

УДК 531.352

*С. Ю. Касьянов<sup>1</sup>, В. А. Самсонов<sup>2</sup>*<sup>1</sup>Государственный океанографический институт им. Н. Н. Зубова<sup>2</sup>Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, НИИ механики

## Оценка высот приливных волн при глиссировании крупного спутника по поверхности жидкого притягивающего сферического слоя с твердым ядром

Обсуждается движение крупного спутника вокруг некоторой модельной планеты, представляющей собой толстый сферический слой тяжёлой идеальной жидкости с относительно небольшим твердым внутренним ядром. Вызываемое спутником приливное возмущение распространяется с помощью длинных гравитационных волн. При глиссировании по поверхности слоя энергия и период обращения спутника убывают, а высота прилива и период свободных гравитационных волн, поддерживающих развитие прилива, нарастают. Для поддержания прилива необходимо, чтобы период обращения спутника был не меньше периода свободных длинных гравитационных волн. В работе оценивается величина статического прилива для случая совпадения периодов обращения спутника и свободных гравитационных волн, распространяющихся по поверхности сферического слоя жидкости. При достижении этого условия продолжение глиссирования спутника становится невозможным и происходит быстрое заглубление спутника внутрь сферического слоя.

**Ключевые слова:** астероид, спутник, сферический слой, идеальная жидкость, глиссирование, длинные гравитационные волны, мантия Земли, прилив, астероидный пояс, биота.

*S. Yu. Kasyanov<sup>1</sup>, V. A. Samsonov<sup>2</sup>*<sup>1</sup>Zubov State Oceanographic Institute<sup>2</sup>Lomonosov Moscow State University, Research Institute of Mechanics

## Estimation of the heights of tidal waves during gliding a large satellite along the surface of spherical heavy liquid layer with a solid core

The motion of a large satellite around a model planet is considered. The planet is the thick spherical layer of a heavy ideal fluid with a relatively small solid inner core. The tidal perturbation caused by the satellite is propagated by long gravity waves. When the satellite glides along the surface of the layer, its energy and period of revolution decrease, while the height of the tide and the period of free gravity waves supporting the development of the tide increase. To maintain the tide the period of revolution of the satellite must not be less than the period of free long gravity waves. In this paper, the value of the static tide is estimated when the satellite revolution period and period of free gravity waves propagating over the surface of the spherical liquid layer coincide. When this condition is satisfied, the gliding of the satellite becomes impossible and the satellite rapidly penetrates the spherical layer.

**Key words:** asteroid, satellite, spherical layer, ideal fluid, gliding, long gravity waves, mantle of the Earth, tide, asteroid belt, biota.

Обсуждается движение спутника радиусом около 930 км вокруг некоторой модельной планеты, представляющей собой сферический слой тяжёлой идеальной жидкости внешним

радиусом  $R_e$  около 6378 км с твердым внутренним ядром радиусом около 1100 км [1]. Обращающийся спутник вызывает приливное возмущение в сферическом слое жидкости, распространяющееся с помощью длинных гравитационных волн.

Как известно [1], в инерциальной системе координат период обращения  $T_a$  спутника по невозмущенной кеплеровской орбите имеет вид

$$T_a = 2\pi(a^3/\mu)^{0.5}, \quad a = 0.5(r_\alpha + r_\pi), \quad e = 0.5(r_\alpha - r_\pi)/(r_\alpha + r_\pi), \quad p = a(1 - e^2),$$

где  $\mu = f(M + M_a)$ ,  $f = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$ ,  $M_a$  – масса астероида,  $M$  – масса планеты,  $r_\alpha$  – апогейное расстояние,  $r_\pi$  – перигейное расстояние,  $e$  – эксцентриситет,  $p$  – фокальный параметр,  $a$  – большая полуось эллипса орбиты астероида. Период обращения спутника при фиксированном перигейном расстоянии минимален на круговой орбите.

Обращающийся спутник вызывает прилив в неподвижной жидкой сфере, максимальный вблизи перигея орбиты. Оценим величину статического прилива на линии, соединяющей центр масс планеты и центр масс спутника в перигее орбиты при движении спутника в экваториальной плоскости. На этой линии потенциал притяжения планеты равен:  $V(x) = fM/x$ , где  $x$  – расстояние от вершины приливного горба до центра планеты. Приливообразующий потенциал равен:  $\delta W = fM_a(1/r' - 1/r_\pi - x/r_\pi^2)$ , где  $r'$  – длина радиус-вектора из точки на поверхности приливного горба в центр масс спутника [2].

В точке вершины приливного горба на линии, соединяющей центры масс планеты и спутника, суммарный потенциал сил тяготения равен

$$W = fM/x + fM_a(1/r' - 1/r_\pi - x/r_\pi^2).$$

Найдем положение возмущенной поверхности уровня потенциала сил тяготения. Полагая константу потенциала сил тяготения равной потенциалу невозмущенной поверхности уровня свободной поверхности планеты в отсутствие возмущающего тела, получаем соотношение для определения расстояния  $x$  от вершины приливного горба до центра планеты:

$$W = fM/x + fM_a(1/r' - 1/r_\pi - x/r_\pi^2) = W_0 = fM/R_e,$$

где  $R_e$  – радиус планеты.

На линии, соединяющей центры масс планеты и спутника,  $r' = r_\pi - x$ . Поэтому уравнение для нахождения высоты прилива принимает вид

$$fM/x + fM_a(1/(r_\pi - x) - 1/r_\pi - x/r_\pi^2) = fM/R_e,$$

или, после деления на  $fM$ , получаем окончательный вид уравнения:

$$1/x + (M_a/M)(1/(r_\pi - x) - 1/r_\pi - x/r_\pi^2) = 1/R_e.$$

Из этого уравнения находится величина  $x$ , то есть радиус максимума приливной волны относительно центра планеты.

Глиссирование спутника по поверхности планеты может продолжаться длительное время при небольших заглублениях его в литосферу и мантию, что имеет место при малых углах атаки. Подъёмная сила при глиссировании препятствует быстрому погружению тела. Поэтому приливный горб поддерживает глиссирование тела по поверхности планеты. При увеличении же угла атаки, как было выяснено при численном интегрировании уравнений движения спутника с учетом сопротивления среды [1], происходит резкое полное заглубление спутника внутрь жидкого сферического слоя планеты.

Значительный приливный горб будет развиваться только в таком случае, когда образующееся возмущение будет успевать переноситься длинными гравитационными волнами.

Скорость длинных гравитационных волн в рассматриваемом нами сферическом слое от поверхности планеты до твердого ядра планеты может быть оценена как скорость длинных гравитационных волн в экваториальном канале рассматриваемой глубины с вертикальными стенками без трения, которая равна:  $u_w = \sqrt{gH}$ , где  $g = fM/x^2 - fM_a/(r_\pi - x)^2 -$

модуль ускорения силы тяжести на поверхности волны,  $H = x - R_c$  – толщина слоя среды, в которой распространяется приливная волна,  $R_c$  – радиус твердого ядра планеты. При этом период длинных гравитационных волн, распространяющихся по поверхности этого слоя, равен:  $T_w = 2\pi R_e / \sqrt{gH}$ .

Приливное возмущение может развиваться только в том случае, если период обращения спутника будет не меньше периода обхода длинных гравитационных волн вокруг поверхности сферы.

Оказалось, что скорость свободных длинных гравитационных волн в рассматриваемом слое жидкости (см. рис. 1) убывает с ростом высоты волны, поскольку ускорение свободного падения на поверхности волны уменьшается быстрее, чем увеличивается относительная высота волны.

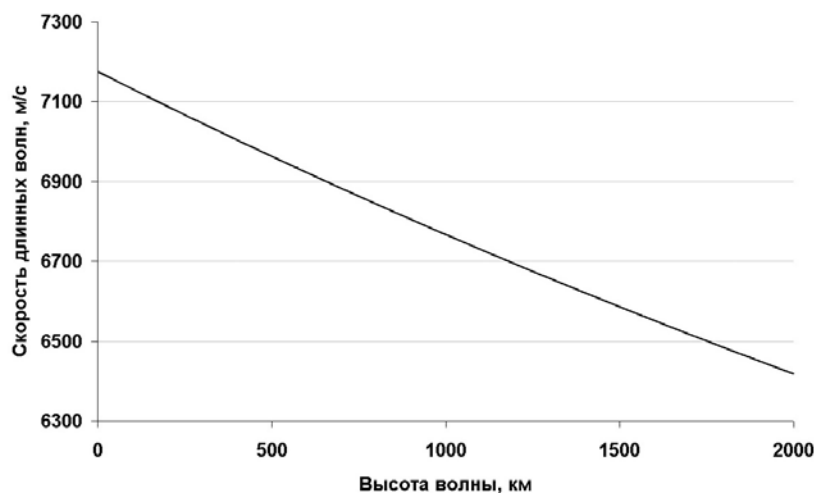


Рис. 1. Зависимость скорости (в м/с) распространения свободных длинных гравитационных волн от высоты волны (в км)

Как видно из рис. 1, скорость волны в вершине гребня меньше скорости волн для ниже расположенных точек поверхности. Поэтому максимум волны в приливном горбе смещается назад, передний фронт волны становится более пологим, а задний обостряется. Таким образом, длинные гравитационные волны в рассматриваемом слое жидкости обрушаются не вперед, а назад.

Зависимость скорости распространения свободных длинных гравитационных волн с высотой, равной высоте вызванного притяжением спутника статического прилива, от высоты орбиты спутника в перигее (выраженной в км), представлена на рис. 2.

Пусть орбита спутника такова, что в перигее он глиссировать по поверхности жидкости.

Вследствие вращения планеты с угловой скоростью  $\omega_0$ , период  $T_s$  между пролетами спутника над фиксированной точкой поверхности планеты на экваторе равен

$$T_s = 2\pi R_e / (2\pi R_e / T_a + \omega_0 R_e) = 2\pi / (2\pi / T_a + \omega_0).$$

Если период обращения спутника окажется меньше периода гравитационных волн ( $T_s < T_w$ ), то спутник догонит крутой задний фронт волны и с большим углом атаки резко заглубится в приливный горб. Если же период обращения спутника окажется больше периода гравитационных волн ( $T_s \geq T_w$ ), то приливная волна будет догонять спутник своей пологой стороной и поддерживать его движение. Угол атаки при этом будет малым и вместо заглубления спутника в приливную волну будет происходить рикошет. При глиссировании по поверхности сферического слоя энергия спутника должна теряться, орбита в перигее понижаться, период обращения уменьшаться, а высота приливного горба – увеличиваться. Поэтому, в соответствии с рис. 2, скорость длинных гравитационных волн должна уменьшаться, а их период – увеличиваться.

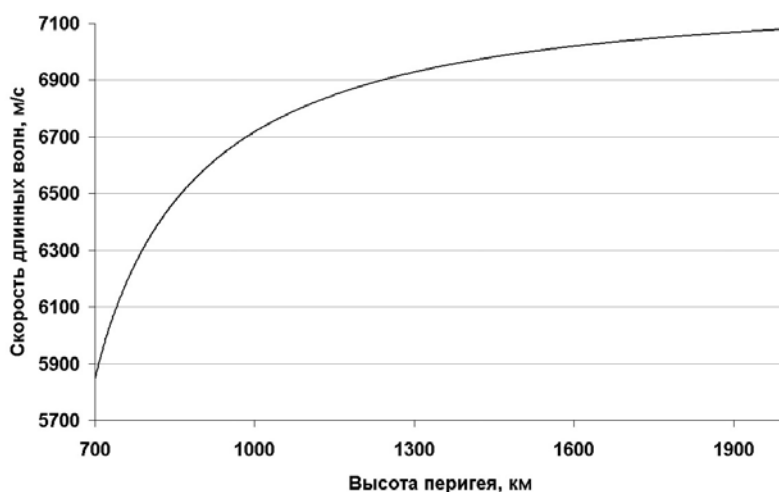


Рис. 2. Зависимость скорости распространения свободных длинных гравитационных волн с высотой, равной высоте вызванного притяжением спутника статического прилива, от высоты орбиты спутника в перигее (выраженной в км)

Таким образом, в процессе торможения спутника и снижения его орбиты период обращения спутника уменьшается, а период длинных гравитационных волн, поддерживающих приливный горб, напротив, увеличивается.

Движение спутника возможно до тех пор, пока период длинных гравитационных волн меньше периода обращения спутника. Прекращение глассирования и окончательное заглобление спутника происходит при равенстве указанных периодов. Найдем апогейное расстояние  $r_\alpha$  и перигейное расстояние  $r_\pi$ , при которых это имеет место, то есть выполняется равенство  $T_s = T_w$ .

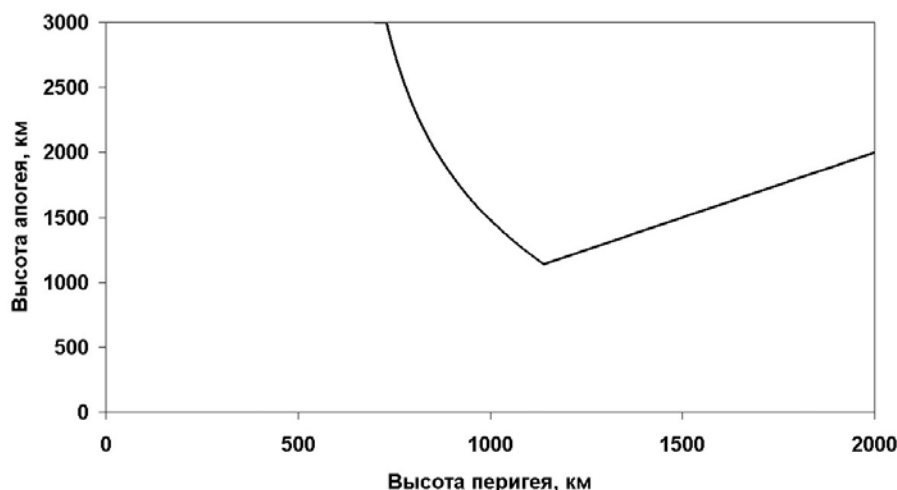


Рис. 3. В координатах  $(r_\pi - R_e)/1000$ ,  $(r_\alpha - R_e)/1000$  показана кривая, в области параметров над которой период обращения спутника больше периода обхода длинных волн вокруг планеты и возможно глассирование

На рис. 3 в координатах  $(r_\pi - R_e)/1000$ ,  $(r_\alpha - R_e)/1000$  показана кривая, в области параметров над которой период обращения спутника больше периода обхода длинных волн вокруг планеты и возможно глассирование спутника. На самой кривой выполняется равенство  $T_s = T_w$ .

Зависимость величины статического прилива  $h_p$  от перигейного расстояния  $r_\pi$  в координатах  $(r_\pi - R_e)/1000$ ,  $h_p/1000$  представлена на рис. 4.

За спутником, глссирующим по поверхности сферы, остаётся след, ширина которого определяется шириной смоченной части поверхности спутника. Обращаясь к сопоставлению с Землёй, можно заметить наличие системы квазизональных трансформных разломов в северо-восточной части Тихого океана с характерным расстоянием между разломами 900 км, которые, по нашему мнению, могут являться сохранившимися на поверхности Земли следами глссирования спутника на нескольких последних витках орбиты перед окончательным заглублением его в мантию Земли.

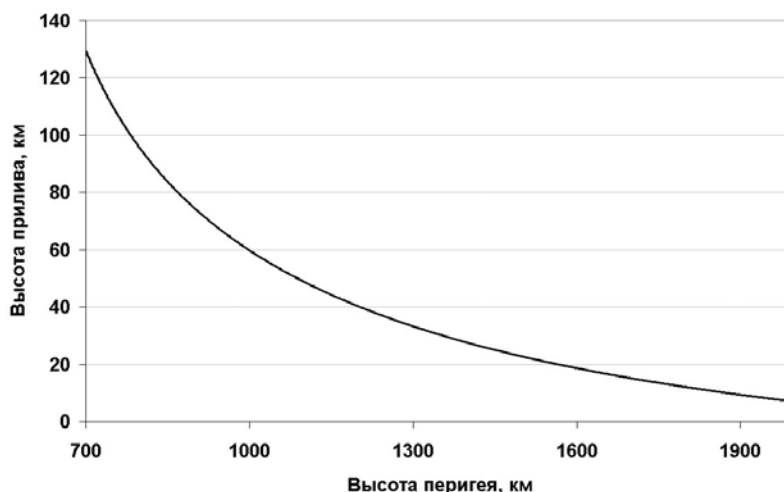


Рис. 4. Зависимость величины статического прилива  $h_p$  от перигейного расстояния  $r_\pi$  в координатах  $(r_\pi - R_e)/1000$ ,  $h_p/1000$

Зафиксировав ширину следа равной величине характерного расстояния между разломами в 900 км, можно, используя полученную зависимость величины статического прилива  $h_p$  от перигейного расстояния  $r_\pi$ , построить зависимость радиуса спутника  $R_a$  от перигейного расстояния, показанную на рис. 5.

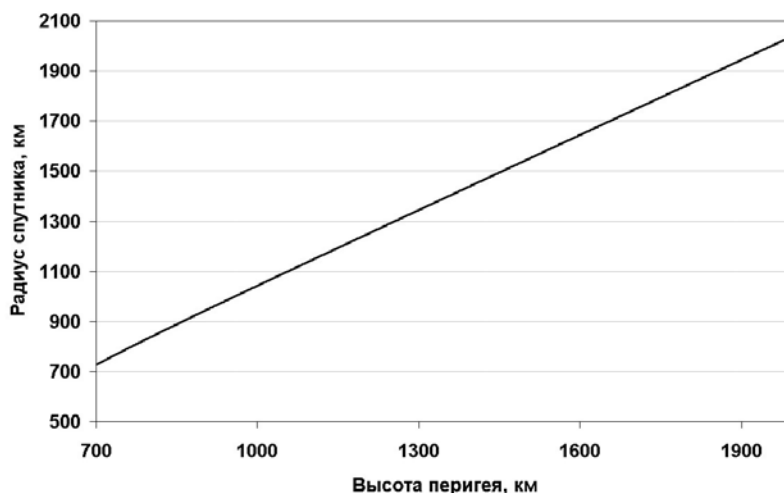


Рис. 5. Зависимость радиуса спутника от перигейного расстояния в координатах  $(r_\pi - R_e)/1000$ ,  $R_a/1000$

Как видно на рис. 5, полученная в [1] оценка радиуса астероида 933 км достигается при высоте перигея орбиты около 893 км. Для этого случая, согласно рис. 4, оценки дают величину статического прилива порядка 75 км. При этом величина заглубления спутника в жидкость составляет порядка 115 км, что близко к величине заглубления на последнем полном витке орбиты, полученной в [1] путем численного интегрирования уравнений движения спутника при наличии сопротивления среды.

При глиссировании спутника по поверхности сферы часть подстилающего вещества со скоростью, большей, чем вторая космическая скорость, может выходить в межпланетное пространство. Масса и внешний радиус сферического слоя при этом уменьшаются. Оценочные расчеты показали, что при уменьшении внешнего радиуса и массы сферического слоя (при фиксированной ширине следа на поверхности, равной характерному расстоянию 900 км в системе трансформных разломов северо-восточной части Тихого океана) современные величины радиуса и массы Земли доставляют краевой максимум глубине погружения спутника в приливный горб. Это говорит в пользу того, что, во-первых, современный радиус Земли мог установиться в процессе глиссирования спутника, и, во-вторых, часть органического, в том числе и живого вещества, обнаруживаемого в межпланетном пространстве в астероидных поясах, пересекающих орбиту Земли, могла быть заброшена туда с Земли при захвате поверхностного вещества вместе с биотой истекающими при глиссировании струями.

---

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 16-01-00466.

## Литература

1. *Касьянов С.Ю.* Моделирование орбитального движения крупного астероида при снижении с заглублением в литосферу и мантию Земли // Физические проблемы экологии (экологическая физика). 2012. № 18. С. 151–164.
2. *Пантелеев В.Л.* Физика Земли и планет. Курс лекций. М.: МГУ им. М.В. Ломоносова, 2001.

## References

1. *Kasyanov S.Yu.* Modeling of the orbital motion of a large asteroid at a decrease with penetration into the lithosphere and Earth mantle. Physical problems of ecology (ecological physics). 2012. N 18. P. 151–164. (in Russian).
2. *Panteleev V.L.* Physics of the Earth and planets. Course of lectures. Moscow: Lomonosov Moscow State University, 2001. (in Russian).

Поступила в редакцию 08.07.2017