{(l)} = \mu_B \hat{l}_z$$

$$\hat{\mu}_z^{(s)} = 2 \mu_B \hat{S}_z$$

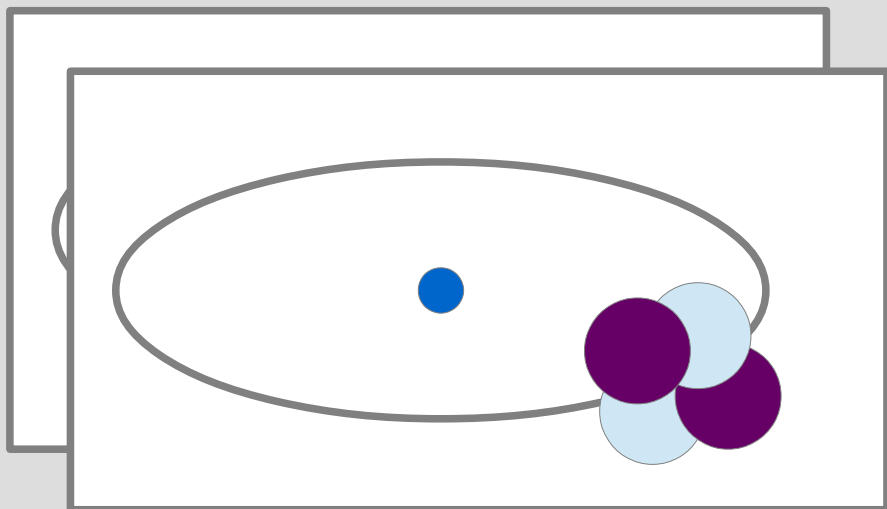
$$c \quad 2 \pi r / V \quad 2 c$$

$$\frac{M}{L} = \frac{q}{2 m c}$$

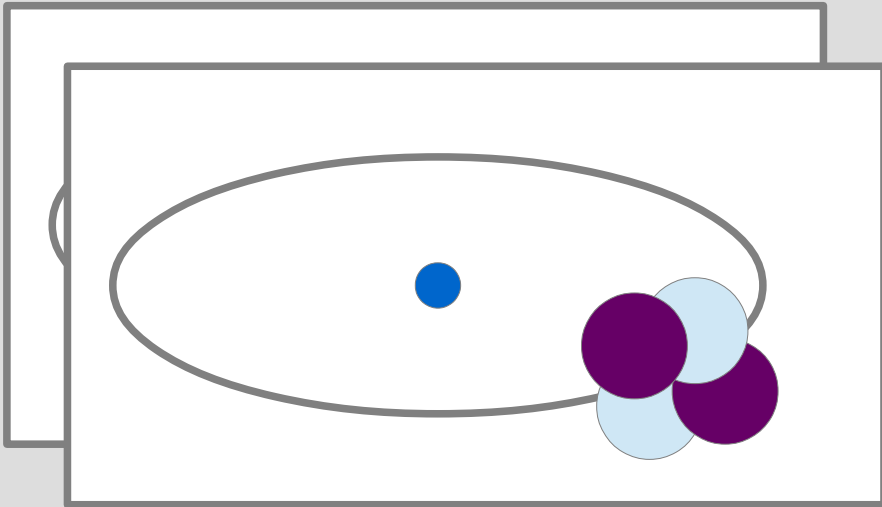
Напоминание 2: тонкая структура атомного уровня



Напоминание 2: тонкая структура атомного уровня

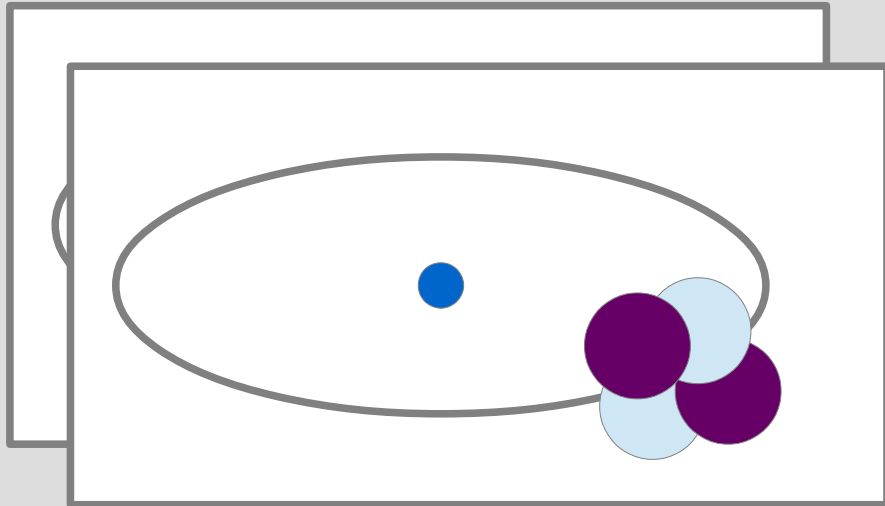


Напоминание 2: тонкая структура атомного уровня



$$B \sim \frac{1}{c} \frac{I}{r} \sim \frac{1}{c} \frac{(Ze) \times V / r}{r} = \frac{Ze p_e}{c m_e r^2}$$

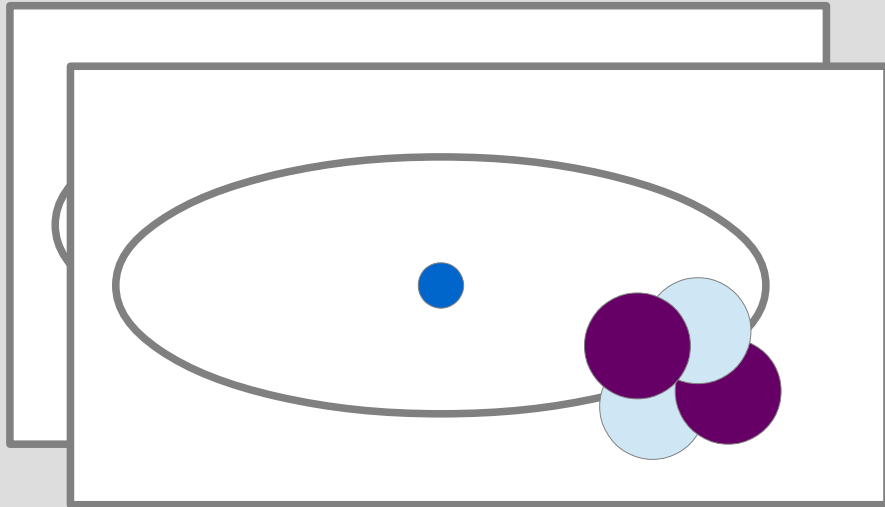
Напоминание 2: тонкая структура атомного уровня



$$B \sim \frac{1}{c} \frac{I}{r} \sim \frac{1}{c} \frac{(Ze) \times V}{r} = \frac{Ze p_e}{c m_e r^2}$$

$$p_e \simeq \hbar / r ; r \sim \frac{\hbar^2}{m_e e^2}$$

Напоминание 2: тонкая структура атомного уровня

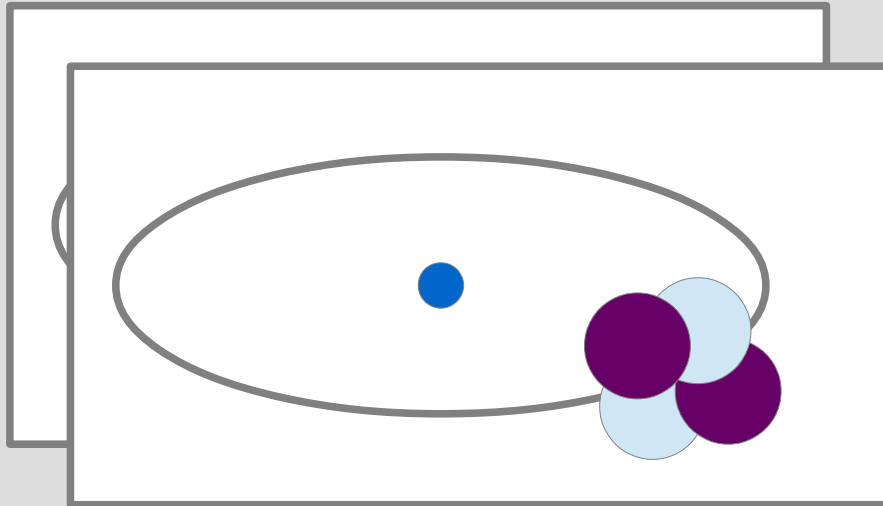


$$B \sim \frac{1}{c} \frac{I}{r} \sim \frac{1}{c} \frac{(Ze) \times V}{r} = \frac{Ze p_e}{c m_e r^2}$$

$$p_e \simeq \hbar / r; r \sim \frac{\hbar^2}{m_e e^2}$$

$$\Delta E \simeq \mu_B B \sim \frac{\hbar e}{m_e c} \times \frac{Ze \hbar}{c m_e r (\hbar^2 / m_e e^2)^2}$$

Напоминание 2: тонкая структура атомного уровня



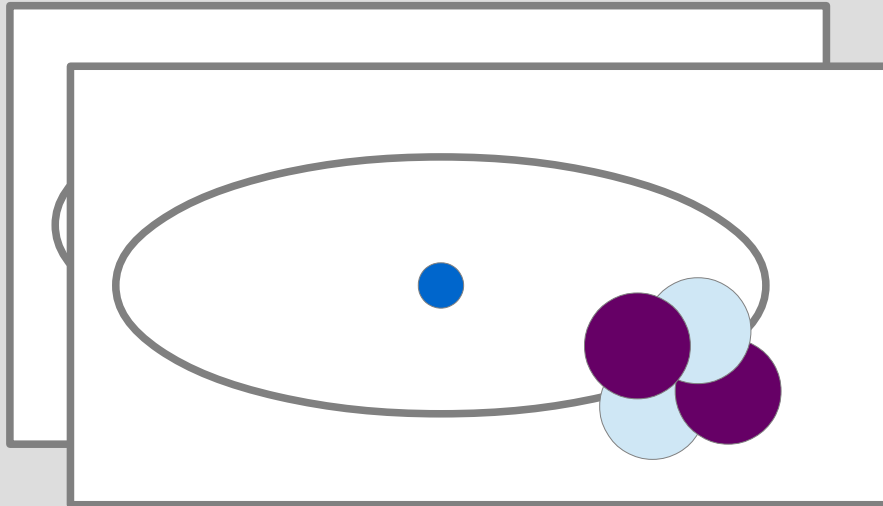
$$B \sim \frac{1}{c} \frac{I}{r} \sim \frac{1}{c} \frac{(Ze) \times V}{r} = \frac{Ze p_e}{c m_e r^2}$$

$$p_e \simeq \hbar / r; r \sim \frac{\hbar^2}{m_e e^2}$$

$$\Delta E \simeq \mu_B B \sim \frac{\hbar e}{m_e c} \times \frac{Ze \hbar}{c m_e r (\hbar^2 / m_e e^2)^2}$$

$$\Delta E = Z \frac{e^2}{r} \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right)^2$$

Напоминание 2: тонкая структура атомного уровня



постоянная тонкой
структуры

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}$$

$$= \frac{Z e p_e}{c m_e r^2}$$

$$\Delta E \simeq \mu_B B \sim \frac{\hbar e}{m_e c} \times \frac{Z e \hbar}{c m_e r (\hbar^2 / m_e e^2)^2}$$

$$\Delta E = Z \frac{e^2}{r} \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right)^2$$

Напоминание 3: Атомные термы

В сложном атоме полные S и L фиксируются сильными (кулоновскими) силами (**правила Хунда**).

Спин-орбитальное взаимодействие выбирает полный момент атома J (тонкая структура).

Fe: $3d^6$

$\max S_z = 4 \times \frac{1}{2} = 2$

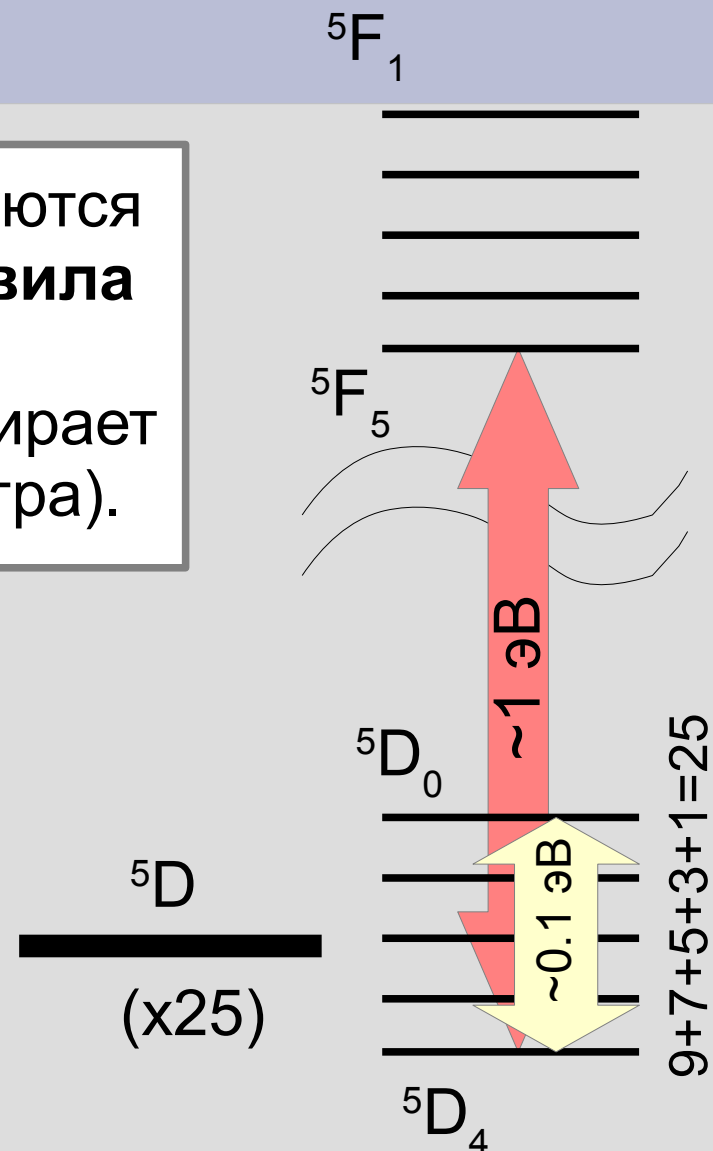


$\max L_z = 2$

терм 5D

полный момент J :

от 0 до 4



Достоверный источник сведений по термам и спектрам атомов

NIST
National Institute of
Standards and Technology
Physical Meas. Laboratory

Basic Atomic Spectroscopic Data

Iron (Fe)

Other Elements

Neutral Atom

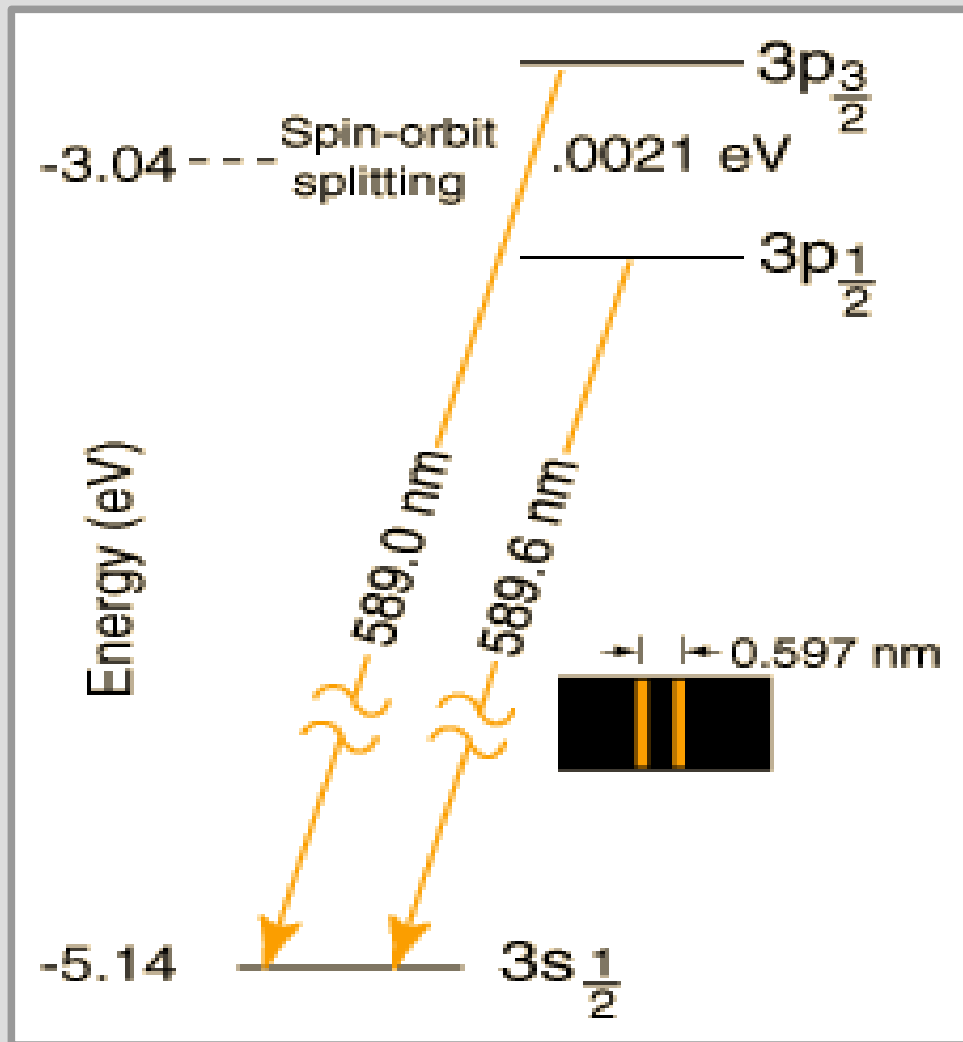
Singly Ionized

Main Page	Finding List	Element Name	Atomic Number	Periodic Table	Atomic Data	Strong Lines	Persistent Lines	Energy Levels	Persistent Lines	Energy Levels	Ref.
Switch to ASCII Version											

Energy Levels of Neutral Iron (Fe I)

Configuration	Term	<i>J</i>	Level (cm ⁻¹)	Ref.
3d ⁶ 4s ²	<i>a</i> ⁵ D	4	0.000	NJLT94
		3	415.933	NJLT94
		2	704.007	NJLT94
		1	888.132	NJLT94
		0	978.074	NJLT94
3d ⁷ (⁴ F) 4s	<i>a</i> ⁵ F	5	6928.268	NJLT94
		4	7376.764	NJLT94
		3	7728.059	NJLT94
		2	7985.784	NJLT94
		1	8154.713	NJLT94
3d ⁷ (⁴ F) 4s	<i>a</i> ³ F	4	11976.238	NJLT94
		3	12560.933	NJLT94
		2	12968.553	NJLT94
3d ⁷ (⁴ P) 4s	<i>a</i> ⁵ P	3	17550.180	NJLT94
		2	17726.987	NJLT94
		1	17927.381	NJLT94

Пример тонкой структуры: Жёлтый дублет натрия



Атом в магнитном поле

В сложном атоме
 сильными (кулоно
 Спин-орбитальное
 полный момент а

Fe: $3d^6$
 $\max S_z = 4 \times \frac{1}{2} =$
 $\max L_z = 2$

терм 5D
 полный моме
 от 0 до 4

Даже с учётом тонкой
 структуры атома уровни
 остаются вырождены
 $(2J+1)$ раз по проекции
 момента.

Такое вырождение может
 быть снято магнитным
 полем.

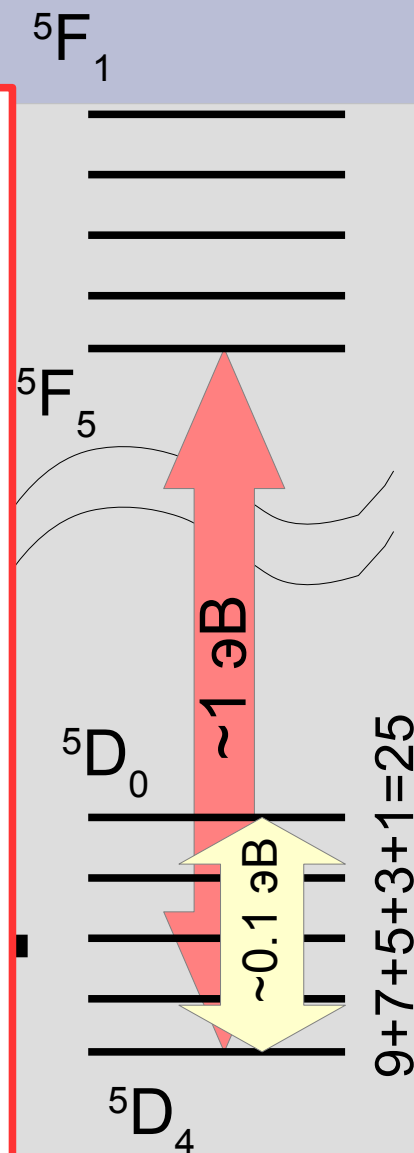
Два предела:

слабое поле

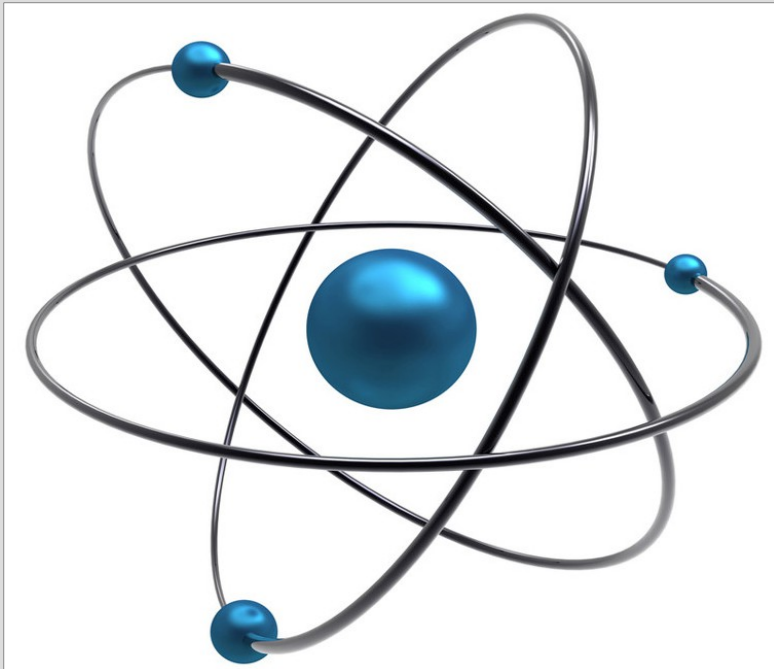
$$\mu B \ll E_{LS}$$

сильное поле

$$\mu B \gg E_{LS}$$



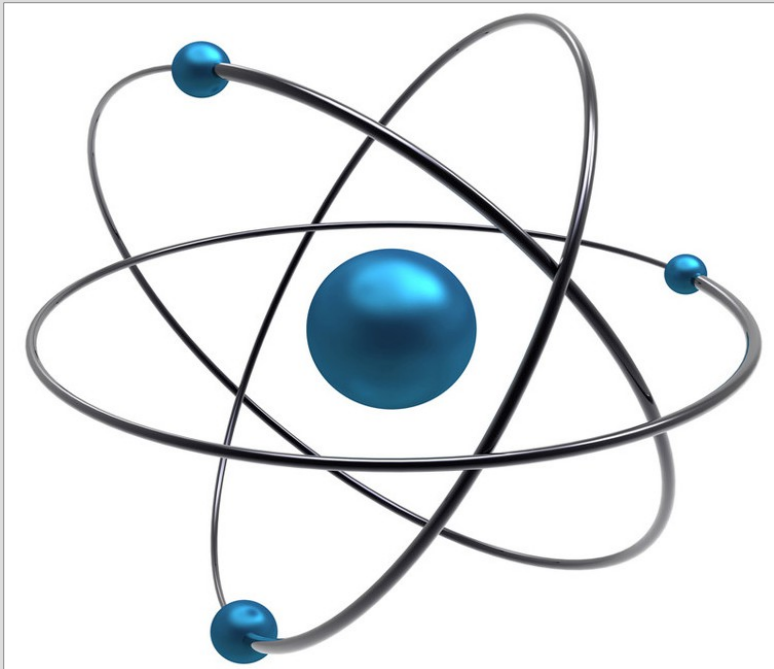
СВОБОДНЫЙ АТОМ (ИОН) В МАГНИТНОМ ПОЛЕ



Квантовые числа атома

$$|L, S, L_z, S_z\rangle$$

СВОБОДНЫЙ АТОМ (ИОН) В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

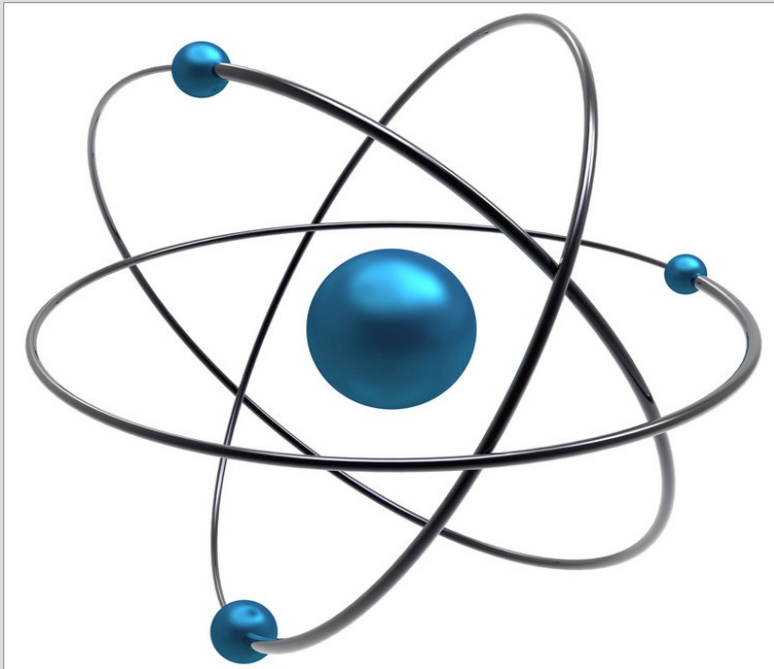


Квантовые числа атома

$$|L, S, L_z, S_z\rangle$$

$$\hat{J} = \hat{S} + \hat{L}$$
$$\hat{H}_{SL} = \lambda (\hat{S} \hat{L}) = \frac{\lambda}{2} (\hat{J}^2 - \hat{S}^2 - \hat{L}^2)$$

СВОБОДНЫЙ АТОМ (ИОН) В МАГНИТНОМ ПОЛЕ



Квантовые числа атома

$$\langle L, S, L_z, S_z \rangle$$

$$\hat{J} = \hat{S} + \hat{L}$$

$$\hat{H}_{SL} = \lambda (\hat{S} \hat{L}) = \frac{\lambda}{2} (\hat{J}^2 - \hat{S}^2 - \hat{L}^2)$$

$$\langle J, L, S, J_z \rangle$$

СВОБОДНЫЙ АТОМ (ИОН) В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

$$\hat{J} = \hat{S} + \hat{L}$$
$$\hat{H}_{SL} = \lambda (\hat{S} \hat{L})$$

СВОБОДНЫЙ АТОМ (ИОН) В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

$$\hat{J} = \hat{S} + \hat{L}$$
$$\hat{H}_{SL} = \lambda (\hat{S} \hat{L})$$

$$\hat{H}_z = -B \hat{M}_z$$

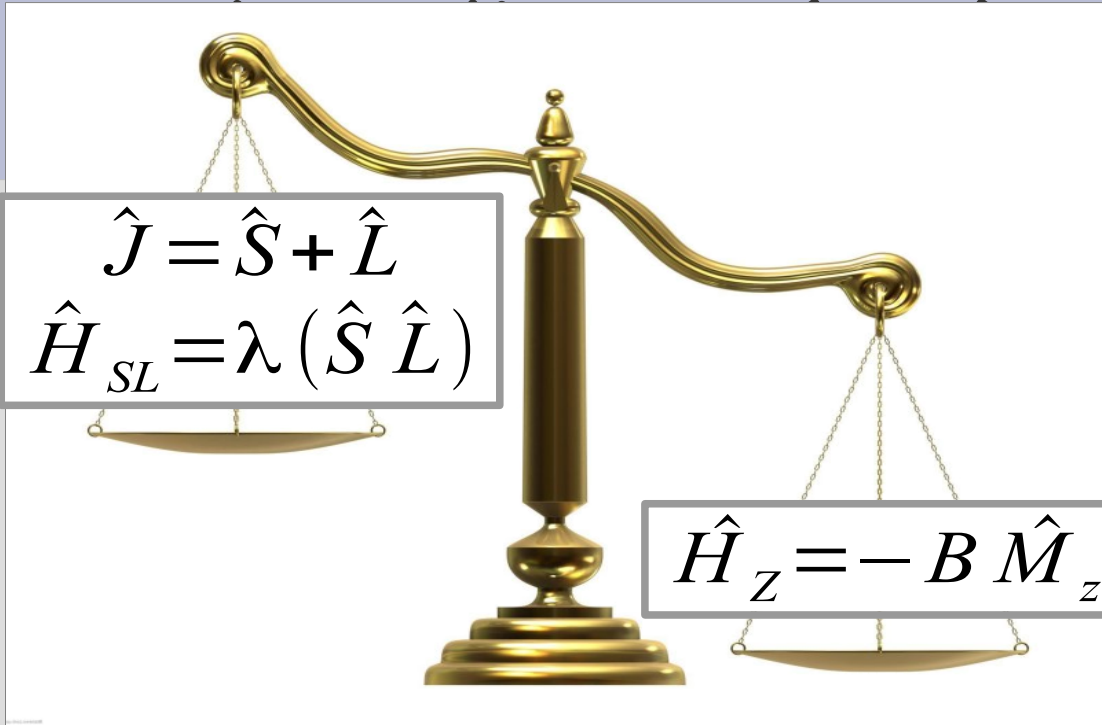
СВОБОДНЫЙ АТОМ (ИОН) В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

$$\hat{J} = \hat{S} + \hat{L}$$
$$\hat{H}_{SL} = \lambda (\hat{S} \hat{L})$$

$$\hat{M} = \mu_B \hat{L} + 2\mu_B \hat{S}$$

$$\hat{H}_z = -B \hat{M}_z$$

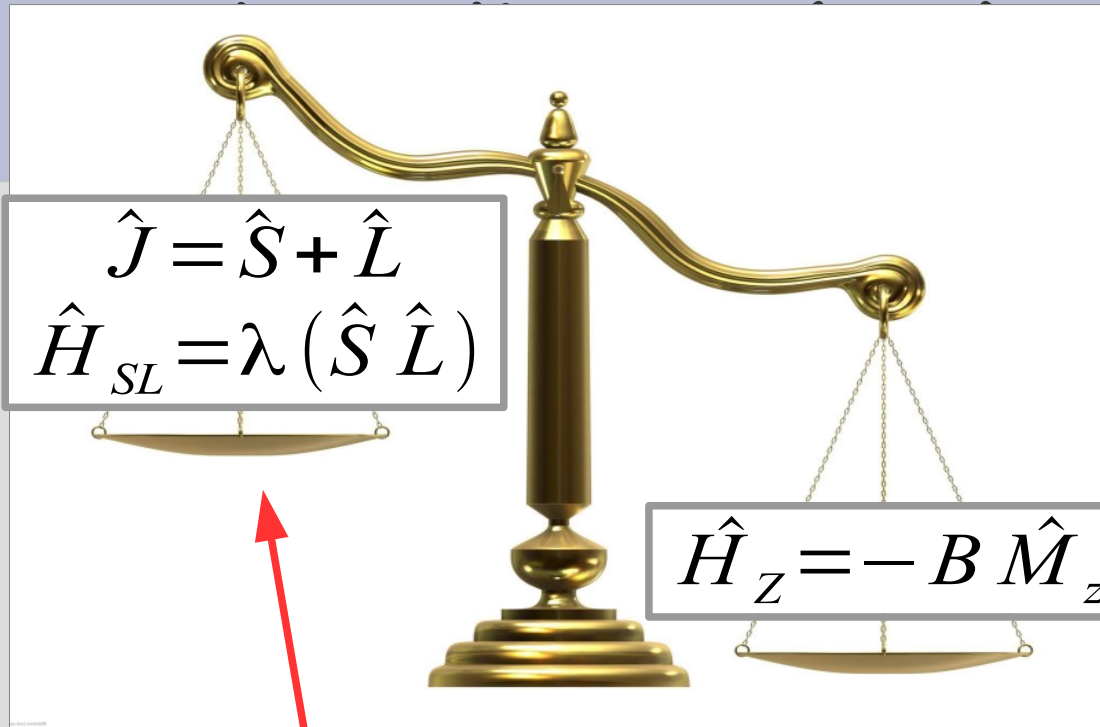
МАГНИТНОМ ПОЛЕ


$$\hat{J} = \hat{S} + \hat{L}$$
$$\hat{H}_{SL} = \lambda (\hat{S} \hat{L})$$

$$\hat{H}_z = -B \hat{M}_z$$

$$\hat{M} = \mu_B \hat{L} + 2\mu_B \hat{S}$$

МАГНИТНОМ ПОЛЕ



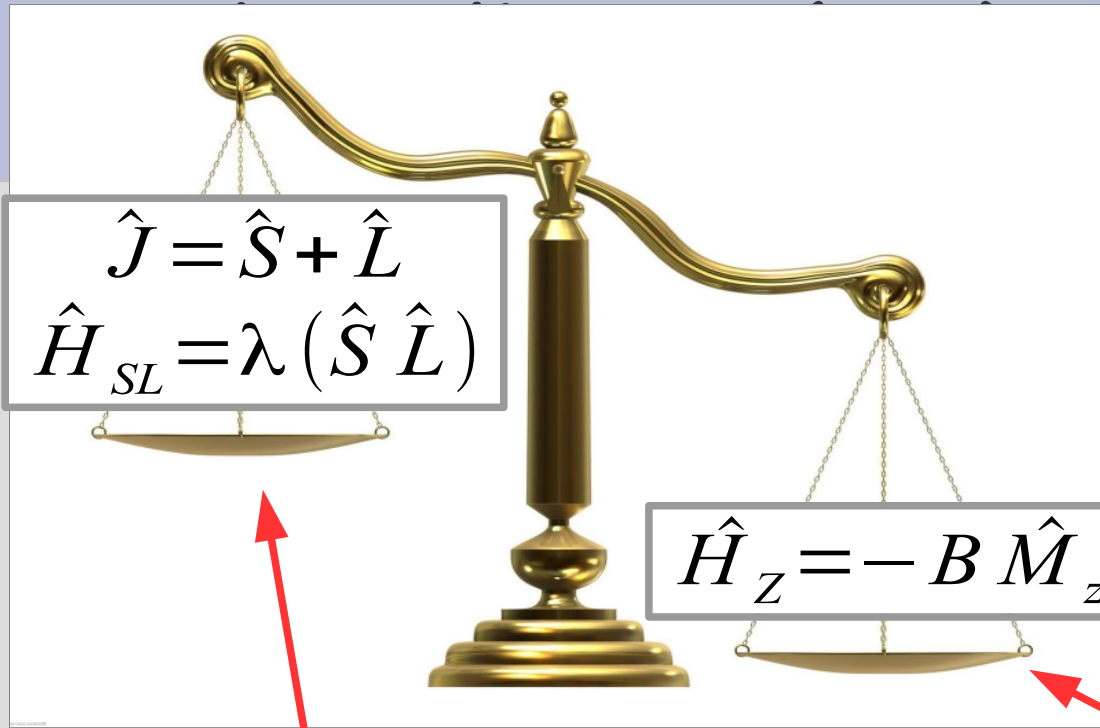
$$\hat{M} = \mu_B \hat{L} + 2\mu_B \hat{S}$$

Слабое поле

$$|J, L, S, J_z\rangle$$

$$\hat{M}_z = g \mu_B \hat{J}_z$$

МАГНИТНОМ ПОЛЕ



$$\hat{J} = \hat{S} + \hat{L}$$
$$\hat{H}_{SL} = \lambda (\hat{S} \hat{L})$$

$$\hat{H}_z = -B \hat{M}_z$$

$$\hat{M} = \mu_B \hat{L} + 2\mu_B \hat{S}$$

Слабое поле

$$|J, L, S, J_z\rangle$$

$$\hat{M}_z = g \mu_B \hat{J}_z$$

Сильное поле

$$|L, S, L_z, S_z\rangle$$

$$\hat{M}_z = \mu_B (\hat{L}_z + 2\hat{S}_z)$$

Слабое поле: g-фактор

$$|J, L, S, J_z\rangle$$

$$\hat{M}_z = \mu_B \hat{L}_z + 2\mu_B \hat{S}_z = \mu_B (\hat{J}_z + \hat{S}_z)$$

Слабое поле: g-фактор

$$|J, L, S, J_z\rangle$$

$$\hat{M}_z = \mu_B \hat{L}_z + 2\mu_B \hat{S}_z = \mu_B (\hat{J}_z + \hat{S}_z)$$

$$\langle \hat{S} \rangle = A \hat{J}, \quad \langle \hat{S}_z \rangle = A \hat{J}_z$$

$$A \hat{J}^2 = \langle \hat{S} \hat{J} \rangle = \frac{1}{2} \langle \hat{J}^2 + \hat{S}^2 - \hat{L}^2 \rangle$$

$$A = \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

Слабое поле: g-фактор

$$|J, L, S, J_z\rangle$$

$$\hat{M}_z = \mu_B \hat{L}_z + 2\mu_B \hat{S}_z = \mu_B (\hat{J}_z + \hat{S}_z)$$

$$\langle \hat{S} \rangle = A \hat{J}, \quad \langle \hat{S}_z \rangle = A \hat{J}_z$$

$$A \hat{J}^2 = \langle \hat{S} \hat{J} \rangle = \frac{1}{2} \langle \hat{J}^2 + \hat{S}^2 - \hat{L}^2 \rangle$$

$$A = \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

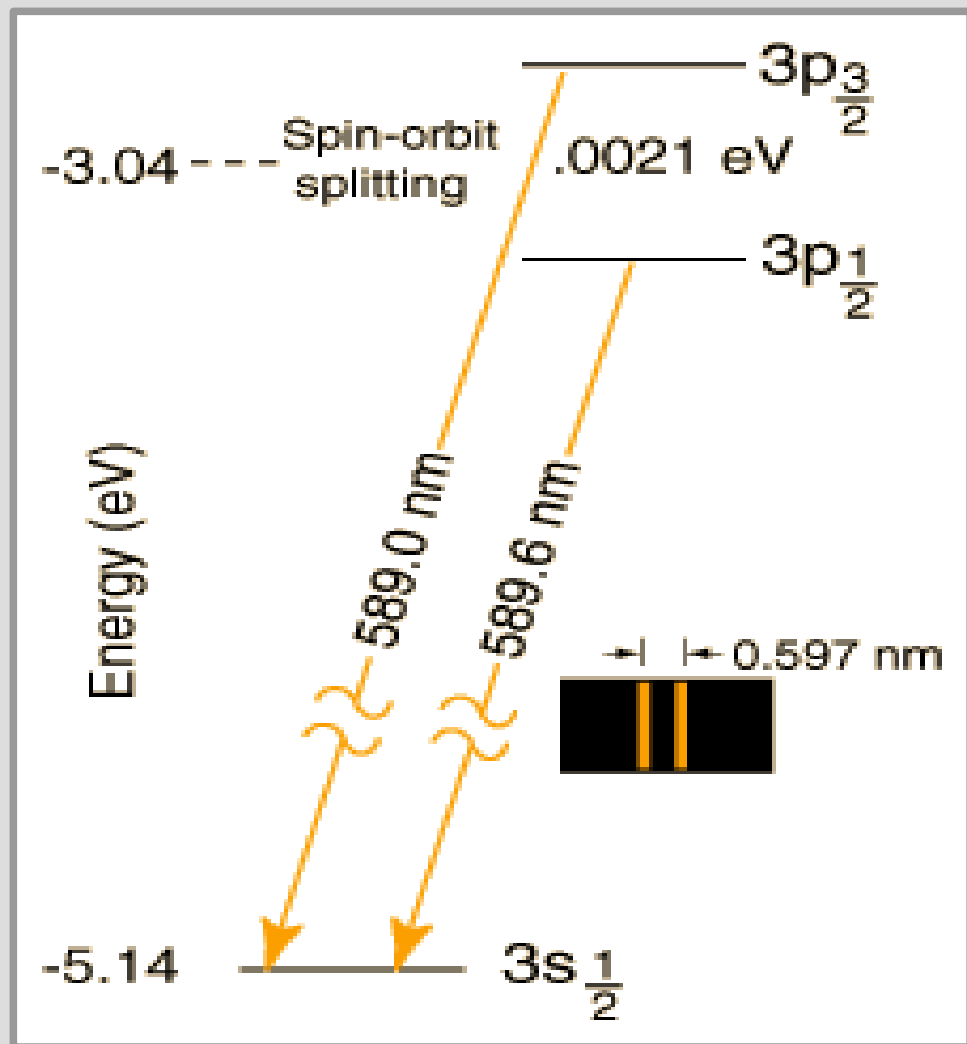
$$\hat{M}_z = \mu_B \left(1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \right) J_z$$

Возможные значения g-фактора

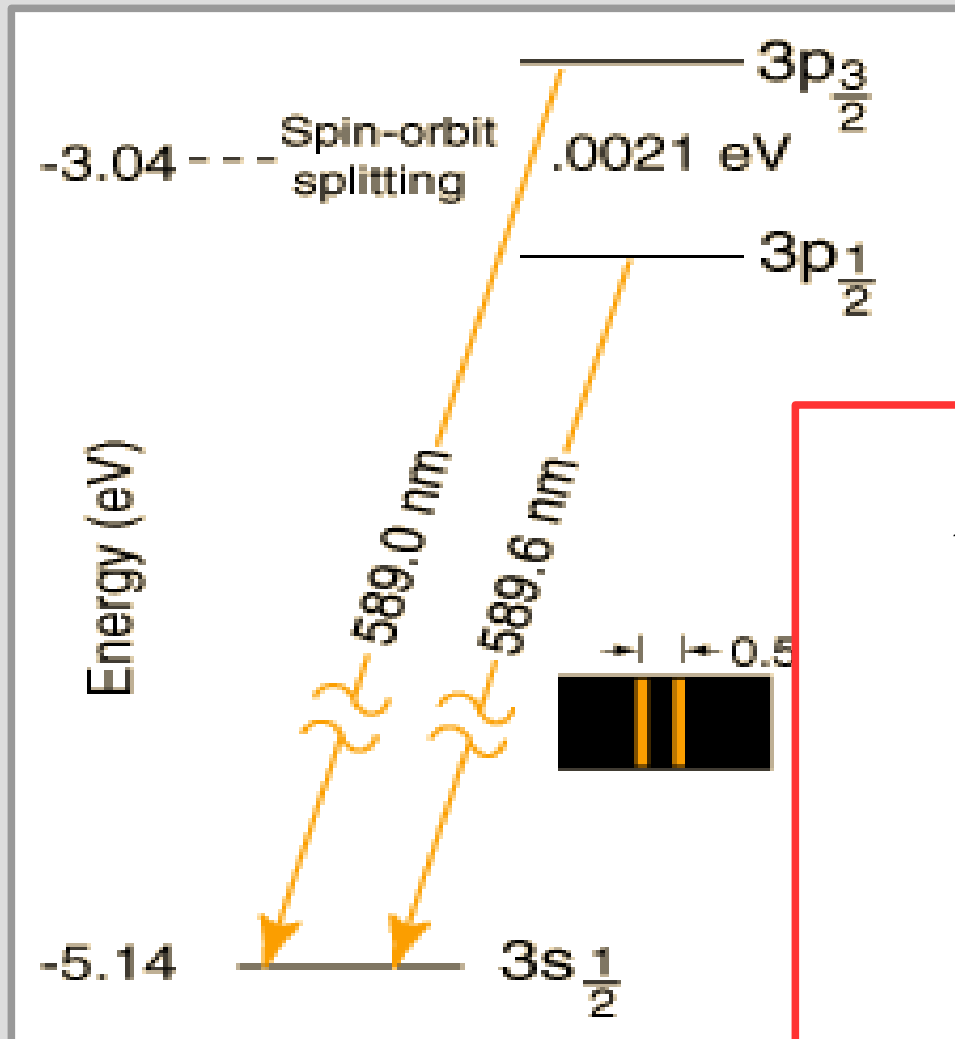
$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

терм	J	L	S	g	
5D_4	4	2	2	1,5	← S=L, g=3/2
5D_3	3	2	2	1,5	←
3S_1	1	0	1	2	← L=0, g=2
${}^2P_{1/2}$	1/2	1	1/2	2/3	
${}^2P_{3/2}$	3/2	1	1/2	4/3	
5F_5	5	3	2	1,4	← S=0, g=1
1P_1	1	1	0	1	
5F_1	1	3	2	0	← g=0
7G_1	1	4	3	-0,5	← g<0

Эффект Зеемана в слабом поле на примере желтого дублета натрия



Эффект Зеемана в слабом поле на примере желтого дублета натрия



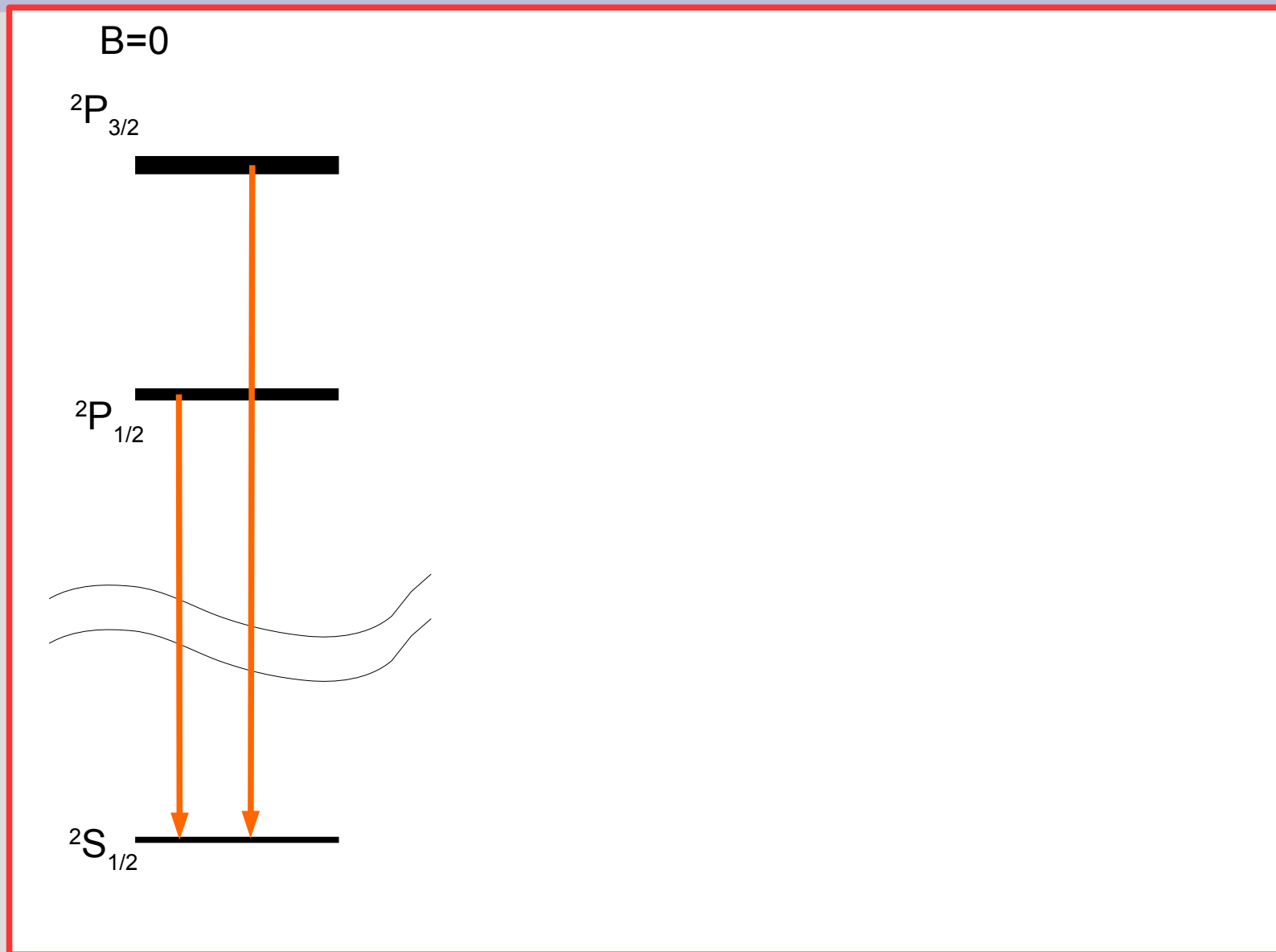
$$E_{SL} \gg g \mu_B J_z B$$

$$(\mu_B \sim 10^{-23} \text{ Дж/Т})$$

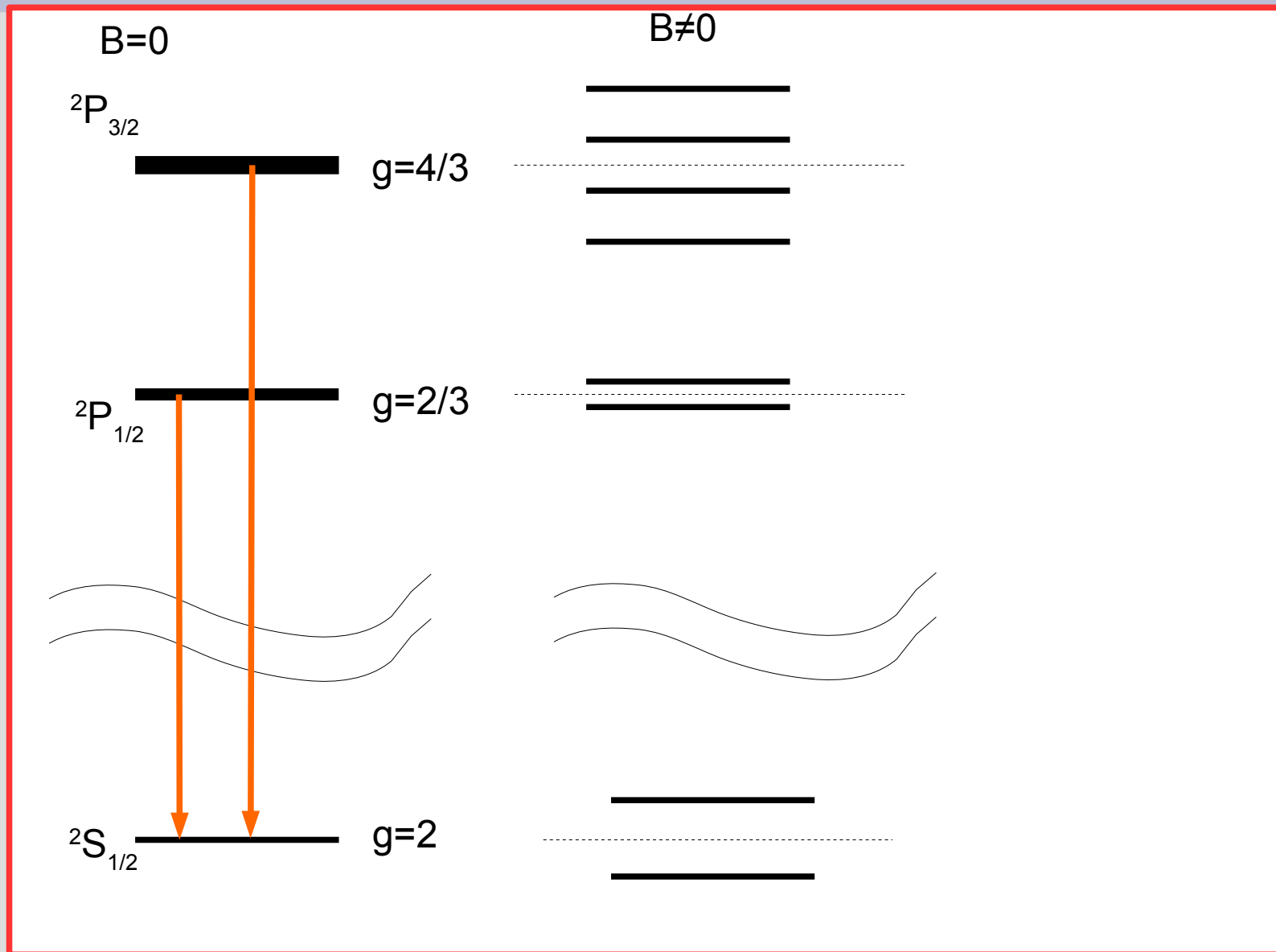
$$1 \text{ Тл} \sim 1 \text{ К} \sim 0.1 \text{ мэВ}$$

$$\text{для Na } 2 \text{ мэВ} \sim 20 \text{ Тл}$$

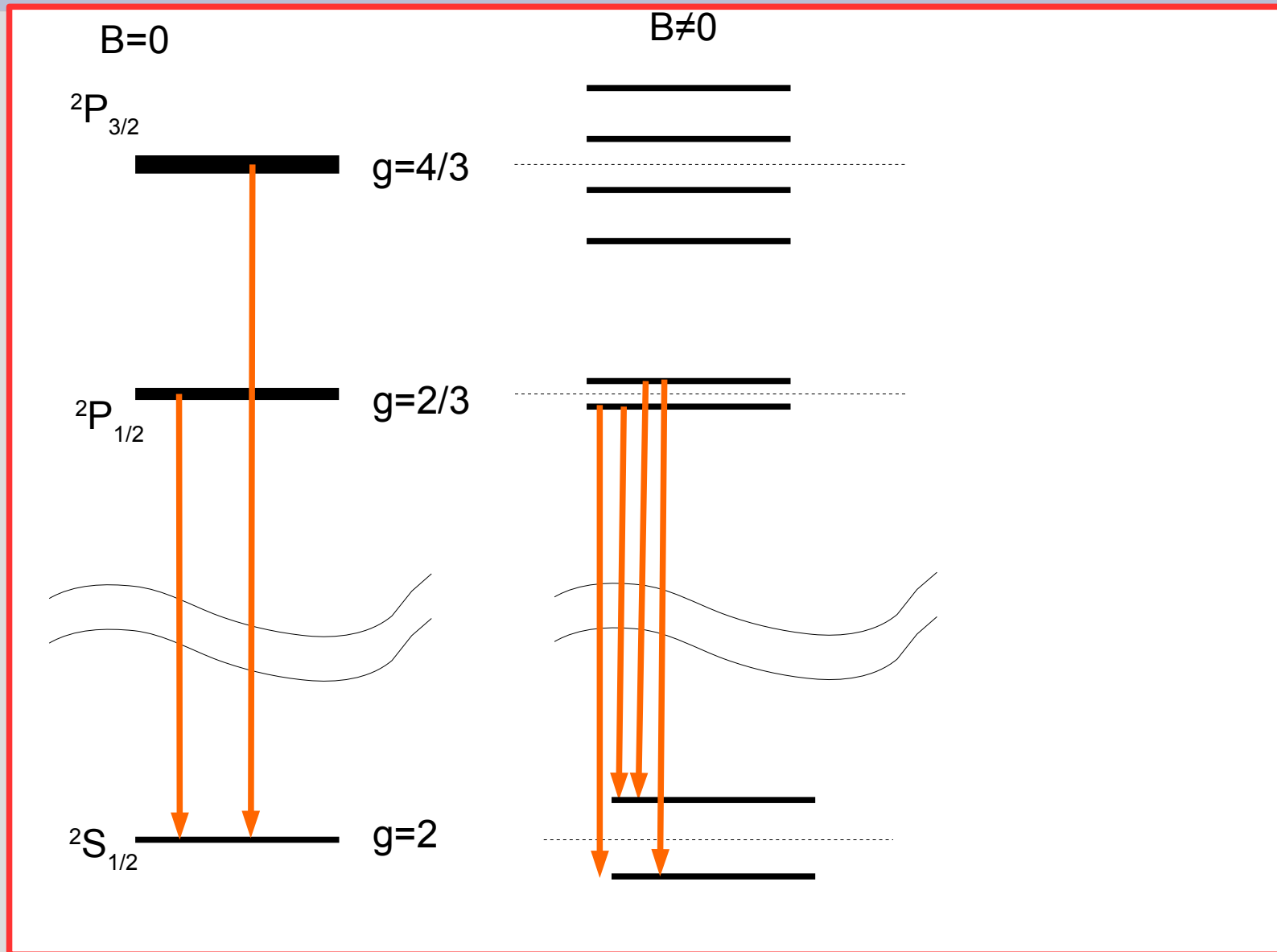
Эффект Зеемана в слабом поле на примере желтого дублета натрия



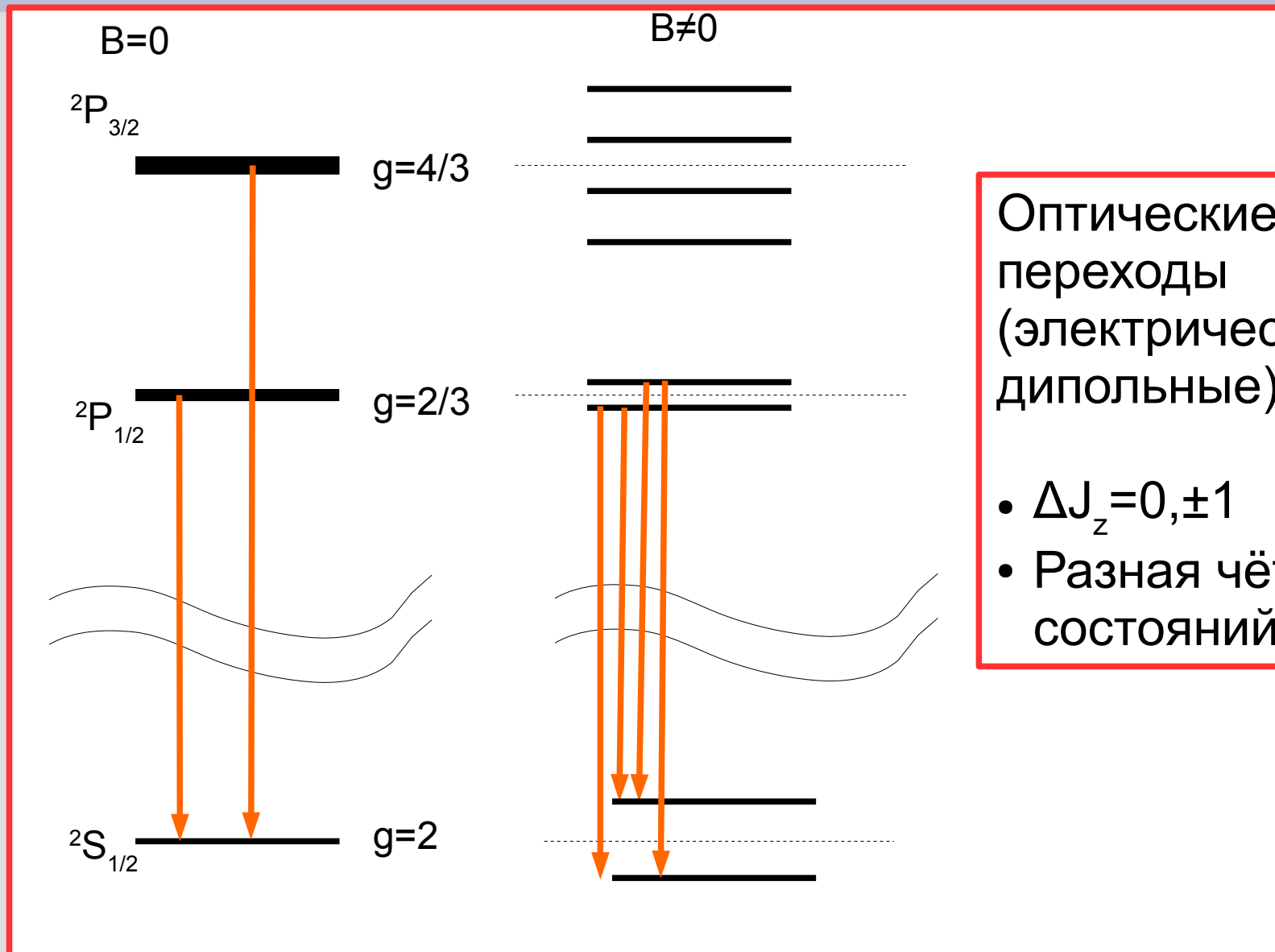
Эффект Зеемана в слабом поле на примере желтого дублета натрия



Эффект Зеемана в слабом поле на примере желтого дублета натрия



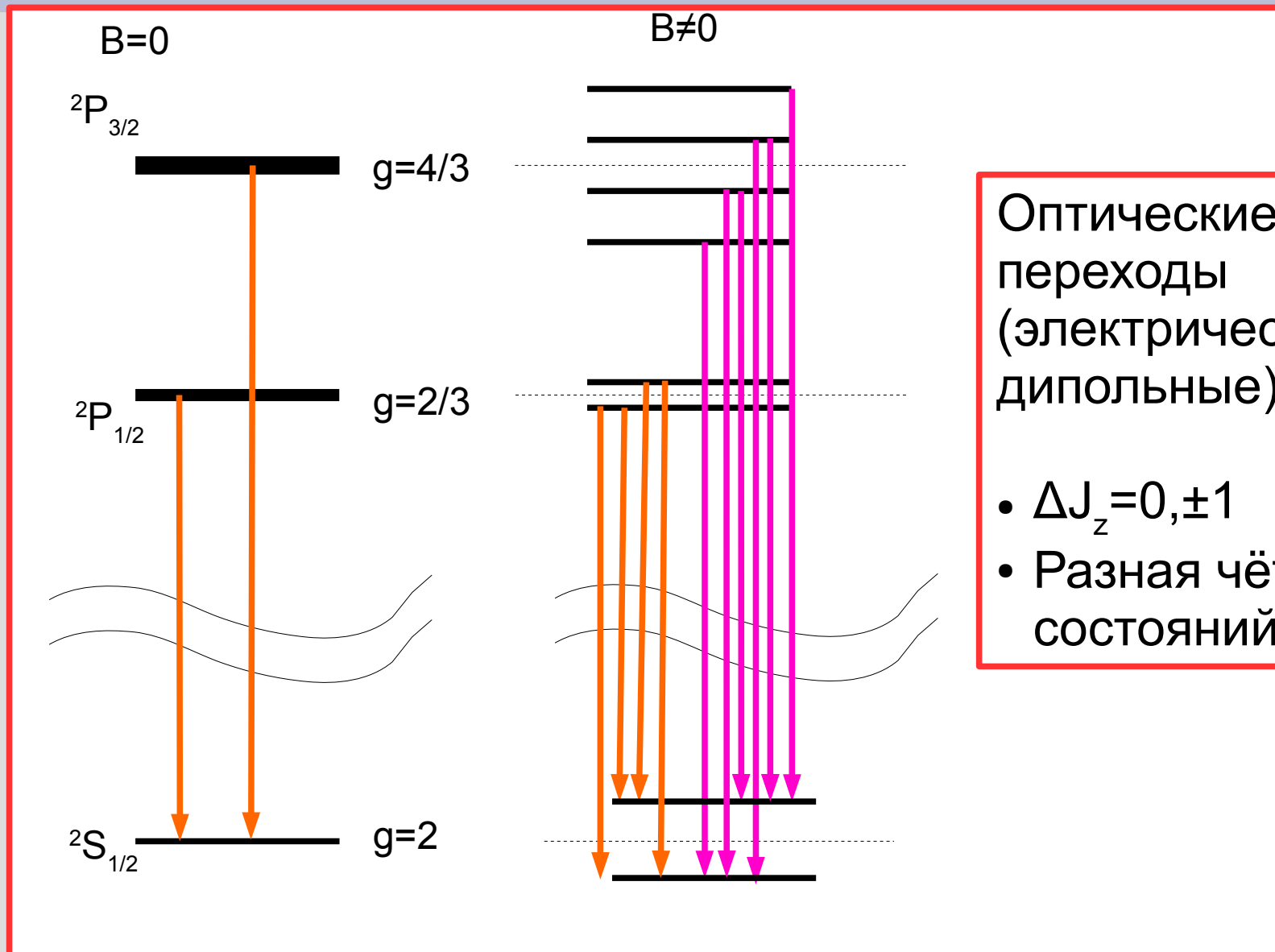
Эффект Зеемана в слабом поле на примере желтого дублета натрия



Оптические переходы (электрические дипольные):

- $\Delta J_z = 0, \pm 1$
- Разная чётность состояний

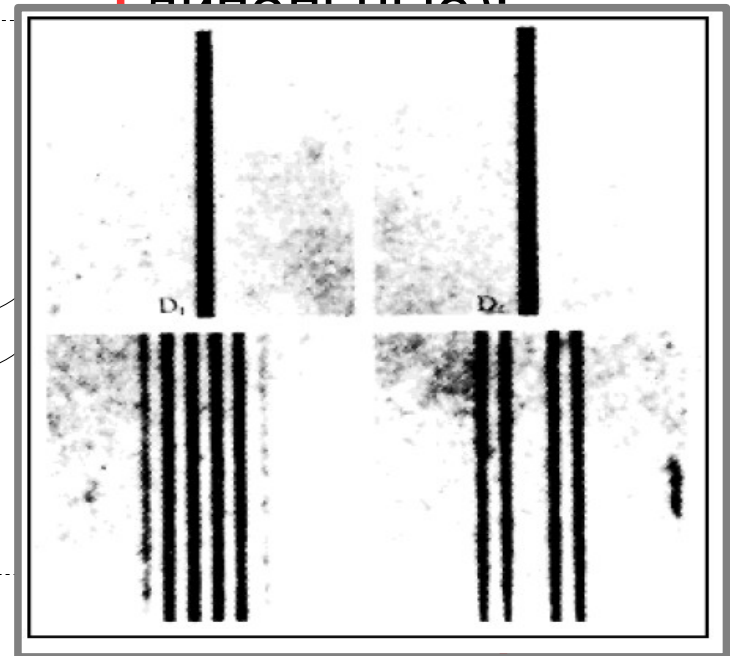
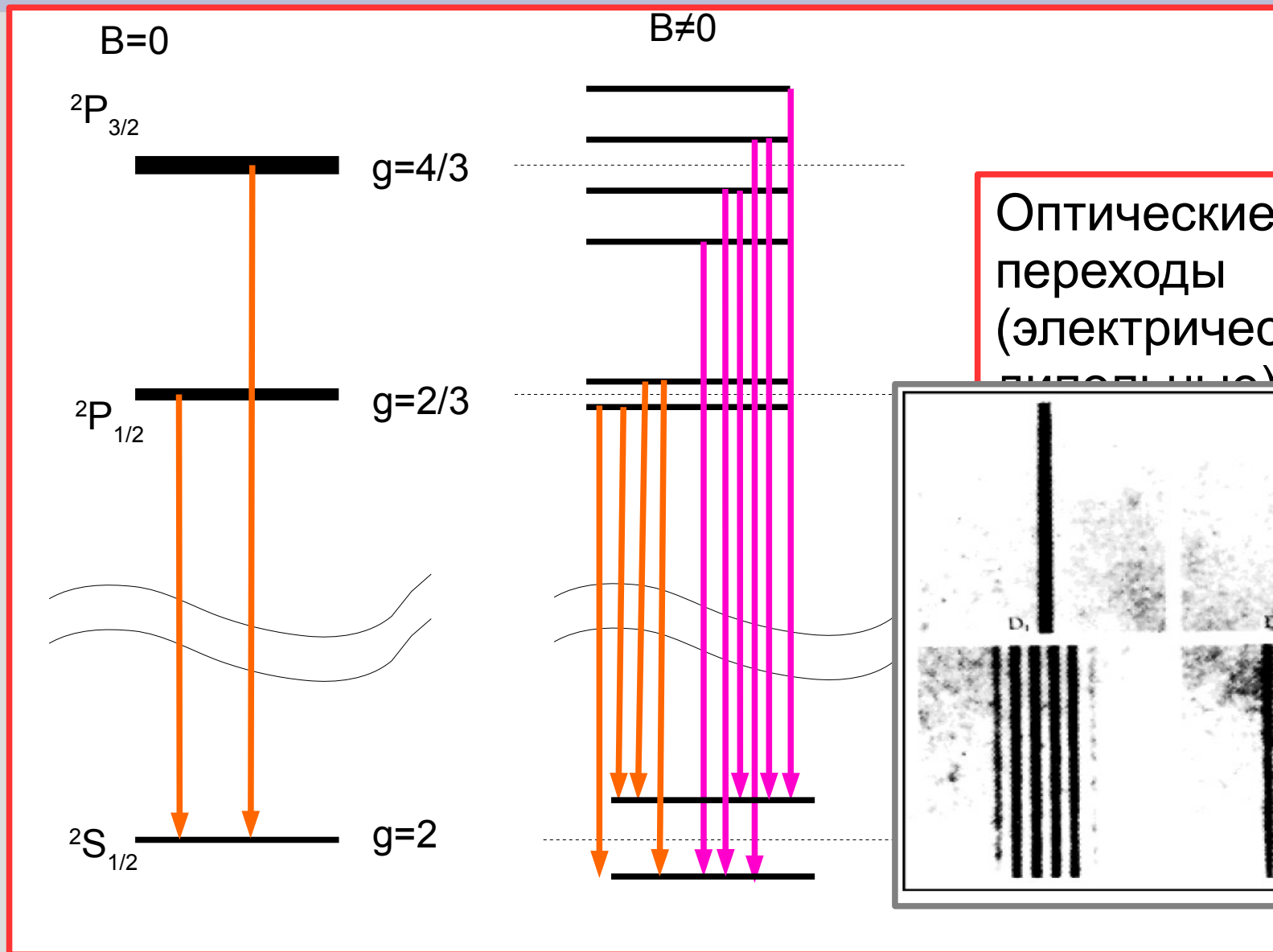
Эффект Зеемана в слабом поле на примере желтого дублета натрия



Оптические переходы (электрические дипольные):

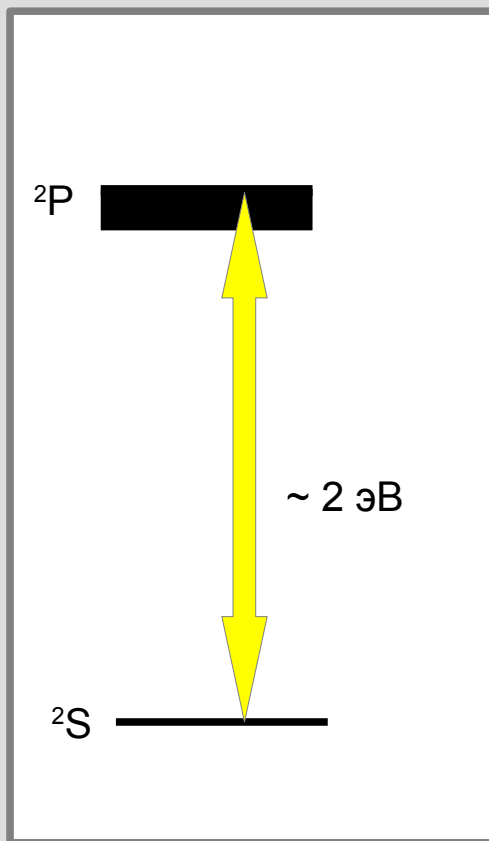
- $\Delta J_z = 0, \pm 1$
- Разная чётность состояний

Эффект Зеемана в слабом поле на примере желтого дублета натрия



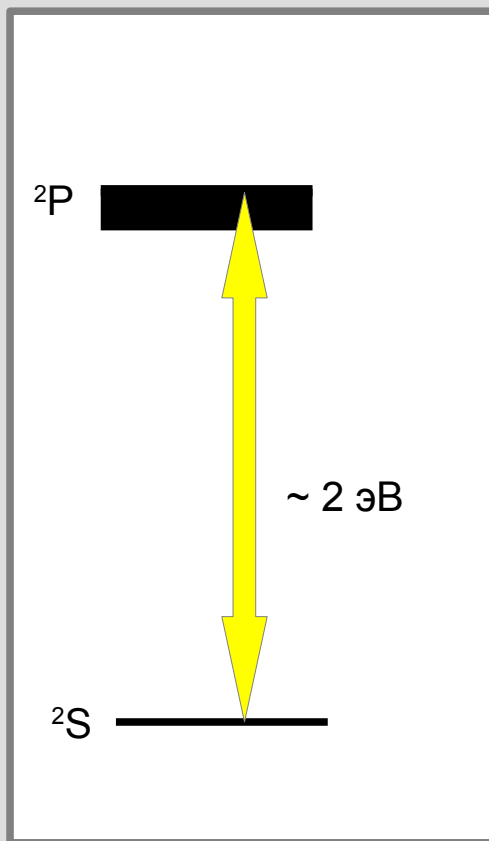
Эффект Зеемана в сильном поле

$$\vec{\mu} = \mu_B (\vec{L} + 2\vec{S})$$



Эффект Зеемана в сильном поле

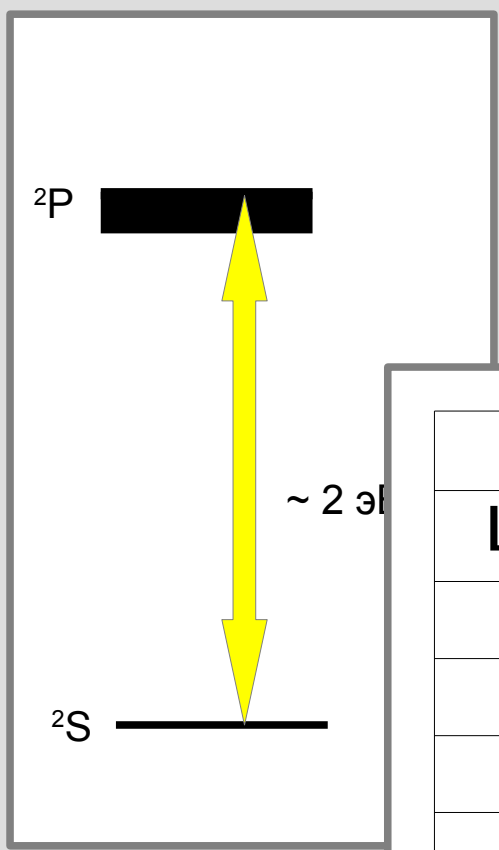
$$\vec{\mu} = \mu_B (\vec{L} + 2\vec{S})$$



$$E_Z = -B \langle \mu_z \rangle$$
$$\hbar \omega = \Delta E_0 - \mu_B (L_Z(^2P) + 2S_Z(^2P)) B +$$
$$+ \mu_B (L_Z(^2S) + 2S_Z(^2S)) B$$

Эффект Зеемана в сильном поле

$$\vec{\mu} = \mu_B (\vec{L} + 2\vec{S})$$



$$E_Z = -B \langle \mu_z \rangle$$

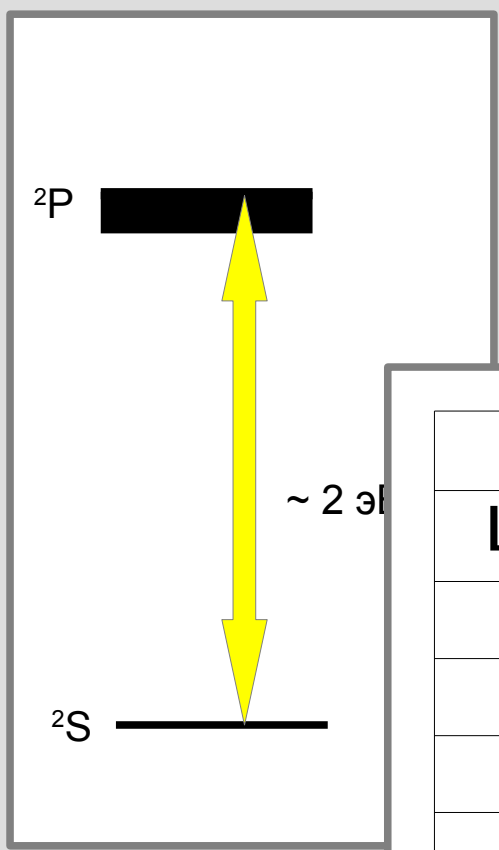
$$\hbar \omega = \Delta E_0 - \mu_B (L_Z(^2P) + 2S_Z(^2P)) B + \mu_B (L_Z(^2S) + 2S_Z(^2S)) B$$

2P		
L_z	S_z	$L_z + 2S_z$
1	0,5	2
1	-0,5	0
0	0,5	1
0	-0,5	-1
-1	0,5	0
-1	-0,5	-2

2S		
L_z	S_z	$L_z + 2S_z$
0	0,5	1
0	-0,5	-1

Эффект Зеемана в сильном поле

$$\vec{\mu} = \mu_B (\vec{L} + 2\vec{S})$$



$$E_Z = -B \langle \mu_z \rangle$$

$$\hbar \omega = \Delta E_0 - \mu_B (L_Z(^2P) + 2S_Z(^2P)) B + \mu_B (L_Z(^2S) + 2S_Z(^2S)) B$$

2P		
L_z	S_z	$L_z + 2S_z$
1	0,5	2
1	-0,5	0
0	0,5	1
0	-0,5	-1
-1	0,5	0
-1	-0,5	-2

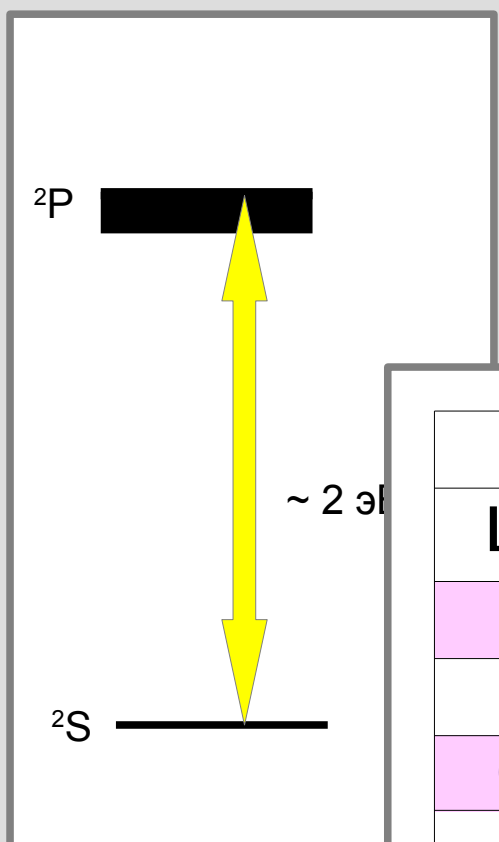
2S		
L_z	S_z	$L_z + 2S_z$
0	0,5	1
0	-0,5	-1

$$\Delta L_z = \pm 1, 0$$

$$\Delta S_z = 0$$

Эффект Зеемана в сильном поле

$$\vec{\mu} = \mu_B (\vec{L} + 2\vec{S})$$



$$E_Z = -B \langle \mu_z \rangle$$

$$\hbar \omega = \Delta E_0 - \mu_B (L_Z(^2P) + 2S_Z(^2P)) B + \mu_B (L_Z(^2S) + 2S_Z(^2S)) B$$

² P		
L _z	S _z	L _z +2S _z
1	0,5	2
1	-0,5	0
0	0,5	1
0	-0,5	-1
-1	0,5	0
-1	-0,5	-2

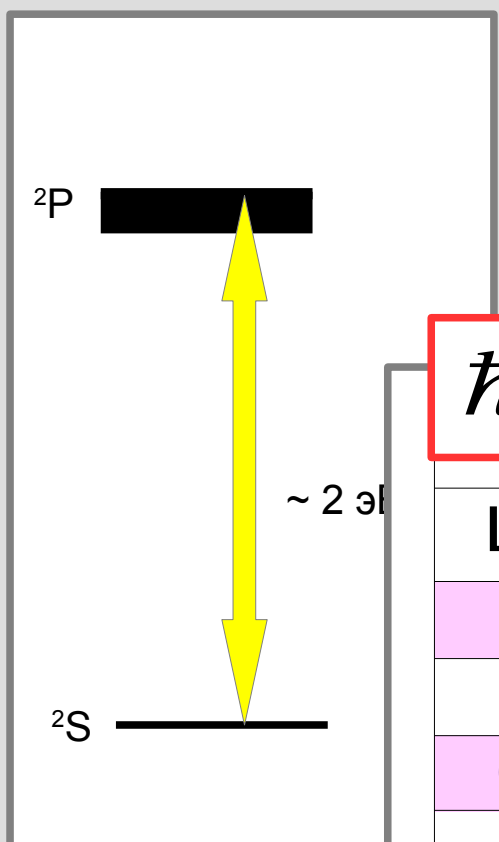
² S		
L _z	S _z	L _z +2S _z
0	0,5	1
0	-0,5	-1

$$\Delta L_z = \pm 1, 0$$

$$\Delta S_z = 0$$

Эффект Зеемана в сильном поле

$$\vec{\mu} = \mu_B (\vec{L} + 2\vec{S})$$



$$E_Z = -B \langle \mu_z \rangle$$

$$\hbar \omega = \Delta E_0 - \mu_B (L_z(^2P) + 2S_z(^2P)) B + \mu_B (L_z(^2S) + 2S_z(^2S)) B$$

$$\hbar \omega = \Delta E_0 + \{ \mu_B B, 0, -\mu_B B \}$$

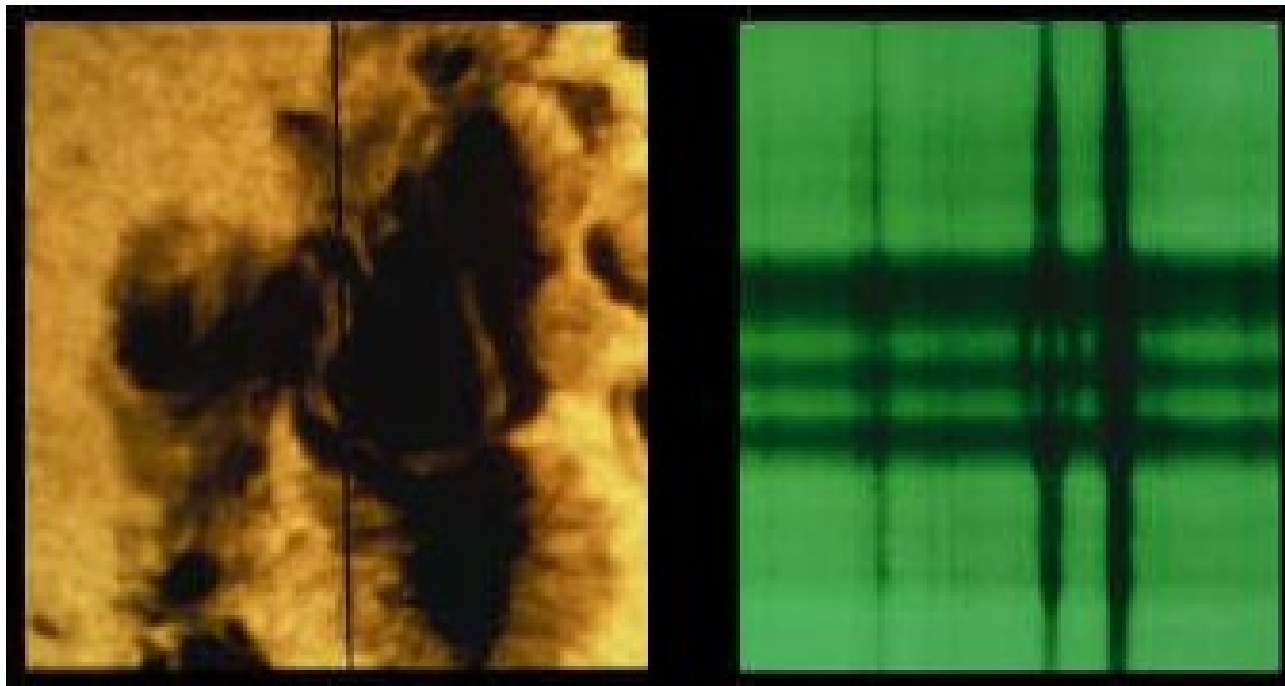
L_z	S_z	$L_z + 2S_z$
1	0,5	2
1	-0,5	0
0	0,5	1
0	-0,5	-1
-1	0,5	0
-1	-0,5	-2

L_z	S_z	$L_z + 2S_z$
0	0,5	1
0	-0,5	-1

$$\Delta L_z = \pm 1, 0$$

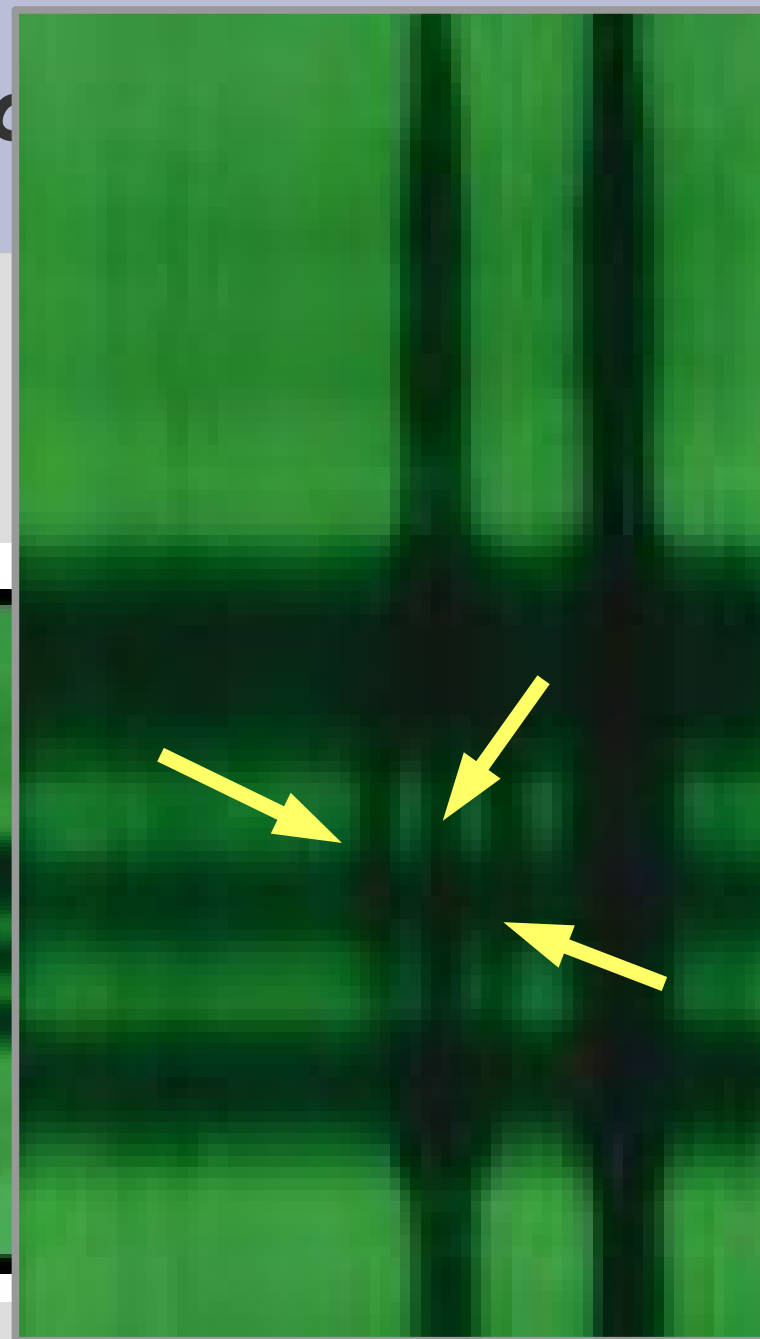
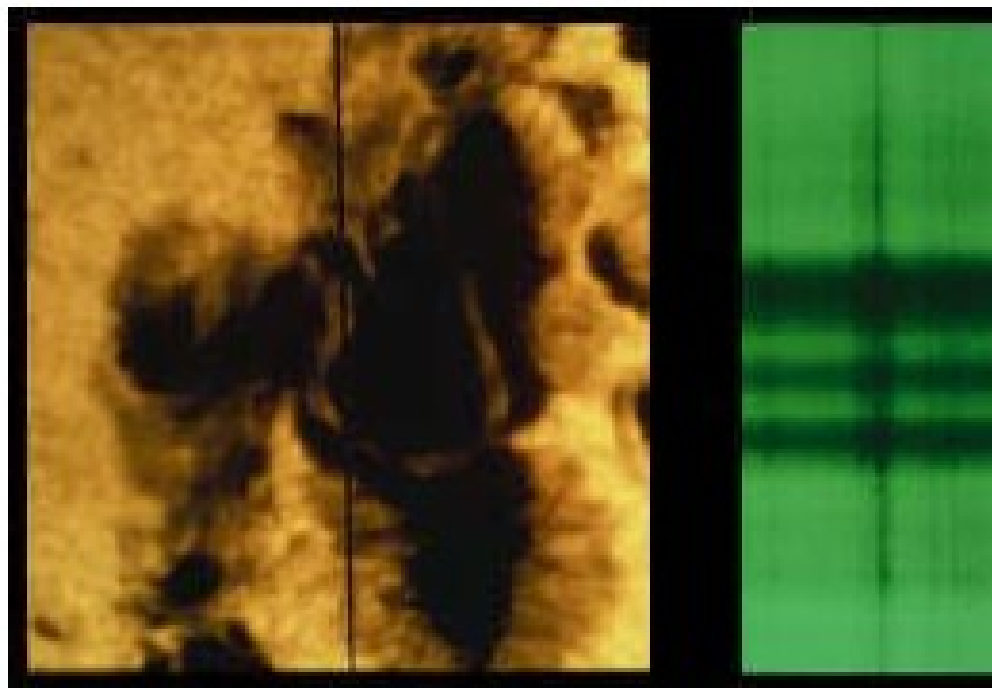
$$\Delta S_z = 0$$

Как измерить магнитное поле на Солнце

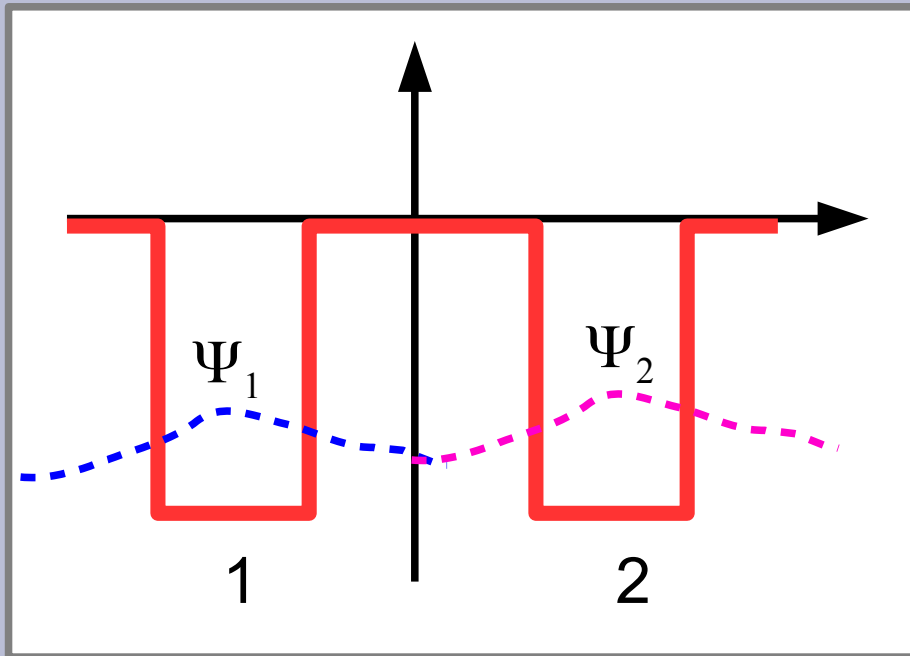


Как измерить магнитное поле

2



Правила отбора. Напоминание 4.



$$\hat{H}_0 \Psi_{1,2} = E_0 \Psi_{1,2}$$

Оператор туннелирования

$$\hat{T} \Psi_{1,2} = \hbar T \Psi_{2,1}$$

$$i \hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = (\hat{H}_0 + \hat{T}) \Psi$$

$$\Psi(t=0) = \Psi_1$$

$$w_1 = \cos^2(T t)$$

$$w_2 = \sin^2(T t)$$

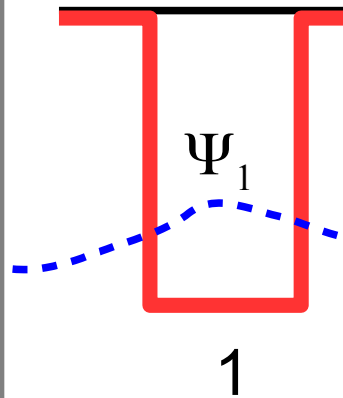
П

Обобщение:

При появлении «взаимодействия» «смешивающего» состояния 1 и 2 возникают переходы между состояниями.

Вероятность перехода в единицу времени:

$$\rho = T^2 = |\langle 1 | \hat{T} | 2 \rangle|^2$$

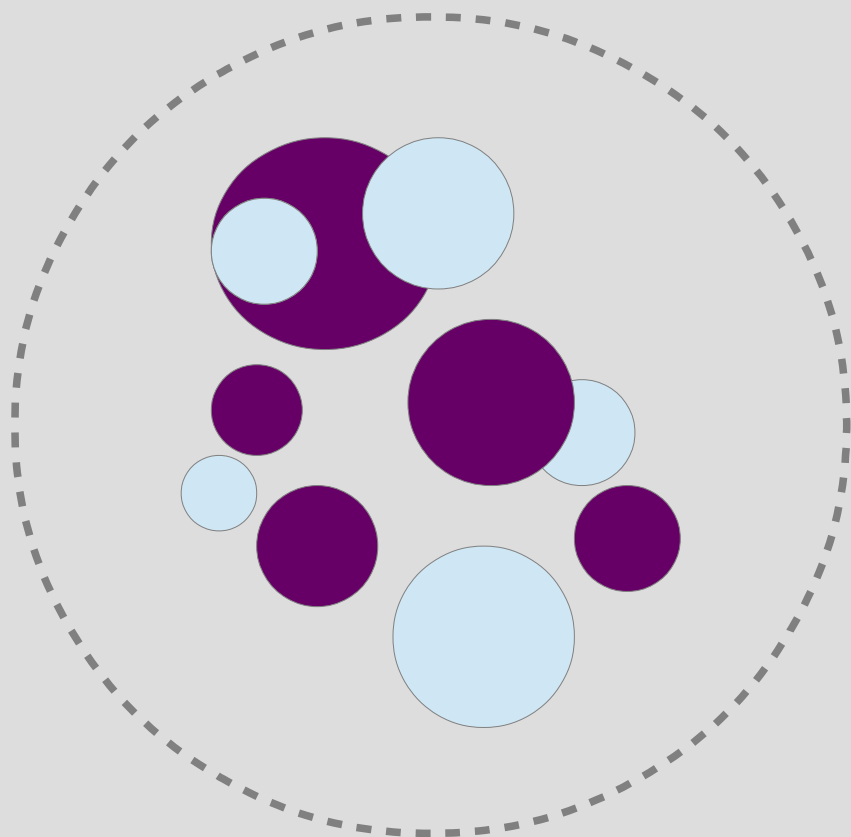


$$\Psi(t=0) = \Psi_1$$

$$w_1 = \cos^2(T t)$$

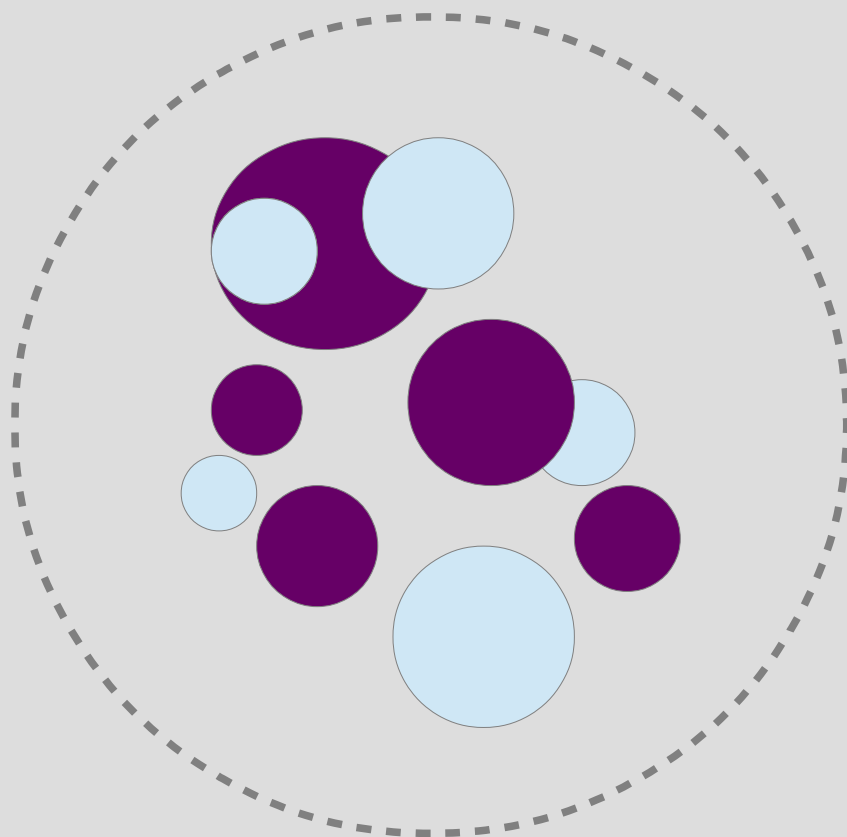
$$w_2 = \sin^2(T t)$$

Излучение и поглощение: Взаимодействие с **электромагнитным** полем



$$q = \sum q_i$$
$$\vec{d} = \sum q_i \vec{r}_i$$
$$Q_{\alpha\beta} = \sum q_i (3 r_{i\alpha} r_{i\beta} - r^2 \delta_{\alpha\beta})$$

Излучение и поглощение: Взаимодействие с **электромагнитным** полем

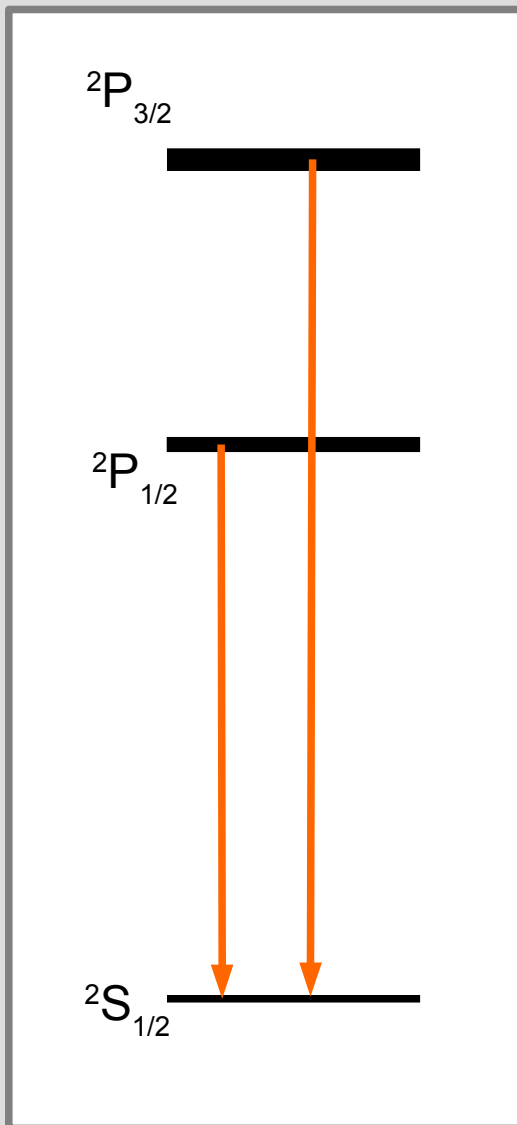


$$q = \sum q_i$$
$$\vec{d} = \sum q_i \vec{r}_i$$
$$Q_{\alpha\beta} = \sum q_i (3 r_{i\alpha} r_{i\beta} - r^2 \delta_{\alpha\beta})$$

Энергия мультиполя во
внешнем поле

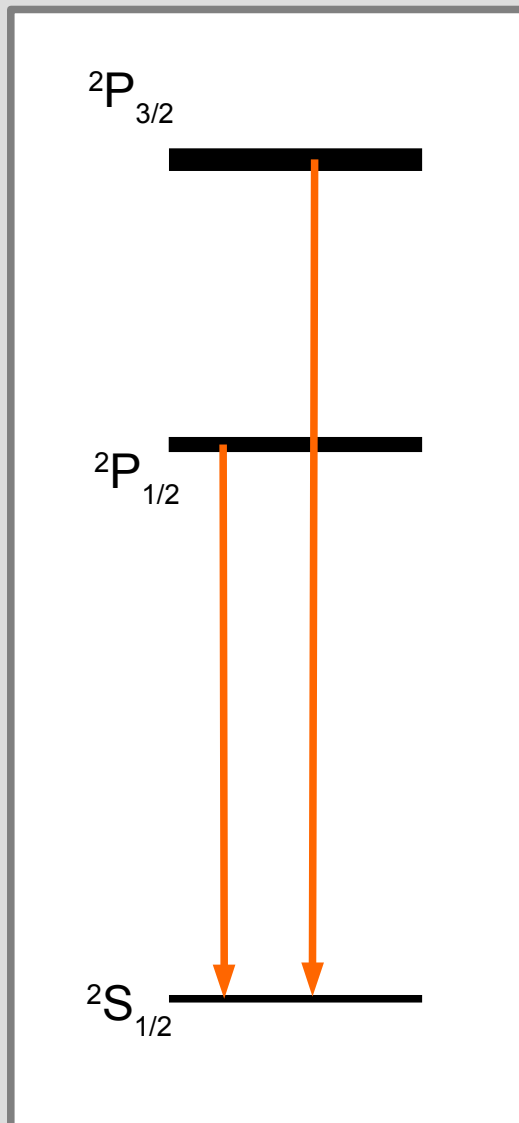
$$\varepsilon = q\phi - \vec{d} \vec{E} - \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta} Q_{\alpha\beta} \frac{\partial E_{\alpha}}{\partial r_{\beta}} + \dots$$

Чётность и дипольные электрические переходы



$$\rho \propto \left| \int \psi_1^* \hat{d} \psi_2 dx \right|^2$$

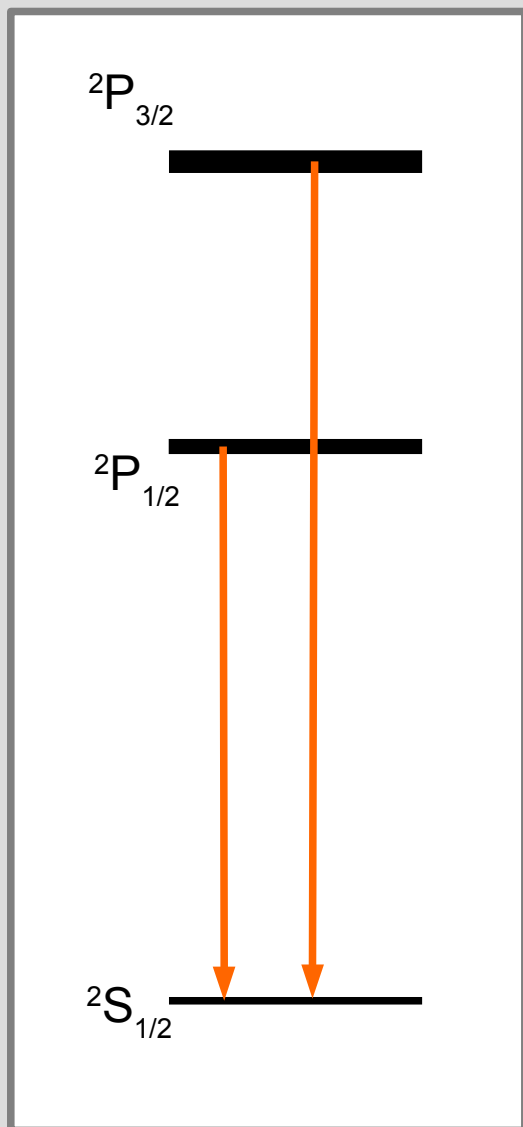
Чётность и дипольные электрические переходы



$$\rho \propto \left| \int \psi_1^* \hat{\vec{d}} \psi_2 dx \right|^2$$

↑
нечётно по инверсии

Чётность и дипольные электрические переходы



$$\rho \propto \left| \int \psi_1^* \hat{d} \psi_2 dx \right|^2$$

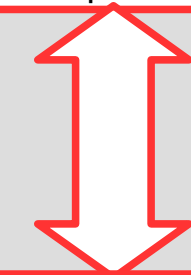
нечётно по инверсии

Состояния 1 и 2 должны иметь разную чётность!

$$P = (-1)^l$$

Магнитно-дипольные переходы

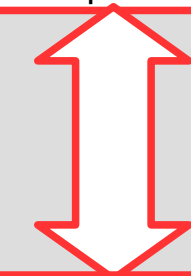
$$\varepsilon = q\phi - \vec{d} \cdot \vec{E} - \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta} Q_{\alpha\beta} \frac{\partial E_{\alpha}}{\partial r_{\beta}} + \dots$$



$$\varepsilon = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu_x b_x \cos \Omega t$$

Магнитно-дипольные переходы

$$\varepsilon = q\phi - \vec{d} \cdot \vec{E} - \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta} Q_{\alpha\beta} \frac{\partial E_{\alpha}}{\partial r_{\beta}} + \dots$$



$$\varepsilon = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu_x b_x \cos \Omega t$$

$$\hat{\mu}_x = g \mu_B \hat{J}_x$$

чётный к
инверсии!

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_B \sim \frac{e\hbar}{mc} b \\ r \sim \frac{\hbar^2}{me^2}; p \sim \frac{me^2}{\hbar} \end{array} \right\} \rightarrow \varepsilon_B = (erb) \times \frac{\hbar}{mch^2 l (me^2)} = \frac{V}{c} \varepsilon_E$$

Магнитно-дипольные переходы

$$\varepsilon = q\phi - \vec{d} \vec{E} - \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta} Q_{\alpha\beta} \frac{\partial E_{\alpha}}{\partial r_{\beta}} + \dots$$

$$\varepsilon = -\vec{\mu} \vec{B} = -\mu_x b_x \cos \Omega t$$

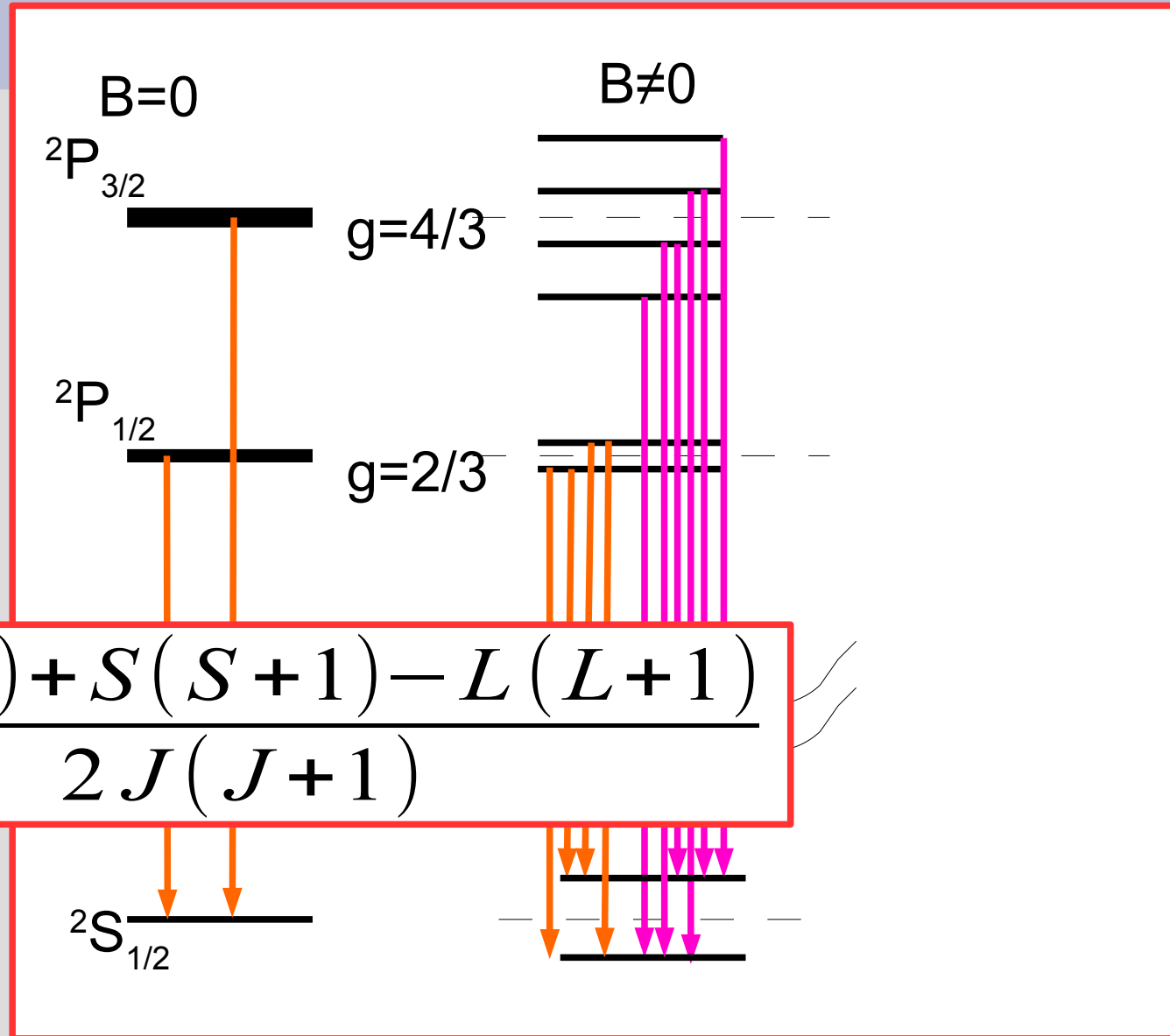
$$\hat{\mu}_x = g \mu_B \hat{J}_x$$

чётный к
инверсии!

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_B \sim \frac{e\hbar}{mc} b \\ r \sim \frac{\hbar^2}{me^2}; p \sim \frac{me^2}{\hbar} \end{array} \right\} \rightarrow \varepsilon_B = (erb) \times \frac{\hbar}{mch^2/(me^2)} = \frac{V}{c} \varepsilon_E$$

$$\rho_M \sim \left(\frac{V}{c} \right)^2 \rho_E$$

Основное на лекции



$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$