

УДК 519.857.3

*М. Ю. Андреев¹, Н. П. Пильник², И. Г. Поспелов¹*¹Московский физико-технический институт (государственный университет)²НИУ ВШЭ

Модель межвременного равновесия экономики Республики Казахстан

В статье представлена модель общего экономического равновесия Республики Казахстан. Модель содержит описание восьми макроагентов. Для четырех агентов (домохозяйство, производитель, банк, собственник) сформулированы оптимизационные задачи, поведение остальных агентов задается сценарием. Модель калибруется на квартальных данных с 2005 по 2010 годы и воспроизводит траектории переменных, характеризующих состояние реального и финансового секторов экономики.

Ключевые слова: общее экономическое равновесие, математическое моделирование, рациональные ожидания, банковская система, экономический кризис.

1. Введение

1.1. Структура модели экономики РК

Описанная ниже модель была разработана в отделе математического моделирования экономических систем Вычислительного центра им. А.А. Дородницына РАН в рамках работ по созданию библиотеки моделей национальной экономики РК, проводившихся в 2009–2011 гг. в Национальной Академии наук РК под руководством академика А. Ашимова [1]. В то же время модель является продолжением работ по системному анализу развивающейся экономики, начатой в ВЦ РАН А.А. Петровым и И.Г. Поспеловым около 40 лет назад [2], [3].

Рассматриваемая ниже модель — это динамическая однопродуктовая модель межвременного равновесия. Однако от классических моделей такого типа, рассматриваемых, например, в [4], наш подход отличается рядом важных методических особенностей, которые уже описывались в журнале (см. [5]). Основная цель настоящей работы — представить эту методику и реализующую ее технологию моделирования более подробно и предметно. По сравнению с моделью экономики РФ, описанной в [5], и предыдущей версии модели РК [6] здесь были использованы новые теоретические результаты относительно описания взаимодействия собственника и его фирмы. Это позволило в рамках единой модели описать динамику реального сектора, кредитно-денежной сферы и фондового рынка. Насколько нам известно, в существующих динамических моделях общего равновесия такого совместного описания получить до сих пор не удавалось.

Модель описывает развитие во времени полного цикла общественного воспроизводства (производство – распределение – потребление) в экономике в разрезе одного агрегированного продукта – **реального ВВП** – и одного агрегированного ресурса – **однородного труда**. Движение продукта и ресурса в модели сопровождается и регулируется оборотом **5 финансовых агрегатов**: денежной базы (наличность + банковские резервы), безналичных денег (остатки расчетных счетов), кредитных вложений в экономику, сбережений населения и иностранной валюты.

Потоки продукта, ресурса и финансовых агрегатов удовлетворяют системе балансов, над которой надстраивается модель. Уравнения балансов соответствуют строкам таблиц системы национальных счетов (СНС) [13] и сводного баланса банков [14]. Они прослеживают движение продукта и ресурсов от поступления до использования, а движение финансовых агрегатов от эмиссии до погашения.

Величины потоков определяются решениями субъектов экономики – физических и юридических лиц, а также механизмами согласования этих решений, например, рыночным торгом. Модельные агенты представляют агрегированное поведение множества субъектов, исполняющих сходные функции в экономике. По нашим представлениям, это агрегированное поведение оказывается более регулярным («более рациональным»), чем поведение отдельных лиц и организаций [8], [9]. Модель описывает экономическую динамику как результат взаимодействия следующих 8 экономических (макро) **агентов**.

- 1) **Производитель** представляет все нефинансовые коммерческие предприятия в сфере производства и внутренней торговли.
- 2) **Банк** представляет коммерческие финансовые учреждения, включая страховые компании и пенсионные фонды.
- 3) **Население** представляет все домашние хозяйства.
- 4) **Собственник** представляет индивидуальных владельцев предприятий, топ-менеджеров крупных корпораций, а также компании-холдинги и участников фондового рынка.
- 5) **Центральный банк** описывает деятельность ЦБ в области обеспечения расчетов, а также монетарного и валютного регулирования.
- 6) **Государство** представляет экономическую деятельность органов административного и государственного управления.
- 7) **Экспортер** и
- 8) **Импортер** представляют посреднические учреждения в сфере внешней торговли.

Первые 4 агента – агрегаты множества субъектов и их поведение описываются принципами оптимальности. Государство и ЦБ рассматриваются как отдельные влиятельные субъекты и их поведение описывается сценариями. Экспортер и Импортер персонифицируют внешнее воздействие на экономику РК и их описание сводится к сценариям изменения внешних факторов.

Модель основывается на **принципе рациональных ожиданий** [3, 4–6, 11]. Именно, предполагается, что каждый из оптимизирующих свое поведение агентов (1–4) *располагает точным прогнозом всех экзогенных для него переменных, в том числе цен, курсов, процентов на весь период расчета*. В конечном счете траектории этих переменных определяются из условий выполнения балансов (условий равновесия), и тем самым для каждого агента получится самосогласованный прогноз конъюнктуры. Можно сказать, что в моделях межвременного равновесия модельные агенты используют для своих прогнозов ту же самую модель, которую строит исследователь.

Исследование модели дает совершенно неожиданный ответ на вопрос о том, как это предположение согласуется с наблюдаемой неопределенностью и неточностью прогнозов экономической конъюнктуры (см. разд. 5.3, а также [11]).

1.2. Технология разработки модели

Мы использовали разработанную в ВЦ РАН под руководством И.Г. Поспелова систему поддержки моделирования экономики ЭКОМОД [2], специально приспособленную для построения моделей межвременного равновесия. Эта система реализована в среде компьютерной алгебры Maple и поддерживает не только численное, но и аналитическое исследование модели. В частности, ЭКОМОД

- 1) автоматически выводит условия оптимальности для задач агентов;

- 2) проверяет выполнение материальных и финансовых балансов и инвариантность модели относительно выбора единиц измерения [7];
- 3) позволяет в большинстве случаев автоматически повторить аналитические преобразования модели при модификации исходных соотношений;
- 4) проводит расчеты по записи модели в стандартной математической нотации.

Практически все формулы, приводимые ниже, взяты непосредственно из записи модели в системе ЭКОМОД.

Нам представляется, что данная технология позволяет реализовать разумный компромисс между произволом предположений, характеризующих имитационные модели (например, [12]), и комбинированием ограниченного числа стандартных хорошо исследованных блоков, что характерно для большинства макроэкономических моделей (например, [1]).

Для удобства аналитических преобразований модель формулируется в непрерывном времени, а перед расчетом дискретизируется (см. разд. 5.1). Формально предполагается, что экономика функционирует на некотором достаточно большом конечном интервале времени $t \in [t_0, T]$. На этом периоде заданы траектории всех экзогенных переменных модели и на этот же период планируют свои действия модельные агенты. Значения всех фазовых переменных считаются заданными при $t = t_0$. Для исключения краевых эффектов на конце горизонта планирования T используются терминальные условия специального вида (см. [10], а также конец разд. 2.1).

2. Описание рационального поведения агрегированных агентов

2.1. Блок «Производитель» (J)

Результаты анализа статистических данных [6] показывают, что производство реально-го ВВП $Y_J(t)$ в РК можно описать линейной производственной функцией

$$Y_J(t) = AM_J(t) + Be^{(b(t-t_0))}R_J(t) + Y_{sb}(t), \quad \frac{d}{dt}M_J(t) = J_J(t) - \kappa M_J(t), \quad (2.1)$$

где $Y_{sb}(t)$ — экзогенно заданная сезонная составляющая выпуска продукции, $R_J(t)$ — численность занятых, $M_J(t)$ — эффективные производственные фонды, а $J_J(t)$ — покупки фондообразующего продукта, который в рамках однопродуктовой модели составляет часть $Y_J(t)$. Мы не сопоставляем величину $M_J(t)$ с наблюдаемой величиной основных производственных фондов, поскольку эконометрические оценки дают очень большое значение «темпа выбытия» κ^1 .

Мы предполагаем, что все покупатели и продавцы продукта $Y_J(t)$ ориентируются на одну и ту же рыночную цену $p_y(t)$, а труд оплачивается по ставке $s_r(t)$, поэтому денежное сальдо покупок и продаж продуктов и ресурсов Производителем составляет

$$MY_J(t) = p_y(t) (Y_J(t) - J_J(t)) - s_r(t) R_J(t). \quad (2.2)$$

Производитель может брать срочные ссуды у Банка на средний срок β_l^{-1} под складывающийся на рынке сложный процент $r_l(t)$. Поэтому изменение остатка ссудной задолженности $L_J(t)$ описывается соотношениями

$$\frac{d}{dt}L_J(t) = K_J(t) - \beta_l L_J(t), \quad K_J(t) \geq 0, \quad (2.3)$$

где $K_J(t)$ — поток вновь полученных кредитов.

¹Статистика России также не дает ясной связи отчетной величины основных производственных фондов с объемами выпуска. С другой стороны, в мировой практике нередки модели, в которых вместо фондов (основного капитала) используется величина потока инвестиций, что согласуется с (2.1) при большом значении κ .

Ссуды в модели (как и в банковском балансе) рассматриваются как особый инструмент, отличный от денег. Денежное сальдо операций по ссудам выражается в виде²

$$ML_J(t) = K_J(t) - (\beta_l + r_l(t)) L_J(t). \quad (2.4)$$

Производитель реализует на рынке свои акции $A_{JC}(t)$, выпущенные по указанию собственника (агента «С», разд. 2.4), по рыночному курсу, выплачивает по ним дивиденды $Z_J(t)$ и в результате получает чистый поток платежей:

$$MA_J(t) = \theta_{aj} \frac{dA_{JC}}{dt}(t) - Z_J(t). \quad (2.5)$$

Считается, что ссуды должны быть обеспечены текущей стоимостью акций:

$$kl L_J(t) \leq \theta_{aj}(t) A_{JC}(t).$$

Рассмотрение акционерного капитала существенно отличает данную модель от наших прежних моделей межвременного равновесия [2, 3, 5, 6, 8]. Как показал недавно Н.П. Пильник, описанный здесь механизм управления фирмой посредством выпуска акций обеспечивает в условиях совершенной конкуренции эффективность равновесия так же, как и использовавшийся нами ранее менее реалистичный механизм управления собственным капиталом.

В модели все налоги условно сведены к «налоговой нагрузке» $ny_x(t)$ на добавленную стоимость, поэтому налоговые платежи производителя описываются как

$$Tax_J(t) = ny_x(t) p_y(t) Y_J(t). \quad (2.6)$$

Предполагается, что все денежные платежи и поступления производителя проводятся через его расчетный счет в Банке, поэтому остаток этого счета $N_J(t)$ изменяется в соответствии с балансом³:

$$\frac{dN_J}{dt}(t) = MY_J(t) + ML_J(t) + MA_J(t) - Tax_J(t). \quad (2.7)$$

В модели платежи описываются непрерывными потоками, но в реальности субъекты экономики осуществляют платежи дискретными порциями, и чтобы выплатить такую порцию, ее надо иметь в запасе на расчетном счете. В результате появляется потребность иметь определенную величину среднего запаса денег для обеспечения заданной средней интенсивности платежа. На этом соображении основана «количественная теория денег», а сама связь между потоками и запасами называется **ограничением ликвидности**. Эконометрическое исследование показало, что для экономики РК стоит учитывать лишь ограничение ликвидности, связанное с **выплатой зарплаты** $s_r(t) R_J(t)$:

$$\tau_s s_r(t) R_J(t) \leq N_J(t). \quad (2.8)$$

Постоянная времени задает характерное время оборота денег. Мы относим ее к настроенным параметрам модели. Наличие эмпирических ограничений типа (2.8) существенно отличает наши модели межвременного равновесия от классических [4].

Соотношения (2.1) – (2.8)⁴ описывают технологические и институциональные **ограничения** на деятельность производителя. В рамках этих ограничений Производитель **выбирает** траектории своих **планируемых переменных** — тех, которые отмечены индексом J . Переменные, имеющие другие индексы, — это **информационные переменные**. Их

²Пара модельных соотношений (2.3), (2.4), грубо говоря, соответствует принятой в бухгалтерии двойной проводке операции кредитования производителя. В исходной записи модели в системе ЭКОМОД это соответствие выдерживается еще точнее.

³При формулировке модели в системе ЭКОМОД используется более сложное описание с двойной проводкой, разделяющее обороты инструментов «расчетный счет» и «денежная база», которым банк осуществляет платежи по поручению своего клиента — Производителя.

⁴Здесь и ниже такое обозначение имеет в виду все вынесенные в отдельную строку формулы между (2.1) и (2.4), независимо от того, занумерованы они или нет.

Производитель должен **прогнозировать** и при выборе траекторий планируемых переменных рассматривать как экзогенные. Некоторые из них, например в (2.1), так и останутся экзогенными переменными для всей модели, но основные: цена $p_y(t)$, ставка зарплаты $s_r(t)$, процент $r_l(t)$, курс акций $\theta_{ab}(t)$ и объем их выпуска $A_{ab}(t)$ — определяются из условий выполнения балансов.

Считается, что Производитель действует в интересах своих акционеров и поэтому стремится максимизировать традиционный функционал ожидаемой полезности реальных дивидендов:

$$\int_{t_0}^T \left(\frac{Z_J(t)}{z_y(t)} \right)^{1-\eta} e^{-\Delta t} dt \rightarrow \max, \quad (2.9)$$

где $z_y(t)$ — описанный ниже дефлятор дивидендов, Δ — предпочтение времени, а η — отвращение к риску, которые рассматриваются как настроечные параметры модели.

Легко понять, что задача (2.9) при заданных начальных значениях фазовых переменных $M_J(t_0)$, $L_J(t_0)$, $N_J(t_0) \geq 0$ при ограничениях (2.1) – (2.8) и без каких-либо ограничений на конце горизонта планирования $t = T$ неразрешима из-за формальной возможности создания «пирамиды» задолженности. Поэтому, как предложено в [10], мы дополняем условия (2.1) – (2.8) **одним** краевым условием роста некоторой линейной формы фазовых переменных:

$$\begin{aligned} & aM_J(T)M_J(T) + aL_J(T)L_J(T) + aN_J(T)N_J(T) \geq \\ & \geq (aM_J(t_0)M_J(t_0) + aL_J(t_0)L_J(t_0) + aN_J(t_0)N_J(t_0)) e^{\gamma(T-t_0)}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Значения коэффициентов этой формы при $t = T$ однозначно определяются требованием разрешимости задачи Производителя. *Аналогичные терминальные условия ставятся ниже и в задачах остальных агрегированных агентов, и коэффициенты в них тоже определяются требованиями разрешимости соответствующих задач.* Величину γ считаем одинаковым для всех агентов настроечным параметром.

Описание поведения агента «Производитель» в модели получается добавлением к соотношениям (2.1) – (2.8), (2.10) **условий оптимальности**⁵ траекторий планируемых переменных. Эти условия записываются (автоматически) в терминах дополнительных **двойственных переменных**, которые потом по возможности исключаются. Двойственные переменные относятся к планируемым переменным агента. Примеры записи подобных условий оптимальности можно увидеть в [2, 6, 8, 11].

В силу условий трансверсальности линейная форма в (2.10) приобретает смысл собственного капитала агента, в котором активы и пассивы оцениваются двойственными переменными к их балансам [2]. Поэтому (2.10) мы называем **условием роста капитала** [10].

2.2. Блок «Банк» (B)

Блок описывает в агрегированном виде деятельность **коммерческих финансовых организаций**. Сбережения населения в РК в значительной степени состоят из пенсионных накоплений и страховок [6], поэтому модельный Банк, строго говоря, описывает банки в совокупности с пенсионными фондами и страховыми компаниями. Специфику деятельности последних мы, однако, не учитываем. Материальные затраты на финансовые операции считаются несущественными.

Выдавая кредит Производителю, банк исходит из тех же представлений о строке и проценте, что и Производитель, поэтому банк планирует выдачу ссуд в рамках соотношений (ср. (2.3), (2.4)):

$$\frac{d}{dt}L_B(t) = K_B(t) - \beta_l L_B(t), \quad K_B(t) \geq 0, \quad ML_B(t) = -K_B(t) + (\beta_l + r_l(t)) L_B(t). \quad (2.11)$$

⁵Достаточных условий в форме Лагранжа [2].

Величины $L_B(t)$ в (2.11) и $L_J(t)$ в (2.3) — это не одно и то же. Первая — то, что банк планирует дать (предложение ссуд), а вторая — то, что Производитель планирует взять (спрос на ссуды). Их естественное равенство оказывается нетривиальным условием равновесия, которое в конечном счете определит величину процента $r_l(t)$ (см. (4.1)). Кроме того, надо помнить, что для Производителя $L_J(t)$ — пассив, поэтому, когда он растет, Производитель получает деньги, а для Банка $L_B(t)$ — актив, поэтому, когда он растет, Банк деньги отдает.

Для финансирования ссуд банк **привлекает сбережения** $S_B(t)$ на средний срок β_s^{-1} под складывающийся на рынке сложный процент $r_s(t)$. Эта операция описывается аналогично операции привлечения ссуд производителем (2.3), (2.4):

$$\frac{d}{dt}S_B(t) = V_B(t) - \beta_s S_B(t), \quad V_B(t) \geq 0, \quad MS_B(t) = V_B(t) - (\beta_s + r_s(t)) S_B(t). \quad (2.12)$$

Здесь $V_B(t)$ — поток новых вкладов, а $MS_B(t)$ — денежный итог операций с вкладами.

Кроме сбережений населения, Банк привлекает средства в виде **остатков расчетных счетов производителей**. Поскольку для этих средств нет регулирующей переменной типа процента, Банк, планируя свои операции, должен полагаться на **прогноз** остатка на расчетных счетах $N_J(t)$ (см. (2.7)). Банк может только отказаться их вести;

$$\frac{d}{dt}N_B(t) = NN_B(t), \quad N_B(t) \leq N_J(t).$$

Банк по указанию собственника выпускает свои акции $Ab_C(t)$, реализует их на рынке по курсу $\theta_{ab}(t)$, выплачивает по ним дивиденды $Z(t)$ и в результате получает чистый поток платежей:

$$MA_B(t) = \theta_{ab} \frac{dAb_C}{dt}(t) - Z_B(t). \quad (2.13)$$

Добавленная стоимость Банка состоит из разницы полученных и уплаченных процентов, поэтому **налоговые платежи** Банка составляют (ср. (2.6))

$$Tax_B(t) = ny_x(t) (r_l(t) L_B(t) - r_s(t) S_B(t)).$$

Поскольку банков много и они систематически переводят деньги друг другу через счета своих резервов в ЦБ, платежным средством Банка следует считать именно эти резервы $R_B(t)$. Изменение совокупных остатков расчетных счетов происходит, когда их обналчиывают или когда производят инкассацию. Эти операции также проводятся через резервы по требованиям клиентов Банка. Поэтому⁶

$$\frac{dR_B}{dt}(t) = ML_B(t) + MS_B(t) + MA_B(t) - Tax_B(t) + NN_B(t).$$

Резервы $R_B(t)$ представляют собой платежные средства, даже более ликвидные, чем наличность. В модели мы объединяем их с наличностью (см. разд. 2.3) в один инструмент «**денежная база**».

Банк обязан выполнять **резервные требования**: остатки $R_B(t)$ должны превосходить установленную нормативно долю привлеченных средств:

$$\zeta (S_B(t) + N_J(t)) \leq R_B(t). \quad (2.14)$$

Ограничения (2.11) – (2.14) на выбор планируемых переменных Банка (переменные с индексом « B ») дополняются линейным терминальным ограничением роста капитала, аналогичным (2.10):

$$\begin{aligned} & aL_B(T)L_B(T) + aS_B(T)S_B(T) + aN_B(T)N_B(T) + aR_B(T)R_B(T) \geq \\ & \geq (aL_B(t_0)L_B(t_0) + aS_B(t_0)S_B(t_0) + aN_B(t_0)N_B(t_0) + aR_B(t_0)R_B(t_0)) e^{\gamma(T-t_0)}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

⁶При формулировке модели в системе ЭКОМОД используется более сложное описание с двойной проводкой, разделяющее обороты инструментов «расчетный счет» и «резервы».

Мы считаем Банк, как и Производителя, частной коммерческой организацией, действующей в интересах своих хозяев, поэтому целью Банка будем считать максимизацию функционала ожидаемой полезности потока реальных дивидендов, аналогичного (2.9):

$$\int_{t_0}^T \left(\frac{Z_B(t)}{z_y(t)} \right)^{1-\eta} e^{-\Delta t} dt \rightarrow \max. \quad (2.16)$$

Параметры $z_y(t)$, Δ , η функционалов (2.9) и (2.16) считаются одинаковыми. Хотя исследование более простых моделей с акционерным капиталом показало, что их можно делать разными, не теряя существования и эффективности равновесия, при разных параметрах функционалов у модели отсутствуют решения типа сбалансированного роста, что мешает использовать отработанную технику идентификации и расчета модели.

Описание поведения агента «Банк» получается добавлением к соотношениям (2.11) – (2.14) **условий оптимальности** траекторий планируемых переменных Банка (переменных с индексом «B»).

2.3. Блок «Население» (H)

Население служит источником **трудовых ресурсов**. Для предложения труда в Казахстане (как и ранее для России) нам не удалось найти удовлетворительного замкнутого описания⁷. В связи с этим в модели **занятость задается экзогенно** и в блоке «Население» величина занятости $R_r(t)$ — это информационная, а не планируемая переменная.

Продавая ресурсы труда по ставке зарплаты $s_r(t)$, получая из бюджета трансферты $SB_G(t)$ и оплачивая потребительский продукт $C_H(t)$ по цене $p_y(t)$, население получает чистые доходы (возможно отрицательные):

$$MC_H(t) = SB_G(t) + s_r(t) R_r(t) - p_y(t) C_H(t). \quad (2.17)$$

Предложение сбережений населением $S_H(t)$ описывается симметрично (2.12):

$$\frac{d}{dt} S_H(t) = V_H(t) - \beta_s S_H(t), \quad V_H(t) \geq 0, \quad MS_H(t) = -V_H(t) + (\beta_s + r_s(t)) S_H(t). \quad (2.18)$$

Величину $S_H(t)$ мы сопоставляем с чистыми процентными сбережениями, т. е. суммой банковских депозитов, страховок и пенсионных накоплений **за вычетом потребительских кредитов**.

Платежным средством населения считаем **наличность** $W_H(t)$ (которая в модели объединяется с банковскими резервами), поэтому

$$\frac{d}{dt} W_H(t) = MC_H(t) + MS_H(t).$$

Чтобы описать потребность населения в наличности, логично было бы поставить ограничение ликвидности, подобное (2.8), $W_H(t) \geq \tau_c p_y(t) C_H(t)$. Оно соответствует и статистическим данным, согласно которым $W_H(t)/p_y(t) C_H(t) \approx \text{const}$. Однако проведенные эксперименты показали, что такая добавка сильно усложняет расчет модели, не добавляя ей существенно точности. Поэтому мы ставим простейшее ограничение:

$$W_H(t) \geq 0, \quad (2.19)$$

которое потом особым образом «смягчим» (см. разд. 5.1).

⁷Рынок определенно не развит – ставки зарплаты сильно различаются по отраслям и регионам. Кроме того, нет надежных данных о фактически выплаченной зарплате.

В задачу Населения добавляется краевое условие роста капитала (ср. (2.10)):

$$\begin{aligned} aW_H(T)W_H(T) + aS_H(T)S_H(T) &\geq \\ &\geq (aW_H(t_0)W_H(t_0) + aS_H(t_0)S_H(t_0))e^{\gamma(T-t_0)}. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Как и в большинстве моделей межвременного равновесия, мы предполагаем, что Население максимизирует ожидаемую полезность потребления:

$$\int_{t_0}^T \left(\frac{C_H(t)}{C_0} \right)^{1-\eta} e^{-\Delta t} dt \rightarrow \max.$$

Описание поведения агента «Население» получается добавлением к соотношениям (2.17) – (2.20) **условий оптимальности** траекторий планируемых переменных Населения (переменных с индексом «H»).

2.4. Блок «Собственник» (C)

Обычно в моделях межвременного равновесия собственность ассоциируется с собственностью на факторы производства – труд и основные производственные фонды. Мы считаем, что основные фонды находятся в собственности фирм-производителей, а сбережения домохозяйств отличаются от капитала собственников. Блок модели «Собственник» в агрегированном виде описывает деятельность физических и юридических лиц, управляющих движением акционерного капитала между секторами и за пределы страны. В известных нам макромоделях других авторов такого экономического агента не было.

Мы описываем Собственника как «собрание акционеров» Производителя и Банка. Это собрание принимает решение о выпуске акций, одновременно обязуясь скупить их по текущему рыночному курсу. Решение о выпуске принимается на основе прогноза роста курса и доходности акций. В соответствии с принципом рациональных ожиданий этот прогноз предполагается точным.

Собственник также получает доход в форме прибыли от внешнеторговых операций (фактически ренту за природные ресурсы страны) и вкладывает свой капитал не только в акции Банка и Производителя, но и в иностранные активы (вывоз капитала).

Собственник определяет номинальный **акционерный капитал Производителя** $A_{jC}(t)$ (число выпущенных и размещенных акций). Акции имеют доходность $d_{aj}(t)$, поэтому с учетом их покупки по курсу $\theta_{aj}(t)$ операции с акциями Банка приносят Собственнику чистый доход⁸:

$$MA_{jC}(t) = -\theta_{aj}(t) \frac{dA_{jC}}{dt}(t) + d_{aj}(t) A_{jC}(t), \quad A_{jC}(t) \geq 0. \quad (2.21)$$

Совершенно аналогично собственник определяет номинальный **акционерный капитал Банка** $Ab_C(t)$, акции которого имеют доходность $d_{ab}(t)$ и продаются по курсу, принося Собственнику чистый доход:

$$MAb_C(t) = -\theta_{ab}(t) \frac{dAb_C}{dt}(t) + d_{ab}(t) Ab_C(t), \quad Ab_C(t) \geq 0. \quad (2.22)$$

В принципе акции являются более доходными, но и более рискованными вложениями, нежели **банковские депозиты**. В детерминированной модели риск описать нельзя, но результаты его оценки – можно. Будем считать, что надежные депозиты Собственника $S_C(t)$, страхующие вложения в акции, составляют не менее доли ks от текущей стоимости портфеля акций:

⁸Модельный собственник представляет совокупность многих реальных собственников, которые владеют только частями пакета акций и поэтому должны ориентироваться на их доходность, а не на общую сумму дивидендов $Z_j(t)$. Как часто пишут в подобных случаях авторы моделей рациональных ожиданий: «Собственник в модели один, но он об этом не знает».

$$S_C(t) \geq ks (\theta_{aj}(t) Aj_C(t) + \theta_{ab}(t) Ab_C(t)).$$

Динамика сбережений описывается так же, как у населения (см. (2.18)):

$$\frac{d}{dt} S_C(t) = V_C(t) - \beta_s S_C(t), \quad V_C(t) \geq 0, \quad MS_C(t) = -V_C(t) + (\beta_s + r_s(t)) S_C(t). \quad (2.23)$$

Статистическим аналогом величины $S_C(t)$ мы считаем **иностранные депозиты** в банках РК. Предполагается, что собственники сначала выводят свои доходы в более безопасные иностранные активы, а потом часть из них возвращают в страну в виде депозитов, страхующих рискованные вложения в акции.

Кроме указанных операций собственник получает известную наперед **прибыль** $Renta_x(t)$ от экспортно-импортных операций (см. разд. 3.3, 3.4).

Считается, что интересы собственника связаны с его **иностранными активами**, которые формируются за счет вывоза валюты $C_C(t)$. Эту валюту Собственник должен купить на бирже, заплатив за нее по курсу $w_w(t)$.

В конечном счете изменение **остатка денег** $W_C(t)$ у Собственника описывается балансом:

$$\frac{dW_C}{dt}(t) = MAj_C(t) + MAb_C(t) + MS_C(t) + Renta_x(t) - w_w(t) C_C(t), \quad W_C(t) \geq 0.$$

В выписанных балансах нет потребительских расходов собственника. По нашему мнению, эти расходы слабо влияют на поведение собственника и на возможности вложения капитала. Механизмы движения капитала не замыкаются в границах страны, а извлеченную в разных странах прибыль используют не на потребление. Потребительские расходы собственников, правда, могут повлиять на внутренний рынок. Однако это – потребительские расходы в основном богатых, направлены на импортные товары, поэтому могут быть отнесены тоже к покупке валюты. Но остаются еще расходы на услуги внутри страны. Их мы действительно **не учитываем**.

В задачу Собственника добавляется краевое условие роста капитала:

$$\begin{aligned} & aW_C(T)W_C(T) + aS_C(T)S_C(T) + aAj_C(T)Aj_C(T) + aAb_C(T)Ab_C(T) \geq \\ & \geq (aW_C(t_0)W_C(T) + aS_C(t_0)S_C(T) + aAj_C(t_0)Aj_C(t_0) + aAb_C(t_0)Ab_C(t_0)) e^{\gamma(T-t_0)}. \end{aligned}$$

Предполагается, что Собственник максимизирует ожидаемую полезность потока вывоза валюты $C_C(t)$:

$$\int_{t_0}^T \left(\frac{C_C(t)}{C_0} \right)^{1-\eta} e^{-\Delta t} dt \rightarrow \max.$$

Описание поведения агента «Собственник» получается добавлением к соотношениям (2.21) – (2.24) **условий оптимальности** траекторий планируемых переменных Населения (переменных с индексом «C»).

3. Описания механизмов государственного управления и внешнеэкономических связей

3.1. Блок «Государство» (G)

Механизмы государственного управления экономикой описываются в модели двумя способами: прямо и косвенно. Косвенное (с точки зрения структуры модели) воздействие состоит в установлении различных нормативов: ставок налогов и пошлин, нормы резервирования и пр. Прямое – в реализации планов государственных закупок, выплат населению из бюджета, накоплению валютных резервов, финансированию дефицита бюджета. Оно описывается в блоках «Государство» и «Центральный банк». Экономическая деятельность

государства, как это и принято в большинстве моделей, описывается **сценарием**, а не решением оптимизационной задачи. Мы связываем эту общепринятую практику с тем, что государство – реальный субъект, наделенный волей и рефлексией, в отличие от рассмотренных выше агрегированных макроагентов, поведение которых можно описывать принципами оптимальности.

В блоке «Государство» описывается исполнение расширенного **бюджета, объединяющего** национальный, региональные и местные бюджеты, а также внебюджетные фонды.

Доход широкого бюджета формируется за счет налогов и пошлин. Государство назначает ставки, а поступления оно прогнозирует, поэтому величина налоговых поступлений является информационной переменной $Tax_x(t)$.

Расходы широкого бюджета состоят из выплат населению $SB_G(t)$, расходов $p_y(t)G_G(t)$ на оплату государственного потребления⁹ $G_G(t)$ по рыночной цене $p_y(t)$ и расходов $w_w(t)LdW_G(t)$ на внешние выплаты в валюте $LdW_G(t)$. Величина $LdW_G(t)$ может быть отрицательной, что отвечает поступлениям в бюджет потока денег за счет внешних заимствований.

Положительная разница между доходами и расходами бюджета так или иначе покрывается **внутренними заимствованиями**, накопление которых образует внутренний государственный долг $B_G(t)$. Мы предполагаем, что кредитором государства выступает только Центральный банк, поэтому кредиты можно считать беспроцентными¹⁰.

Перечисленные выше статьи доходов, расходов и заимствований изменяют **остаток счетов государства** $A_G(t)$:

$$\frac{dA_G}{dt}(t) = Tax_x(t) - p_y(t)G_G(t) - w_w(t)LdW_G(t) + \frac{dB_G}{dt}(t), \quad A_G(t) \geq 0, \quad B_G(t) \geq 0.$$

Эти счета ведет ЦБ, поэтому их можно отнести к модельной денежной базе.

3.2. Блок «Центральный банк» (CB)

ЦБ представляет собой часть системы государственного управления, но по закону он обязан обеспечивать собственную безубыточность и обладает большой самостоятельностью маневрирования валютными резервами и кредитами, почему мы и выделяем в модели его описание в отдельный блок. В модели поведение ЦБ описывается сценарием изменения обменного курса и спросом государства на кредиты.

ЦБ покупает или продает валюту на бирже в количестве¹¹ $V_{CB}(t)$, что изменяет величину **золотовалютных резервов** $R_{CB}(t)$, а также дает государству беспроцентный кредит по его запросу. Расходы ЦБ на покупку валюты и кредитование государства покрываются **эмиссией** $E_{CB}(t)$, которая изменяет денежную базу $MB_{CB}(t)$:

$$\frac{dMB_{CB}}{dt}(t) = E_{CB}(t), \quad E_{CB}(t) = w_w(t)V_{CB}(t) + \frac{dB_G}{dt}(t). \quad (3.1)$$

3.3. Блок «Экспортер» (EX)

Международная торговля в модели описывается двумя сравнительно простыми блоками: «Экспортер» и «Импортер».

Экспорт Республики Казахстан в основном представляет собой сырье [6]. Для сырьевого экспорта всегда оказываются существенными спросовые и транспортные ограничения.

⁹ Согласно системе национальных счетов государство покупает по себестоимости и потребляет продукт отрасли «Управление» в составе ВВП, поэтому государственные служащие, военные, полицейские и т. д. входят в число занятых $R_r(t)$, а их заработная плата покрывается расходами $p_y(t)G_G(t)$.

¹⁰ Формально проценты есть и выплачиваются, но возвращаются в бюджет как прибыль ЦБ, поскольку в РК, как и во всех других странах, кроме США и Великобритании, ЦБ является государственным учреждением.

¹¹ Эта величина становится отрицательной при валютной интервенции.

По этим причинам мы сочли возможным считать в модели и объем, и цену экспорта (в иностранной валюте) величинами, заданными сценарием¹².

Покупка продукта для экспорта $Exp_{EX}(t)$ на внутреннем рынке требует затрат $p_y(t) Exp_{EX}(t)$. Продукт $Exp_{EX}(t)$ затем продается на внешнем рынке по сложившейся мировой цене $p_e(t)$, что приносит Экспортеру валютную выручку $p_e(t) Exp_{EX}(t)$. Она продается на бирже по курсу $w_w(t)$, принося доход в национальной валюте. Экспортер платит пошлину $Tax_{EX}(t)$ в национальной валюте по переменной ставке $ne_x(t)$, а остаток денег отдает Собственнику как ренту $Z_{EX}(t)$:

$$\begin{aligned} Z_{EX}(t) &= -p_y(t) Exp_{EX}(t) + w_w(t)p_e(t) Exp_{EX}(t) - Tax_{EX}(t), \\ Tax_{EX}(t) &= ne_x(t) w_w(t)p_e(t) Exp_{EX}(t). \end{aligned}$$

3.4. Блок «Импортер» (IM)

В рамках односекторной модели потребность в импорте рациональным поведением агентов объяснить невозможно, поэтому объем импорта $Imp_{IM}(t)$ мы задавали найденным эмпирически соотношением

$$Imp_{IM}(t) = Imp_{se}(t) + ic C_H(t) + ij J_J(t) + ie Exp_{EX}(t) + w_w(t) e^{bw(t-t_0)}, \quad (3.2)$$

где $Imp_{se}(t)$ – сезонная составляющая спроса на импорт, а ic , ij , iw , bw – постоянные, определенные эконометрическим оцениванием.

Покупка импортного продукта по внешней цене $p_i(t)$ требует затрат в валюте $p_i(t) Imp_{IM}(t)$. Эта валюта покупается на бирже по курсу $w_w(t)$. Продажа продукта $Imp_{IM}(t)$ по внутренней цене приносит импортеру выручку $p_y(t) Imp_{IM}(t)$ в национальной валюте. Из этой суммы оплачивается импортная пошлина в объеме $Tax_{IM}(t)$ по переменной ставке. Остаток денег передается Собственнику как еще одна составляющая ренты $Z_{IM}(t)$:

$$\begin{aligned} Z_{IM}(t) &= p_y(t) Imp_{IM}(t) - w_w(t)p_i(t) Imp_{IM}(t) - Tax_{IM}(t), \\ Tax_{IM}(t) &= ni_x(t) p_i(t) Imp_{IM}(t). \end{aligned}$$

4. Описание взаимодействия агентов

Связь блоков агентов описывается условиями равновесия отдельных рынков. На **рынке продукта** балансируется предложение продукта Производителем и Импортером и спрос со стороны тех же производителей, государства и населения:

$$0 = Y_J(t) - J_J(t) - G_G(t) - Exp_{EX}(T) + Imp_{IM}(t) - C_H(t).$$

На **рынке труда** балансируется неэластичное предложение труда со стороны Населения со спросом на труд со стороны Производителя:

$$0 = -R_J(t) + R_r(t).$$

Равновесие на **рынке банковских ссуд** выражается в равенстве спроса и предложения

$$L_B(t) = L_J(t). \quad (4.1)$$

Аналогично описывается и равновесие на **рынке сбережений**, с учетом того, что сбережения в модели делают два агента: Население (2.18) и Собственник (2.23):

$$S_B(t) = S_H(t) + S_C(t). \quad (4.2)$$

¹²Для РФ нам удалось описать экспорт и импорт как эндогенные переменные, определяемые рациональным поведением агентов, но только в трехпродуктовой модели [5].

На валютном рынке балансируется спрос на иностранную валюту со стороны Собственника, Импортёра, Государства и ЦБ с предложением иностранной валюты экспортёрами:

$$w_w(t)p_e(t)Exp_{EX}(t) = p_i(t)Imp_{IM}(t) + C_C(t) + V_{CB}(t) + w_w(t)LdW_G(t).$$

Условия равновесия на рынке акций состоят в том, что Банк и Производитель передают собственнику сальдо выплаты дивидендов и выручки от продажи акций:

$$0 = -MA_B(t) - MA_{bC}(t), \quad 0 = -MA_J(t) - MA_{jC}(t).$$

Легко видеть, что отсюда в силу (2.5), (4.3), (2.13), (2.21), (2.22) следуют естественные соотношения $Z_J(t) = d_{aj}(t)Aj(t)$ и $Z_B(t) = d_{ab}(t)Ab(t)$, определяющие доходности акций Производителя $d_{aj}(t)$ и Банка $d_{ab}(t)$.

Еще одно взаимодействие описывает передачу в бюджет собранных налогов и пошлин, а также получение собственником ренты от внешней торговли:

$$0 = -Tax_x(t) + Tax_J(t) + Tax_B(t) + Tax_{EX}(t) + Tax_{IM}(t), \quad 0 = -Renta_x(t) + Z_{EX}(t) + Z_{IM}(t).$$

5. Результаты исследования модели

5.1. Окончательный вид соотношений модели

Полная система соотношений модели состоит из подсистем, выписанных в разд. 2–4, дополненных условиями оптимальности поведения агентов. Следует отметить, что это – уже автоматически упрощенная, особенно в части описания взаимодействий, система. Исходная запись в системе ЭКОМОД соответствует бухгалтерским двойным проводкам финансовых потоков и, как и они, содержит много вспомогательных переменных и зависимых соотношений. Но зато такая запись позволяет автоматически проверять корректность системы балансов, которую, как показывает опыт, вручную без ошибок для более чем трех инструментов написать практически невозможно. Соотношения равенства активов и пассивов, например (4.1), (4.2), фактически получаются как первые интегралы исходных уравнений в потоках, которые ЭКОМОД находит автоматически в процессе проверки балансов. Еще одним примером такого интеграла служит вытекающее из (3.1) в силу остальных соотношений равенство

$$MB_{CB}(t) = R_B(t) + W_H(t) + W_C(t) + A_G(t),$$

которое показывает корректность определения эмиссии в модели: денежная база $MB_{CB}(t)$, выпущенная ЦБ, равна остаткам ликвидных средств остальных агентов.

Ограничения-неравенства, такие как (2.19), дают в системе условий оптимальности условия дополненности вида

$$W(t) \geq 0, \quad \varphi(t) \geq 0, \quad \varphi(t) \cdot W(t) = 0, \quad (5.1)$$

где $\varphi(t)$ – двойственная переменная к ограничению (2.19). Эти условия мы **регуляризуем**: либо считаем, что на всем интервале расчета один из сомножителей равен 0, либо заменяем «угол» (5.1) на плоскости W, φ графиком гладкой убывающей функции $W = f(\varphi)$, содержащей свои настроечные параметры. Такого рода регуляризации следует рассматривать как самостоятельный содержательный этап построения модели [4].

С экономической точки зрения соотношения (5.1) задают вырожденную функцию спроса на деньги. Аргумент этой функции составляет главный предмет дискуссий в экономической теории. Эти споры соотношение (5.1) однозначно решает в пользу величины $\varphi(t)$, которая в конечном счете окажется некоторой комбинацией показателей экономической конъюнктуры (цен, процентов, курсов и т. п.). Решив вопрос об аргументе, мы, как и в традиционных макроэкономических моделях, подбираем форму функции спроса (регуляризацию (5.1)) эмпирически.

В результате аналитических упрощений, переобозначений¹³ и регуляризаций модель становится системой из 16 независимых уравнений на 16 эндогенных переменных. Кроме этого остаются соотношения, которые по значениям эндогенных переменных позволяют вычислить траектории изменения других показателей, например, дефицита бюджета или объема международных резервов. Заметим, что среди эндогенных переменных остаются некоторые ненаблюдаемые двойственные переменные из условий оптимальности.

Параметры модели в основном определяются независимыми эконометрическими оценками (например, коэффициенты в (2.1) и в (3.2)). Оставшиеся 15 **настроечных** параметров определяются в процессе калибровки.

Система уравнений модели обладает группой симметрий масштабной инвариантности, которой при экспоненциальных траекториях экзогенных переменных отвечают **автомодельные** решения – на них каждая эндогенная переменная растет с постоянным темпом, определяемым ее размерностью в базовых единицах измерения [2, 7]. Сопоставление автомодельных решений со статистикой позволяет определить большинство настроечных параметров и зафиксировать типичные «темпы роста размерностей»: продукта g , труда λ , внутренних цен i и курса валюты ω , а также темп роста капитала $\gamma = i + g$ в краевых условиях (2.10), (2.15), (2.20), (2.24). Отметим, что сравнительная статика автомодельных решений содержит известную IS-LM модель [6].

Система уравнений нормируется на выбранное автомодельное решение, и получается расчетная система, мотивировать которую без развернутого описания в разд. 2–4 было бы очень затруднительно.

Система дискретизируется с шагом 1 квартал по неявной схеме и решается довольно сложным алгоритмом, подробно описанным в [2, 6]. Траектория рассчитывается не шаг за шагом, а вся сразу, поскольку речь фактически идет о поиске ограниченного решения динамической системы, неустойчивой в обоих направлениях времени.

Расчет ведется от некоторого момента в прошлом до некоторого момента в будущем. На периоде прошлого экзогенные величины задаются в соответствии со статистикой. Результат расчета на этом участке используется для верификации модели. На периоде будущего экзогенные величины задаются независимым прогнозом, результат расчета на этом участке дает прогноз развития экономики.

5.2. Результаты калибровки модели общего равновесия Республики Казахстан

Калибровка модели осуществлялась по восьми представленным ниже переменным на квартальных данных с 1 квартала 2005 года по 4 квартал 2010 года. Черной линией изображены статистические величины, серой — модельные.

На представленных ниже графиках для численной оценки точности модельных оценок приведено значение обратного коэффициента Тейла:

$$K_{OT} = 1 - 2 \sum_{t=1}^T (y_t - \hat{y}_t)^2 / \left(\sum_{t=1}^T y_t^2 + \sum_{t=1}^T \hat{y}_t^2 \right),$$

где y_t, \hat{y}_t — соответственно статистический и модельный ряды данных. Хотя K_{OT} может принимать отрицательные значения, такие случаи можно игнорировать как результаты калибровки модели с крайне низкой точностью. Этот показатель в некотором смысле схож с популярным коэффициентом детерминации R^2 , но R^2 малоприменим для калибровки моделей САРЭ, в которых наряду с постоянно растущими (а следовательно, нестационарными) показателями, такими как ВВП, присутствуют близкие к стационарным показатели темпов изменения (дефлятор ВВП).

¹³Система ЭКОМОД следит за корректностью переобозначений и помнит их историю. Кроме того, она помнит, из какого исходного соотношения получено то или иное конечное.

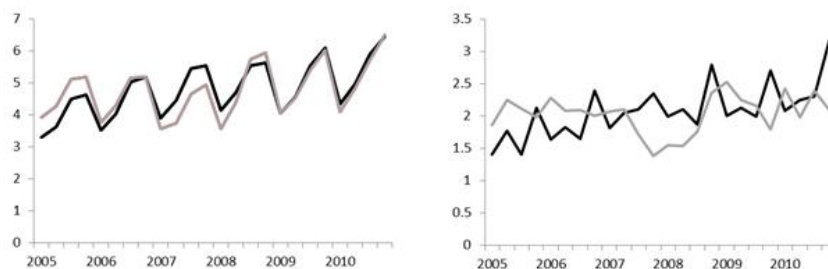


Рис. 1. Реальный ВВП ($KoT = 0,993$), реальное потребление домохозяйств ($KoT = 0,941$), млрд тенге

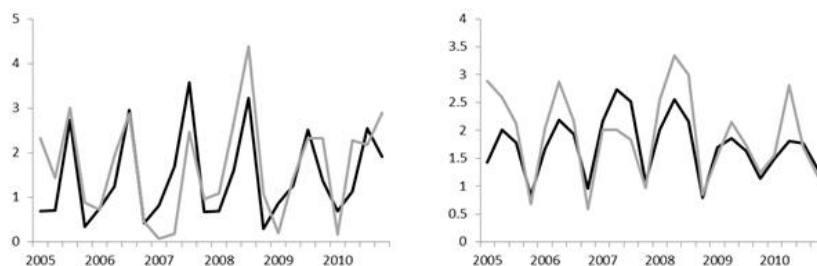


Рис. 2. Реальное валовое накопление ($KoT = 0,817$), реальный импорт ($KoT = 0,921$), млрд тенге

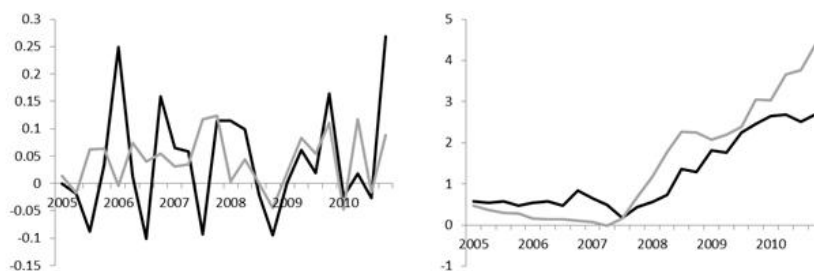


Рис. 3. Темп роста дефлятора ВВП (темп инфляции) ($KoT = 0,957$), чистые депозиты домашних хозяйств ($KoT = 0,85$), млрд тенге

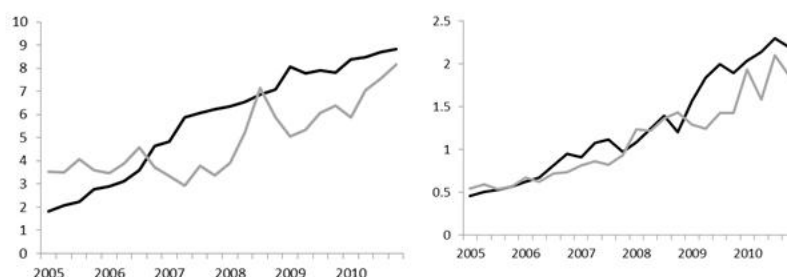


Рис. 4. Кредиты фирмам ($KoT = 0,903$), расчетные счета фирм ($KoT = 0,957$), млрд тенге

Наихудший показатель точности модели получается для величины чистых сбережений населения $S(t)$. Видимо, это связано с тем, что они описаны в модели как банковские депозиты, а фактически в РК депозиты населения меньше выданных населению потребительских кредитов (см. разд. 2.2), да и сама динамика чистых сбережений весьма нестабильна. В этом пункте модель явно требует совершенствования.

Уже после калибровки параметров модели по указанным 8 переменным была построена модельная оценка индекса фондового рынка KASE, который в рамках модели описывается как курс акций. Полученные результаты представлены на следующем графике (черная ли-

ния — статистика, серая — модельные расчеты). Специально отметим, что статистические данные изображены с дневным шагом.

В течение рассматриваемого периода на казахстанском фондовом рынке надувался один из самых больших пузырей в мире. Модель четко показывает два периода роста индекса: начало 2006 года и начало 2007 года. Максимальный модельный и статистический уровни совпадают достаточно точно. В 2008 году происходит обвал, который тоже описывается моделью, хотя модель дает спад в два раза меньше, чем в реальности. Тем не менее после отскока в конце 2009 года фондовый индекс KASE достигает ровно тех уровней, которые предсказывает модель. Способность модели совместно описывать динамику реального сектора, кредитно-денежной сферы и фондового рынка, насколько нам известно, в мировой практике уникальна.

5.3. Сильный магистральный эффект

Результаты прогнозных расчетов мы не приводим. В модели достаточно много экзогенных переменных, и разработка прогноза их совместного изменения представляет собой отдельную еще не решенную задачу. Главным для нас было показать работоспособность модели, и с этой точки зрения важнейшим результатом работы стало новое подтверждение наличия **сильного магистрального эффекта** [11].

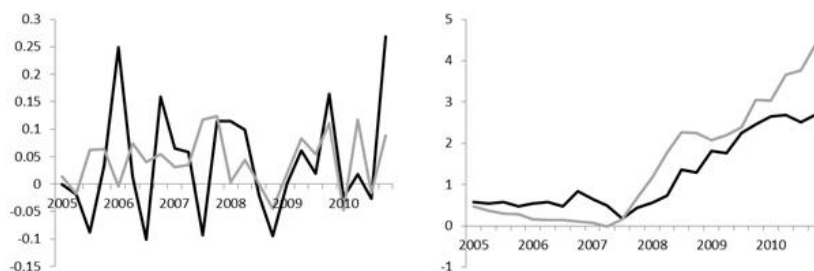


Рис. 5. Фондовый индекс KASE

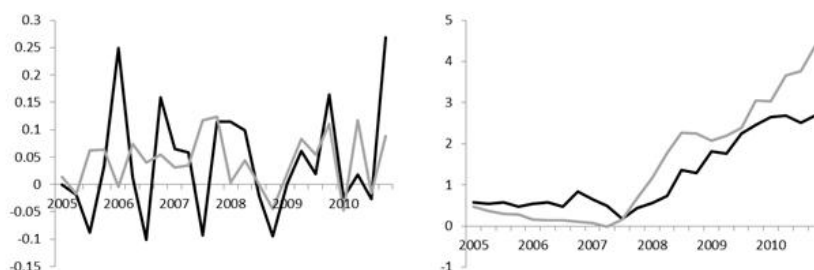


Рис. 6. Модельные значения чистых депозитов домохозяйства (млн тенге), модельные значения темпов инфляции

Хотя модель представляет собой краевую задачу и в случае общего положения изменение экзогенных переменных в будущем влияют на всю предысторию, **при идентифицированных значениях параметров** магистральное свойство оказывается выраженным так сильно, что влияние будущего на настоящее практически затухает за один шаг, и **модель фактически ведет себя как причинная динамическая система**. Это хорошо видно на рис. 6, где показана реакция расчетных траекторий на изменение притока иностранных депозитов. Серая линия – то же, что на рис. 3, а пунктирная — результат расчета в предположении увеличения иностранных депозитов в первом квартале 2010 года.

При других значениях параметров модели отклонения пунктирной линии от расчетной начинаются ранее момента (предвидение агентов).

С математической точки зрения это выражается в том, что все положительные действительные части ляпуновских показателей в результате идентификации становятся достаточно большими, так что в силу асимптотики Лапласа вклад в ограниченное решение будущих возмущений фактически сводится к вкладу их текущих значений.

С содержательной точки зрения это означает, что набор сложившихся институтов и реально используемых инструментов так «зажимает» выбор агентов, что их оптимальное решение фактически оказывается не зависящим от будущих возмущений. Представляется, что так и должна быть устроена работоспособная экономическая система. В такой системе принцип рациональных ожиданий не противоречит наблюдаемой неопределенности прогнозов. Деятельность, сильно зависящая от точности прогнозов, так или иначе элиминируется или локализуется как слишком рискованная.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов №№ 11-01-00644, 11-01-12136-офи-м-2011, 12-01-00916-а (2011-2012), 12-01-31333, 12-01-31189; при финансовой поддержке РГНФ в рамках научно-исследовательского проекта РГНФ ("Построение многопродуктовой макроэкономической модели на основе дезагрегирования финансовых балансов"), проект №11-02-00241а; ПФИ ОМН РАН №3, проект 3.14; ПФИ Президиум РАН №14, проект 109. Исследование осуществлено в рамках программы фундаментальных исследований НИУ ВШЭ в 2012 году. Расчеты выполнены на суперкомпьютере МВС-100К МСЦ РАН.

Литература

1. *Peckarski S.E., Merzlyakov S.* Макроэкономическая политика экспортоориентированной экономики (на англ. яз.). WP12 «Научные доклады лаборатории макроэкономического анализа». — М.: НИУ ВШЭ, 2011. — 32 с.
2. *Turnovsky S.J.* *Methods of Macroeconomic Dynamics.* — MIT Press Cambridge, Mass. — 2000. — 687 p.
3. *Андреев М.Ю., Врежесц В.П., Хохлов М.А., Петров А.А., Поспелов И.Г. Жукова А.А., Здановская В.С.* Опыт моделирования экономической динамики Республики Казахстан в период мирового финансового кризиса. — М.: ВЦ РАН, 2010. — 161 с.
4. *Андреев М.Ю., Пильник Н.П., Поспелов И.Г.* Моделирование деятельности современной российской банковской системы // *Экономический журнал ВШЭ.* — 2009. — Т. 13, № 2. — С. 143–171.
5. *Андреев М.Ю., Пильник Н.П., Поспелов И.Г.* Сильный магистральный эффект в модели рациональных ожиданий современной банковской системы России // *Журнал новой экономической ассоциации.* — 2009. — Т. 1, № 2. — С. 70–84.
6. *Андреев М.Ю., Поспелов И.Г., Поспелова И.И., Хохлов М.А.* Технология моделирования экономики и модель современной экономики России. — М.: МИФИ, 2007.
7. *Ашимов А.А., Султанов Б.Т., Адиллов Ж.М. [и др.]*. О применении теории параметрического регулирования для вычислимых моделей общего равновесия // *Экономика и мат. методы.* — 2010. — Вып. 3.
8. *Кондраков И.А., Поспелова Л.Я., Шананин А.А.* Обобщенный непараметрический метод. Применение к анализу товарных рынков // *Труды МФТИ.* — 2010. — Т. 2, № 3. — С. 32–45.
9. *Петров А.А., Поспелов И.Г.* Математические модели экономики России // *Вестник РАН.* — Т. 79, № 6. — 2009. — С. 492–506.
10. *Пильник Н.П., Поспелов И.Г.* О естественных терминальных условиях в моделях межвременного равновесия // *Экономический журнал ВШЭ.* — 2007. Т. 11, № 1. — С. 1–33.

11. *Поспелов И.Г.* Равновесные модели экономики в период мирового финансового кризиса // Труды МФТИ. — 2009. — Т. 1, № 4. — С. 66–83.
12. *Поспелов И.Г., Хохлов М.А.* Метод проверки размерности для исследования моделей экономической динамики // Математическое моделирование. — 2006. — Т. 18, № 10. — С. 113–122.
13. Сайт Агентства Республики Казахстан по статистике.
http://www.stat.kz/vs_scheta/int_scheta/Pages/default.aspx
14. Сайт Национального Банка Республики Казахстан.
<http://www.nationalbank.kz/?switch=rus>
15. *Форрестер Дж.* Мировая динамика. — М.: Наука, 1979. — 167 с.

Поступила в редакцию 31.12.2012