

УДК 539.1

*В. А. Астапенко¹, С. В. Сахно¹, Ю. А. Кротов^{1,2}*¹Московский физико-технический институт (государственный университет)²АО «НИИ «Полус» им. М. Ф. Стельмаха

Поляризационное тормозное излучение с учетом плазмонных интерференционных эффектов быстрых электронов на металлических наносферах в диэлектрической матрице

Работа посвящена теоретическому анализу поляризационного тормозного излучения (ПТИ) [1] при рассеянии быстрых электронов на металлической наносфере, помещенной в диэлектрическую матрицу в области частот вблизи дипольного и квадрупольного плазмонных резонансов. Учитываются плазмонные интерференционные эффекты, которые возникают в частотно-угловом распределении ПТИ. Предлагаемый подход основан на методе Ферми эквивалентных фотонов [2] и теории Ми рассеяния излучения малыми частицами металла [3]. Показано, что учет плазмонной интерференции в дифференциальном сечении ПТИ приводит к специфическим особенностям в спектральном распределении излученных фотонов, которое сильно зависит от угла излучения и радиуса наносферы.

Ключевые слова: поляризационное тормозное излучение, быстрые электроны, металлическая наносфера, плазмоны.

*V. A. Astapenko¹, S. V. Sakhno¹, Yu. A. Krotov^{1,2}*¹Moscow Institute of Physics and Technology (State University)²Joint -Stock Company «POLYUS Research Institute of M. F. Stelmakh»

Polarization bremsstrahlung taking into account the plasmonic interference effects of fast electrons on metallic nanospheres in a dielectric matrix

The paper is devoted to the theoretical analysis of polarization bremsstrahlung (PB) [1] due to the scattering of fast electrons by a metal nanosphere embedded in a dielectric matrix in the frequency region in the vicinity of dipole and quadrupole plasmon resonances. Here we take into account plasmon interference effects that arise in the frequency-angular distribution of PB. These effects result from interrelation between contributions to PBs due to a plasmon on the sphere surface of different multipolarity. Our approach is based on the Fermi method of equivalent photons [2] and the Mie theory of radiation scattering by small metal particles [3]. It is shown that taking into account the plasmon interference in the PB differential crosssection results in specific features in the spectral distribution of an emitted photon which strongly depend on the radiation angle and nanosphere radius.

Key words: polarization bremsstrahlung, fast electrons, metallic nanosphere, plasmons.

1. Введение

Можно выделить две составляющие в тормозном излучении заряженной частицы на металлической наносфере в диэлектрической матрице. Первая составляющая – статическое тормозное излучение налетающей частицы в электростатическом поле мишени [4].

Вторая составляющая является излучением за счет того, что налетающая частица поляризует электронные оболочки наночастиц, возбуждая поверхностные плазмоны, данная переменная поляризация также является источником излучения. Эта составляющая называется поляризационным тормозным излучением (ПТИ) [5].

2. Сечение рассеяния виртуального фотона на металлической наносфере в диэлектрической матрице

В случае металлических наносфер спектрально-угловое сечение рассеяния монохроматического линейно поляризованного излучения представляется в виде

$$\sigma_{sc}(\omega, \theta, \varphi) = \pi r_s^2 Q_{sc}(\omega, \theta, \varphi), \quad (1)$$

где r_s – радиус наносферы, $Q_{sc}(\omega, \theta, \varphi)$ – спектрально-угловая эффективность рассеяния, которая выражается функцией рассеяния $F_{sc}(\omega, \theta, \varphi)$ следующим образом [6]:

$$Q_{sc}(\omega, \theta, \varphi) = \frac{4}{x^2} F_{sc}(\omega, \theta, \varphi), \quad (2)$$

где $x = kr_s$, $k = \sqrt{\varepsilon_m} \frac{\omega}{c}$ – волновой вектор излучения в матрице с диэлектрической проницаемостью ε_m , в которую помещены наносферы с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_m(\omega)$. Геометрия процесса представлена на рис. 1, где θ , φ – полярный и азимутальный углы волнового вектора рассеянного излучения \mathbf{k} .

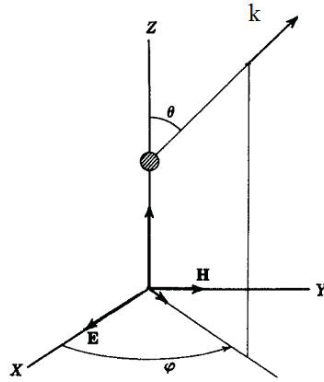


Рис. 1. Геометрия процесса

Для функции рассеяния монохроматического излучения в заданный телесный угол на частоте ω имеем [6]:

$$F_{sc}(\omega, \theta, \varphi) = |S_1(\omega, \theta)|^2 \sin^2 \varphi + |S_2(\omega, \theta)|^2 \cos^2 \varphi, \quad (3)$$

где

$$S_1(\omega, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} (a_n(\omega) \pi_n(\theta) + b_n(\omega) \tau_n(\theta)), \quad (4)$$

$$S_2(\omega, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} (a_n(\omega) \tau_n(\theta) + b_n(\omega) \pi_n(\theta)), \quad (5)$$

и

$$\pi_n(\theta) = \frac{P_n^1(\cos(\theta))}{\sin(\theta)}, \quad \tau_n(\theta) = \frac{dP_n^1(\cos \theta)}{d\theta}. \quad (6)$$

В рассматриваемом цилиндрически симметричном случае сечение рассеяния должно быть усреднено по азимутальному углу φ . Тогда функция рассеяния перестает зависеть от азимутального угла, а сечение рассеяния зависит только от частоты и полярного угла излучения.

Коэффициенты разложения по мультиполям a_n и b_n в рамках теории Ми [3] даются следующими выражениями:

$$a_n(x, y, m) = \frac{\psi'_n(y)\psi_n(x) - m\psi'_n(x)\psi_n(y)}{\psi'_n(y)\zeta_n(x) - m\zeta'_n(x)\psi_n(y)}, \quad (7)$$

$$b_n(x, y, m) = \frac{m\psi'_n(y)\psi_n(x) - \psi'_n(y)\psi'_n(x)}{m\psi'_n(y)\zeta_n(x) - \zeta'_n(x)\psi_n(y)}, \quad (8)$$

где $m = \sqrt{\varepsilon_s(\omega)/\varepsilon_m}$. Коэффициенты $\psi_n(z) = zj_n(z)$ и $\zeta_n(z) = z\chi_n(z)$ являются функциями, введенными Дебаем, где $j_n(z)$, $\chi_n(z)$ – сферические функции Бесселя и Ханкеля.

Диэлектрическая проницаемость металлической сферы может быть выражена через вещественную $n_s(\omega)$ и мнимую $k_s(\omega)$ части показателя преломления металла:

$$\varepsilon_s(\omega) = \varepsilon_1(\omega) + i\varepsilon_2(\omega) = [n_s(\omega)]^2 - [k_s(\omega)]^2 + 2in_s(\omega)k_s(\omega). \quad (9)$$

Для функций $n_s(\omega)$ и $k_s(\omega)$ мы используем экспериментальные данные, полученные в работе [7].

Мы предполагаем диэлектрическую проницаемость матрицы вещественной и независимой от частоты излучения:

$$\varepsilon_m = \text{const.}$$

В соответствии с методом эквивалентных фотонов Ферми [2] общая формула для дифференциального сечения рассеяния ПТИ, которая применялась при расчетах, имеет следующий вид:

$$\frac{d\sigma^{(PB)}}{d\omega d\Omega} = \frac{c}{(2\pi)^2} \int_0^\infty \sigma_{sc}^{(ph)}(\omega, \theta) F^2(\sqrt{(\omega/v)^2 + \rho^{-2}}) \frac{|E(\omega, \rho, v)|^2}{\hbar\omega} \rho d\rho, \quad (10)$$

где ρ – прицельный параметр, v – скорость электрона, Ω , θ – телесный и полярный углы излучения, ω – частота ПТИ, $\sigma_{sc}^{(ph)}(\omega, \theta)$ – сечение рассеяния излучения, рассеиваемого на металлической наносфере, $E(\omega, \rho, v)$ – фурье-образ напряженности электрического поля рассеянного электрона для заданного прицельного параметра, $F(q)$ – форм-фактор наносферы, $F(q) = 3\frac{j_1(qr_s)}{qr_s}$ и $j_1(x) = \frac{\sin(x)}{x^2} - \frac{\cos(x)}{x}$.

В приближении прямолинейных траекторий для нормальной компоненты преобразования Фурье напряженности электрического поля в среде с прицельным параметром ρ мы имеем $E_n = \frac{2e\omega}{v^2\tilde{\gamma}} K_1\left(\frac{\omega\rho}{v\tilde{\gamma}}\right)$, где $K_1(z)$ – функция Макдональда первого порядка и $\tilde{\gamma} = (1 - \varepsilon_m v^2/c^2)^{-1/2}$ – релятивистский множитель в среде с диэлектрической проницаемостью ε_m .

Для параллельной составляющей напряженности электрического поля имеем

$$E_\tau = \frac{2e\omega}{v^2\tilde{\gamma}^2} K_0\left(\frac{\omega\rho}{v\tilde{\gamma}}\right),$$

где $K_0(z)$ – функция Макдональда нулевого порядка.

В вычислениях мы задаемся скоростью электрона равной, $v = 90$ ат. ед. Для данной скорости и диэлектрической проницаемости стекла $\varepsilon_m = 2.25$ имеем $\tilde{\gamma} \approx 5.87$. Численный анализ показывает, что при таких параметрах вклад параллельного электрического поля в сечение ПТИ пренебрежимо мал. Таким образом, в наших вычислениях мы можем подставить E_n в выражении (10) вместо E .

3. Результаты расчета

Далее представлены результаты расчета ПТИ электрона на серебряной и золотой наносферах в стеклянной матрице при различных частотах ПТИ вблизи плазмонного резонанса при разных углах излучения и радиусах наносферы.

Радиус металлических наносфер выбран равным 50 нм, что соответствует оптическим частотам соответствующих плазмонных резонансов.

Диаграмма направленности ПТИ исследована для прямого и обратного направлений; также выполнялось интегрирование и усреднение по телесному углу ПТИ. Все расчеты проводились в системе MathCAD с использованием экспериментальных данных о диэлектрических проницаемостях золота и серебра в соответствующих частотных диапазонах [7].

Сравнение спектров ПТИ вблизи поверхностного плазмонного резонанса при различных углах излучения θ на серебряной наночастице в стекле приведено на рис. 2 и 3. Сплошная кривая (ПТИ вперед) – $\theta = 0.1$, точечная кривая – вычисления были выполнены при сечении рассеяния, усредненного по телесному углу излучения, пунктирная кривая (ПТИ назад) – $\theta = 9\pi/10$. Ординаты приведены в $\text{nm}^2/\text{эВ} \cdot \text{ср}$, абсцисса выражена в электрон-вольтах.

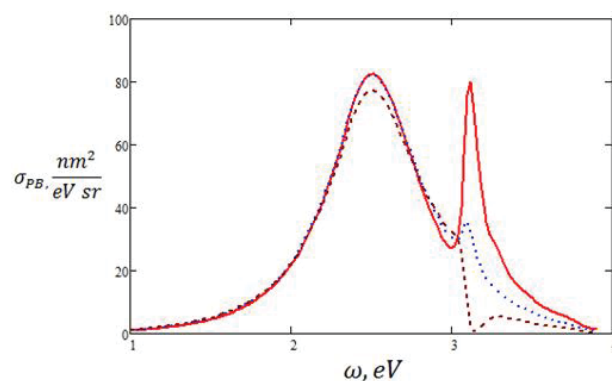


Рис. 2. Серебряная наносфера в стекле радиусом $r_s = 40$ нм, скорость электрона $v = 90$ ат. ед.: сплошная кривая – ПТИ для $\theta = 0$ (ПТИ вперед), точечная кривая – вычисления выполнены для сечения рассеяния, усредненного по телесному углу излучения, пунктирная кривая – ПТИ для $\theta = \pi$ (ПТИ назад)

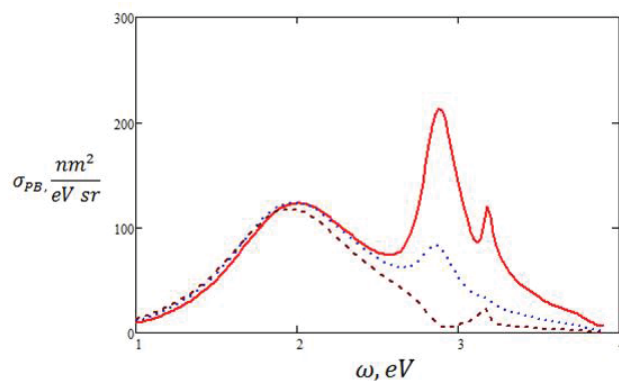


Рис. 3. Серебряная наносфера в стекле радиусом $r_s = 60$ нм, скорость электрона $v = 90$ ат. ед.: сплошная кривая – ПТИ вперед, точечная кривая – вычисления выполнены для сечения рассеяния, усредненного по телесному углу излучения, пунктирная кривая – ПТИ назад

Зависимости сечения ПТИ на наносферах различного радиуса для двух различных энергий фотонов показано на рис. 4, 5.

Сравнение спектра ПТИ для различных углов излучения θ на золотых наносферах в стекле с радиусом $r_s = 40$ нм приведено на рис. 6.

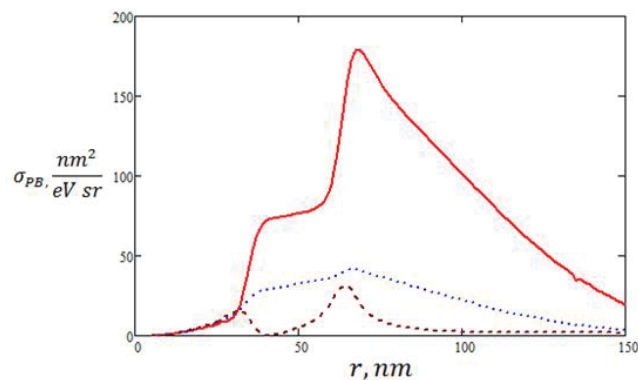


Рис. 4. Серебряная наносфера в стекле, $\hbar\omega = 3.14$ эВ (вблизи спектрального максимума), скорость электрона $v = 90$ ат. ед.: сплошная кривая – ПТИ вперед, точечная кривая – вычисления выполнены для сечения рассеяния, усредненного по всем телесным углам излучения, пунктирная кривая – ПТИ назад

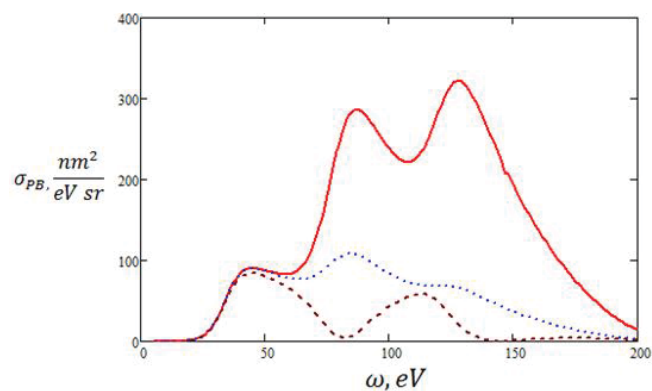


Рис. 5. Серебряные наносферы в стекле, $\hbar\omega = 2.48$ эВ (вблизи дипольного максимума), скорость электрона $v = 90$ ат. ед.: сплошная кривая – ПТИ вперед, точечная кривая – вычисления сделаны для сечения рассеяния, усредненного по всем телесным углам излучения, пунктирная кривая – ПТИ назад

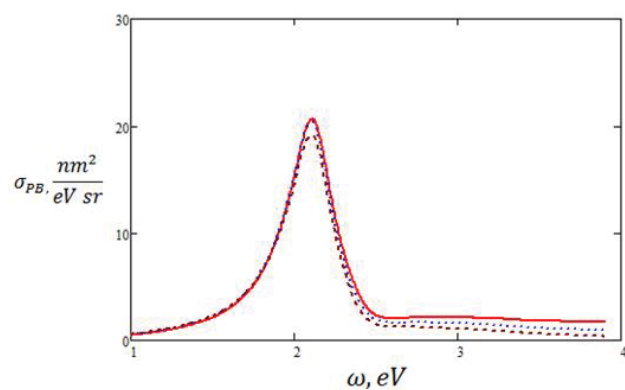


Рис. 6. Золотая наносфера в стекле радиуса $r_s = 40$ нм, скорость электрона $v = 90$ ат. ед.: сплошная кривая – ПТИ вперед, точечная кривая – вычисления сделаны для сечения рассеяния, усредненного по всем телесным углам излучения, пунктирная кривая – ПТИ назад

Мнимая часть диэлектрической проницаемости серебра (сплошная кривая) и золота (точечная кривая) как функция энергии фотона представлена на рис. 7.

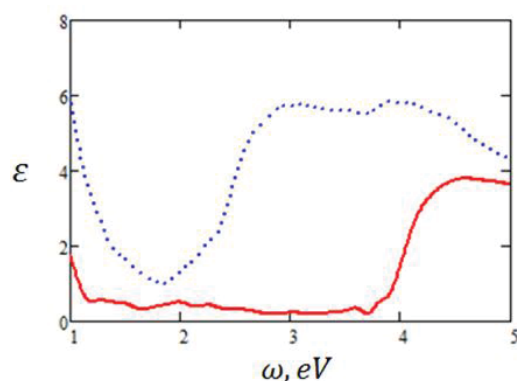


Рис. 7. Мнимая часть диэлектрической проницаемости серебра (сплошная кривая) и золота (точечная кривая) как функция энергии фотона, взятая из [7]

Нормированная угловая зависимость сечения рассеяния ПТИ для различных частот представлена на рис. 8.

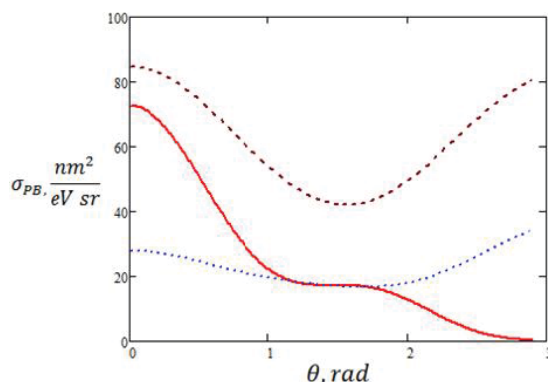


Рис. 8. Серебряная наносфера в стекле радиусом $r_s = 40$ нм, скорость электрона $v = 90$ ат. ед.: сплошная кривая – $\hbar\omega = 3.14$ эВ, точечная кривая – $\hbar\omega = 3.0$ эВ, пунктирная кривая – $\hbar\omega = 2.48$ эВ

4. Заключение

Теоретически изучено поляризационное тормозное излучение (ПТИ) быстрых электронов, рассеянных металлическими наносферами в диэлектрической матрице при частотах вблизи дипольного и квадрупольного плазмонных резонансов. Выполнен численный анализ ПТИ электронов на металлической наносфере в диэлектрике с учетом интерференционных эффектов поверхностных плазмонов.

Показано, что спектр прямого ПТИ на серебряной наносфере в стекле имеет максимум из-за конструктивной интерференции между дипольным и квадрупольным вкладами плазмонов, тогда как спектр обратного ПТИ имеет минимум при той же самой энергии фотона.

Острота спектральных экстремумов зависит от радиуса наносферы и металла.

Угловое распределение ПТИ существенно зависит от энергии фотона и радиуса наносферы.

Расчет показал, что роль плазмонных интерференционных эффектов пренебрежимо мал для ПТИ на золотых наносферах из-за межзонных переходов в золоте, что приводит к большим значениям мнимой части диэлектрической проницаемости золота в рассматриваемом спектральном диапазоне.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-37-00108 мол_а.

Литература

1. *Astapenko V.A.* Polarization Bremsstrahlung on atoms, plasmas, nanostructures, and solids. Springer Series on Atomic, Optical and Plasma Physics. Heidelberg, New York, Dordrecht, London, 2013.
2. *Fermi E.* Uber die Theorie des Stosses zwischen Atomen und elektrisch geladenen Teilchen // Z. Physik. 1924. V. 29, I. 1. P. 315.
3. *Mie G.* Beitrage zur Optik truber Medien, speziell kolloidaler Metalloesungen // Ann. Phys. 1908. V. 330, I. 3. P. 377.
4. *Heitler W.* The Quantum Theory of Radiation. Clarendon Press, Oxford, 1954.
5. *Amusia M. [et al].* Polarization Bremsstrahlung. Plenum Press, New York, 1992.
6. *Van de Hulst H.* Light scattering by small particles. Dover Publications, New York, 1981.
7. *Johnson P., Chirsty R.* Optical Constants of the Noble Metals // Phys.Rev.B. 1972. V. 6, I. 12. P. 4370.

References

1. *Astapenko V.A.* Polarization Bremsstrahlung on atoms, plasmas, nanostructures, and solids. Springer Series on Atomic, Optical and Plasma Physics. Heidelberg, New York, Dordrecht, London, 2013.
2. *Fermi E.* Uber die Theorie des Stosses zwischen Atomen und elektrisch geladenen Teilchen. Z. Physik. 1924. V. 29, I. 1. P. 315.
3. *Mie G.* Beitrage zur Optik truber Medien, speziell kolloidaler Metalloesungen. Ann. Phys. 1908. V. 330, I. 3. P. 377.
4. *Heitler W.* The Quantum Theory of Radiation. Clarendon Press, Oxford, 1954.
5. *Amusia M. [et al].* Polarization Bremsstrahlung. Plenum Press, New York, 1992.
6. *Van de Hulst H.* Light scattering by small particles. Dover Publications, New York, 1981.
7. *Johnson P., Chirsty R.* Optical Constants of the Noble Metals. Phys. Rev. B. 1972. V. 6, I. 12. P. 4370.

Поступила в редакцию 26.06.2017