МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

А.И.Морозов

КВАНТОВОЕ ИЗМЕРЕНИЕ. ПАРАДОКС ЭЙНШТЕЙНА – ПОДОЛЬСКОГО – РОЗЕНА. КВАНТОВАЯ ТЕЛЕПОРТАЦИЯ

Москва 2018

Вместо введения

Вопросу измерения в квантовой механике в читаемых курсах физики часто уделяют мало внимания. Примером может служить признание нобелевского лауреата У. Лэмба: «Я читал курс квантовой механики для студентов на протяжении двадцати лет в Колумбийском, Стэнфордском, Оксфордском и Йельском университетах. Почти всегда к вопросу об измерениях я подходил следующим образом. В начале курса лекций я говорил студентам: «Сначала вы должны освоить правила вычислений в квантовой механике. Потом я расскажу вам о теории измерений и постараюсь раскрыть смысл того, что подразумевается под измерениями». Почти всегда случалось так, что время, отведенное на лекции, заканчивалось до того, как я успевал выполнить свое обещание. Действительная же причина нехватки времени состояла в том, что я чувствовал, что даже наиболее приемлемые варианты изложения вопроса о квантовомеханических измерениях были либо слишком расплывчаты, либо слишком формальны и лишены физического содержания». В дальнейшем Лэмб преодолел эту слабость и прочитал соответствующий курс [1].

Действительно, вопросы измерения приработаны значительно хуже, чем аппарат квантовой механики, но если мы хотим, чтобы это отставание было ликвидировано, если не нами, то следующими поколениями физиков, то надо знакомить их с существующими проблемами. Тем более это верно, если речь заходит о студентах МФТИ. Поэтому, не претендуя на полноту, я попытаюсь изложить те вопросы, которые, по моему мнению, нам необходимо отражать в курсе квантовой физики – V части курса общей физики. В свою поддержку приведу высказывание Д.И. Блохинцева: «Физическое содержание квантовой механики не может быть понято без глубокого анализа проблемы измерения» [2].

Основной постулат

Процедура измерения подразумевает взаимодействие квантового объекта (частицы) с измерительным прибором. Опишем свойства этих объектов, не рассматривая самый общий случай. В частности, для описания волновой функции частицы используем координатное представление.

Предположим, что частица находится в квантовом состоянии, описываемом ψ-функцией $\psi(\boldsymbol{r}, t)$. При измерении среднего значения физической величины A в этом состоянии удобно разложить ψ-функцию по собственным функциям оператора $\widehat{\mathrm{A}}$, соответствующего измеряемой величине. Для простоты будем предполагать спектр собственных значений величины A дискретным. Тогда

$$\psi(\boldsymbol{r},t) = \sum_i c_i\,(t)\psi_i(\boldsymbol{r}), \qquad \sum_i |c_i(t)|^2 = 1, \tag{1}$$

где $\psi_i(\boldsymbol{r})$ - собственная функция оператора $\widehat{\mathrm{A}}$, соответствующая собственному значению A_i. Коэффициент $c_i(t)$ называют амплитудой i-го собственного состояния.

Обратимся теперь к прибору. Он выполняет две функции:

- взаимодействие с ним приводит к изменению - «редукции» ψ-функци частицы к одной из собственных функций оператора $\widehat{\mathrm{A}}$;
- он определяет соответствующее собственное значение A_i.

Требования к устройству такого прибора и описание процесса реализации указанных функций представляют собой неразработанные вопросы квантовой физики.

Вернемся теперь к установленным фактам.

Постулат

При идеальном (с пренебрежимо малой приборной погрешностью) измерении физической величины А в квантовом состоянии, описываемом ψ-функцией $\psi(\boldsymbol{r},t)$, в результате измерения с вероятностью $w_i = |c_i(t)|^2$ получается одно из собственных значений A_i оператора $\widehat{A}$.

В соответствии с этим постулатом в случае, когда $\psi(\boldsymbol{r},t)$ не совпадает ни с одной из собственных функций $\psi_i(\boldsymbol{r})$ (либо мы не знаем об этом достоверно) для измерения среднего значения величины A недостаточно одного измерения. Но в результате проведения измерения ψ–функция редуцируется, и информация об исходном состоянии теряется. Как же быть? Необходимо «клонировать» исходное состояние частицы, то есть неоднократно воспроизводить исходное состояние и повторять процесс измерения. Число таких повторений зависит от точности, с которой мы хотим определить вероятности w_i. Среднее значение $\langle \mathrm{A} \rangle$ величины A определяется как

$$\langle \mathrm{A} \rangle = \sum_i w_i\, A_i. \tag{2}$$

Подчеркнем еще раз, что в результате идеального измерения величины A невозможно получить величину, не совпадающую ни с одним из собственных значений A_i оператора $\widehat{\mathrm{A}}$.

Даже в результате бесконечной серии измерений одной величины невозможно восстановить исходную ψ–функцию частицы, так как в результате измерений определяются не сами коэффициенты $c_i(t)$, а квадраты их модулей. В противном случае можно было бы рассчитать не только величину $\langle A \rangle$, но и средние значения всех физических величин в исходном состоянии.

Обсудим теперь возможность одновременного измерения нескольких физических величин. Поскольку в результате измерения происходит редукция волновой функции к одной из собственных функций оператора, соответствующего измеряемой физической величине, одновременное измерение нескольких физических величин оказывается, в принципе, возможным, если операторы этих физических величин имеют общую систему собственных функций. Для этого необходимо и достаточно, чтобы они коммутировали друг с другом.

Парадокс Эйнштейна-Подольского-Розена. Нелокальность квантовой механики

А. Эйнштейн так и не принял вероятностную (копенгагенскую) трактовку волновой функции. Неоднозначность результата измерения физической величины при заданном исходном состоянии он объяснял наличием у частицы невыявленных степеней свободы, описываемых «скрытыми» параметрами, отличие в которых и ведет к различию в результатах измерения. К вопросу о скрытых параметрах мы вернемся позже. Для демонстрации противоречивости квантовой теории А. Эйнштейн, Б. Подольский и Н. Розен предложили мысленный опыт, получивший название парадокса Эйнштейна-Подольского-Розена (ЭПР) (смотри, например обзор [3]). Рискнем изложить его идею, не придерживаясь строго первоначальной версии.

Пусть бозон с нулевым спином распадается на два фермиона со спином ½. В силу закона сохранения момента импульса спины фермионов должны быть противоположны. Поэтому спиновая часть общей волновой функции фермионов $\sigma(m_{s1}, m_{s2})$ является суперпозицией двух состояний. В первом состоянии проекция спина m_{s1} первого фермиона на выделенную ось равна плюс ½, а проекция спина m_{s2} второго фермиона – минус ½. Во втором состоянии значения проекций спинов противоположны своим значениям в первом состоянии. Запишем это как

$$\sigma(m_{s1}, m_{s2}) = \alpha|\uparrow,\downarrow\rangle + \beta|\downarrow,\uparrow\rangle, \qquad |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1. \qquad (3)$$

Фермионы разлетаются на достаточно большое расстояние. После этого проводятся измерения проекций спинов фермионов, сначала первого, затем второго. При этом интервал между двумя событиями-измерениями является пространственноподобным, то есть информация о результате первого измерения недоступна в момент второго измерения в области пространства, в которой находится второй измерительный прибор, даже если она будет распространяться со скоростью света.

В результате первого измерения происходит редукция волновой функции первого фермиона, и фиксируется одно из возможных собственных значений проекции его спина. Предположим, что в результате измерения получено значение проекции +1/2. Что же будет получено в результате второго измерения? Если второй фермион не успел «узнать» о первом измерении, то может быть зафиксировано как значение +1/2, так и значение -1/2. То есть в ряде измерений мы обнаружим нарушение закона сохранения момента импульса.

Альтернативой такому результату, является ситуация, когда при измерении всегда получается значение проекции спина -1/2, и закон сохранения момента импульса выполняется всегда. Но для этого необходимо допустить, что редукция волновых функций частиц происходит одновременно. При этом процесс редукции должен охватывать пространство практически мгновенно, со сверхсветовой скоростью. Это явление получило название нелокальности квантовой механики. Казалось бы, небогатый выбор, говорящий в пользу наличия скрытых параметров.

Неравенства Белла

Вопрос о наличии либо отсутствии скрытых параметров был изучен Джоном Беллом. В своей работе 1964 г. [4] он рассмотрел опыт, аналогичный рассмотренному в предыдущем разделе (рис. 1).

Если прав Эйнштейн и мгновенная редукция отсутствует, то две регистрируемые частицы связаны друг с другом только общим прошлым, а взаимодействие между ними в момент измерения отсутствует.

Пусть наш измерительный прибор измеряет проекцию спина фермиона на направление градиента магнитного поля (опыт Штерна – Герлаха), которое в дальнейшем будем называть осью квантования. Поворот магнита относительно направления распространения частиц ведет к повороту оси квантования проекции спина. Если взаимодействие между частицами отсутствует, то на результатах измерения проекции спина второй частицы не может сказаться изменение оси квантования проекции спина первой частицы, вызванное поворотом магнита. Аналогично, поворот магнита, регистрирующего проекцию спина второй частицы, никак не скажется на результатах первого измерения. В этом случае корреляционная функция результатов измерений при исходных и развернутых осях регистрирующих приборов должна удовлетворять определенному неравенству.

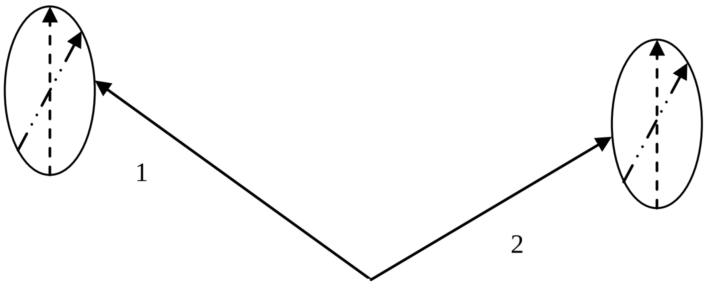

Рис. 1. Опыт Белла. Штриховые и штрихпунктирные линии показывают начальное и конечное положение осей квантования измерительных приборов.

Пусть величина A_j – результат j-го измерения проекции спина первого фермиона в серии из N повторяющихся экспериментов, проводимой до поворота первого магнита. Величина A'_j - результат j-го измерения проекции спина первого фермиона при развернутом первом магните. Аналогично, для второго фермиона вводятся величины B_j и B'_j (до и после поворота второго магнита). Все четыре величины A_j, A'_j, B_j и B'_j принимают значения ±1/2. Всего проводятся четыре серии из N измерений: до поворота магнитов, при развернутом первом магните и неизменном втором, при развернутом втором магните и неизменном первом и при двух развернутых магнитах. Произведение A_jB_j – произведение результатов измерений проекций спинов двух фермионов в одном j-ом опыте.

Величина $A_jB_j+A'_jB_j+A_jB'_j-A'_jB'_j$, как легко проверить, принимает значения ±1/2, если входящие в нее величины A_j, A'_j, B_j и B'_j принимают значения ±1/2 независимо друг от друга. Усредняя данное выражение по серии, в пределе N→∞ получаем для средних значений неравенство

$$S = |\langle A_j B_j \rangle + \langle A'_j B_j \rangle + \langle A_j B'_j \rangle - \langle A'_j B'_j \rangle| \leq 1/2. \quad (4)$$

Это одно из неравенств Белла, за подробностями отсылаем читателя к обзорам [5,6]. Его нарушение будет свидетельствовать об отсутствии скрытых параметров.

Какой же результат нам следует ожидать, если имеет место мгновенная редукция волновой функции второй частицы при проведении первого измерения с результатом A(A′)? Рассмотрим частный случай для ориентации осей квантования и покажем, что при этом получается значение S>1/2.

Пусть ЭПР-пара частиц находится в состоянии

$$\Psi_{1,2}^{-} = (\tfrac{1}{\sqrt{2}})(|\uparrow,\downarrow\rangle - |\downarrow,\uparrow\rangle), \tag{5}$$

оси квантования проекции спина при измерении первым магнитом до и после поворота задаются в плоскости, перпендикулярной направлению распространения частиц, ортогональными друг другу ортами $\mathbf{e}_1$ и $\mathbf{e}_2$. Аналогично, оси квантования проекции спина при измерении вторым магнитом до и после поворота задаются векторами $-\frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2)$ и $-\frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2)$.

После проведения измерения первым магнитом до (после) поворота с результатом A(A′) вследствие редукции вторая частица оказывается в состоянии с заданной проекцией спина $s^z = -\mathrm{A}(-\mathrm{A}')$ на направление $\mathbf{e}_1(\mathbf{e}_2)$. Как известно из курса квантовой механики, среднее значение проекции спина частицы в таком состоянии на направление квантования, образующее угол θ с первоначальным направлением, равно $\langle s^{z'}\rangle = s^z \cos\theta$ [7].

На основании изложенного легко получить, что

$$\langle \mathrm{A}_j \mathrm{B}_j\rangle = \langle \mathrm{A}'_j \mathrm{B}_j\rangle = \langle \mathrm{A}_j \mathrm{B}'_j\rangle = \frac{1}{4\sqrt{2}}, \qquad \langle \mathrm{A}'_j \mathrm{B}'_j\rangle = -\frac{1}{4\sqrt{2}}. \tag{6}$$

В результате получаем $\mathrm{S}=\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{1}{2}$, то есть неравенство Белла должно нарушаться.

Многочисленные экспериментальные исследования, проведенные как для ЭПР-пар фотонов с «перепутанной» поляризацией, так и на атомных системах (смотри обзор [6]) продемонстрировали нарушение неравенств Белла с высоким уровнем достоверности, что свидетельствует об отсутствии скрытых параметров и нелокальности квантовой механики. Почему-то физики редко говорят об этом «первородном грехе». Но как тогда стимулировать новое поколение физиков на создание новой более общей и локальной теории?

Копенгагенская интерпретация квантовой механики победила. Сторонники теории скрытых параметров продолжают искать (и находят) несовершенства в проведенных экспериментах, экспериментаторы проводят все более совершенные измерения …

Интересным является вопрос, как далеко могут быть разнесены точки измерений (какова длина когерентности)? Ведь частицы взаимодействуют с окружающей средой. Это взаимодействие изменяет волновые функции частиц и приводит к декогеренизации (потере когерентности) их общего состояния, то есть к изменению их исходной общей волновой функции и потере информации о первоначальном состоянии. Характерное время когерентности в нашем мысленном эксперименте можно оценить как характерное время процесса переворота спина фермиона вследствие его взаимодействия со средой.

Запутанность поляризаций (ЭПР-связь между поляризациями) фотонных состояний в ЭПР-паре и нарушение неравенства Белла удалось наблюдать в атмосфере при передаче фотонов пары на расстоянии 144 км (между двумя Канарскими островами) [8].

Квантовый канал связи

А нельзя ли поставить процесс редукции волновой функции на службу? Можно: был предложен защищенный от прослушивания квантовый канал связи.

Опишем принцип его работы на примере упрощенной схемы (рис. 2).

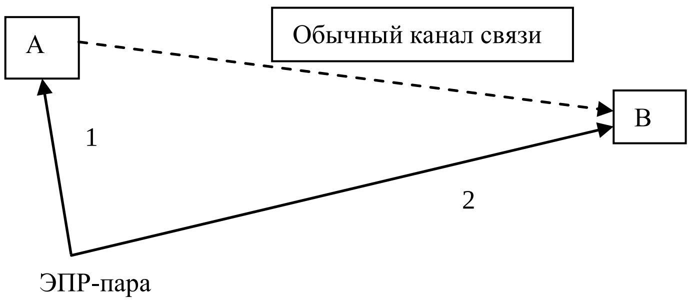

Рис. 2. Схема квантового канала связи.

Пусть мы посылаем по нашему каналу последовательность нулей и единиц. В случае посылки нуля создается пара фермионов со спином ½ в состоянии

$$\Phi^{-}_{1,2} = (\tfrac{1}{\sqrt{2}})(|\uparrow,\uparrow\rangle - |\downarrow,\downarrow\rangle), \tag{7}$$

а в случае посылки единицы – в состоянии, описываемом выражением (5).

Проекция спина фермиона 1 регистрируется и записывается отправителем сообщения А, а проекция спина фермиона 2 – его получателем В. Если кто-нибудь попытается перехватить сообщение на пути к получателю, это приведет к редукции волновой функции второй частицы и будет замечено получателем. Но по своим записям получатель не может ничего прочитать. Ведь и в случае посылки нуля, и в случае посылки единицы получатель может зарегистрировать как проекцию спина +1/2, так и проекцию спина -1/2. Одни измерения получателя не несут информации. Чтобы понять послание он должен получить по обычному каналу связи (например, телефону) результаты измерений отправителя. То есть информация передается не со сверхсветовой скоростью, а со скоростью обычного канала связи. Сравнивая свои результаты измерений с результатами измерений отправителя, получатель может прочесть сообщение: если знаки проекций спинов для данного номера измерения (скажем, в десятом измерении) совпали, то это ноль, а если они противоположны – то это единица. И даже если сообщение по обычному каналу связи будет перехвачено, это не страшно. Ведь у перехватившего разговор нет записей получателя.

Квантовая телепортация

Как видно из предшествующего раздела, для создания квантового канала связи достаточно источника ЭПР-пар частиц и двух измерительных проборов-приемников. Но в этом случае человек, создающий запутанные пары, знает текст передаваемого сообщения, ведь он создает «нули» и «единицы» в соответствии с текстом послания.

А можно ли использовать квантовый канал связи так, чтобы создатель ЭПР-пар частиц (назовем его C) был не в курсе передаваемого сообщения? Оказывается да. Опишем идею такого процесса, предложенного в работе [9].

Пара, состоящая из двух ферми-частиц со спином ½, находится в состоянии, волновая функция которого может быть представлена, как суперпозиция следующих четырех состояний

$$\Phi_{1,2}^{\pm} = (\tfrac{1}{\sqrt{2}})(|\uparrow_1\rangle|\uparrow_2\rangle \pm |\downarrow_1\rangle|\downarrow_2\rangle), \quad \Psi_{1,2}^{\pm} = (\tfrac{1}{\sqrt{2}})(|\uparrow_1\rangle|\downarrow_2\rangle \pm |\downarrow_1\rangle|\uparrow_2\rangle). \qquad (8)$$

Пусть C создает ЭПР-пары в состоянии $\Psi_{1,2}^{-}$. Первая частица пары поступает к отправителю сообщения (обозначим его A) (рис. 3).

Он добавляет к ней третью частицу, такую же, как и частицы пары, в состоянии

$$\psi_3 = \alpha|\uparrow_3\rangle + \beta|\downarrow_3\rangle, \;\; |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1. \qquad (9)$$

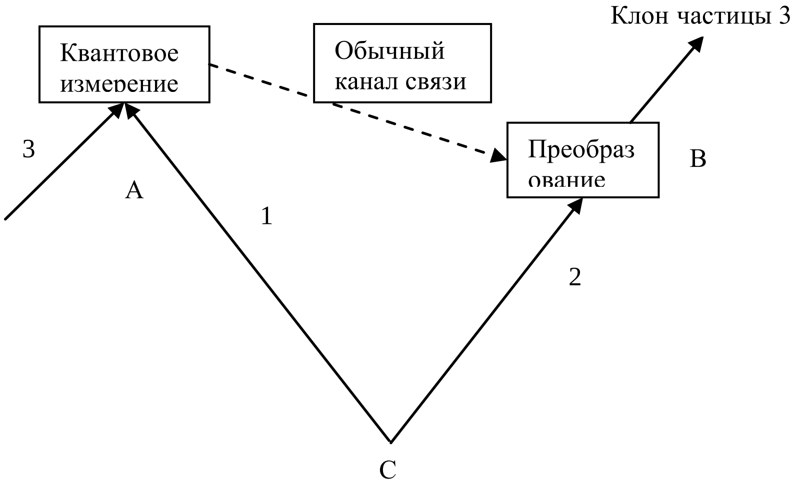

Рис. 3. Схема квантовой телепортации.

Общая волновая функция трех частиц равна произведению $\Psi_{1,2,3}=\psi_3\Psi^{-}_{1,2}$. Разложим ее по состояниям пары, состоящей из третьей и первой частиц. Эта однозначная процедура дает результат [9]

$$\Psi_{1,2,3} = \frac{1}{2}\{(-\alpha|\uparrow_2\rangle - \beta|\downarrow_2\rangle)\Psi^{-}_{3,1} + (-\alpha|\uparrow_2\rangle + \beta|\downarrow_2\rangle)\Psi^{+}_{3,1}$$

$$+(\beta|\uparrow_2\rangle + \alpha|\downarrow_2\rangle)\Phi^{-}_{3,1} + (-\beta|\uparrow_2\rangle + \alpha|\downarrow_2\rangle)\Phi^{+}_{3,1}\}. \quad (10)$$

Отправитель A производит измерение совместного состояния первой и третьей частиц. Это самый тонкий момент, так как именно в результате измерения происходит перепутывание состояний этих частиц. Описание процедуры такого измерения выходит за рамки данного пособия. В результате измерения совместная волновая функция частиц редуцируется к одному из четырех состояний, задаваемых волновыми функциями $\Phi^{\pm}_{3,1}$, $\Psi^{\pm}_{3,1}$. При этом состояние второй частицы из ЭПР-пары мгновенно редуцируется к состоянию, описываемому волновой функцией, стоящей в круглых скобках в слагаемом в правой части выражения (10), соответствующем возникшему состоянию пары частиц 3 и 1.

Получатель сообщения B узнает от A по обычному каналу связи результат его измерения (номер указанного слагаемого). Если это номер 1, то он просто получает «клон» третьей частицы (общий фазовый множитель π не играет роли). Если номер от двух до четырех, B производит над прилетевшей частицей соответствующее преобразование (оно зависит от номера, но не зависит от α и β) и получает клон третьей частицы. В случае фотона это достигается набором полуволновых пластин. В случае электрона можно использовать импульс магнитного поля. При этом С не имеет представления о полученной В информации.

Явление возникновения в результате ЭПР-процесса клона частицы отправителя получило название «квантовая телепортация». В этом процессе отсутствует телепортация материи, передается только информация.

Вернемся теперь к квантовому каналу связи. Можно выбрать третью частицу в состоянии с $\alpha = 1$ для передачи нуля, а в состоянии $\beta = 1$ - для передачи единицы. Измеряя проекцию спина полученного клона на выделенную ось, В получает бит информации.

Экспериментально процесс квантовой телепортации осуществлялся неоднократно различными группами ученых. В 2012 г. китайскими учеными была осуществлена телепортация фотонов в атмосфере на расстояние около 100 км [10].

Вместо заключения

В июне 2016 г. в средствах массовой информации сообщалось, что в России к 2035 г. планируется создать защищенный канал связи с использованием явления квантовой телепортации. Так что сведения, изложенные в данном пособии вполне актуальны.

Литература

1. У. Лэмб. Измерения в квантовомеханических системах и интерпретация нерелятивистской квантовой механики. УФН **99**, 719 (1969).
2. Д. И. Блохинцев. О взаимодействии микросистемы с измерительным прибором. УФН **95**, 75 (1968).
3. В. А. Фок, А. Эйнштейн, Б. Подольский и Н. Розен, Н. Бор. Можно ли считать, что квантово-механическое описание физической реальности является полным? УФН **16**, 436 (1936).
4. J.S. Bell. On the Einstein Podolsky Rozen paradox. Physica, **1**, 1951 (1965).
5. А.А. Гриб. Неравенства Белла и экспериментальная проверка квантовых корреляций на макроскопических расстояниях. УФН **142**, 619 (1984).
6. N. Brunner, D. Cavalcanti, S. Pironio, V. Scarani, S. Wehner. Bell nonlocality. Rev.Mod. Phys. **86**, 419 (2014).
7. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. М.: Наука, 1974, 752 с.
8. A. Fedrizzi, R. Ursin, T. Herbst, M. Nespoli, R. Prevedel, T. Scheidl, F. Tiefenbacher, T. Jennewein, A. Zeilinger. High-fidelity transmission of entanglement over a hidgloss free-space channel. Nature physics **5**, 389 (2009).
9. C.H. Bennett, G. Brassard, C. Crepeau, R. Jozsa, A. Peres, W.K. Wootters. Teleporting an unknown quantum statevia dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels. Phys. Rev. Lett. **70**, 1895 (1993).
10. Juan Yin et al. (20 authors). Quantum teleportation and entanglement distribution over 100-kilometre free-space channels. Nature **488**, 185 (2012).