

Семинар №10

Сверхпроводники

Кубышкин А.В. - апрель 2021

Свойства классических сверхпроводников: феноменология

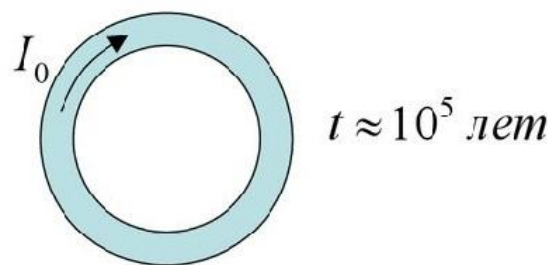
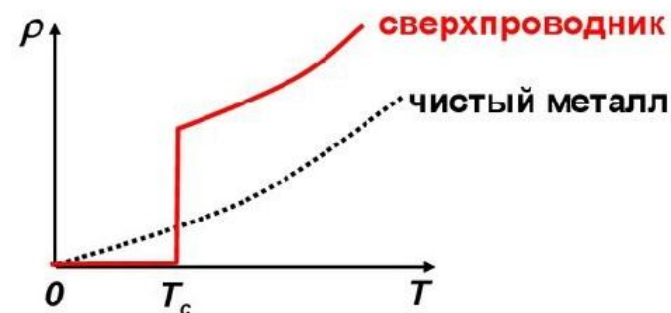
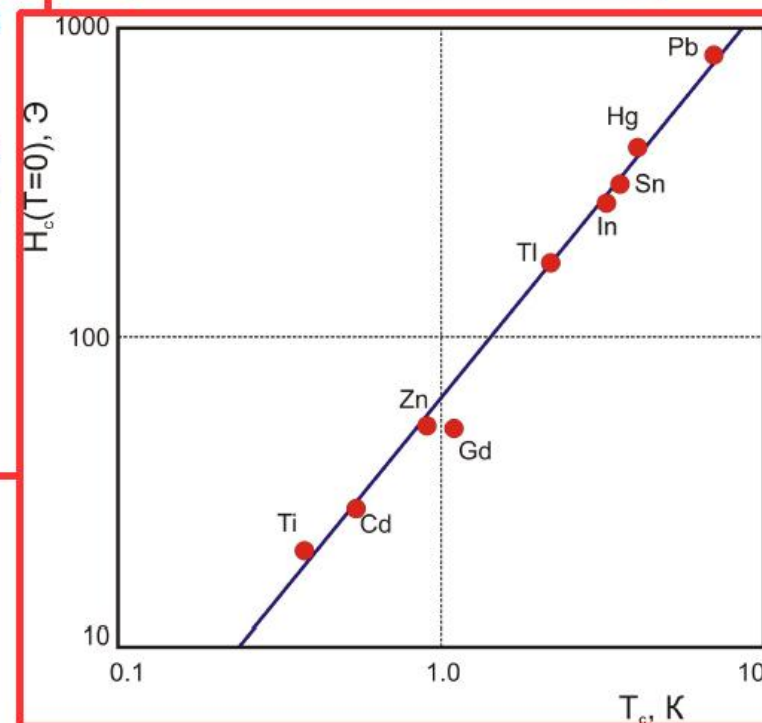
Открыта в 1911 г.
Камерлинг-
Оннесом на

Hg ($T_c = 4,15$ К)

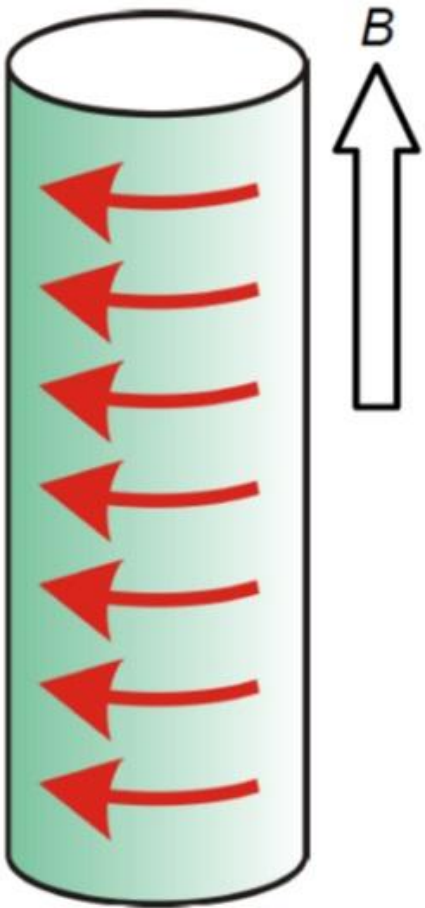
Свинец	7,2 К
Тантал	4,5 К
Олово	3,7 К
Алюминий	1,2 К
Цинк	0,88 К
Вольфрам	0,012К

- Падение сопротивления до нуля при некоторой температуре (в чистых металлах $T_c \sim 1$ К)
- Критическая температура зависит от приложенного магнитного поля
- Магнитное поле разрушает сверхпроводящее состояние, для чистых металлов $H_{c0} \sim 100$ Э...1 кЭ
- В малых полях сверхпроводники проявляют эффект Мейснера: являются идеальным диамагнетиком

$$H_c(T) = H_{c0} \left(1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right)$$



Лондоновская длина как масштаб экспоненциального убывания магнитного поля в сверхпроводнике



$$\text{rot } \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}_s$$

$$W_{\text{кин}} = n_s \frac{m V_s^2}{2} = \frac{m}{2e^2 n_s} j_s^2$$

$$W_{\text{кин}} = \frac{\lambda^2}{8\pi} (\text{rot } \vec{H})^2$$

$$\lambda^2 = \frac{mc^2}{4\pi n_s e^2}$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{mc^2}{4\pi n_s e^2}} \sim \sqrt{\frac{mc^2}{Ry}} \frac{1}{\sqrt{n_s a_0}} \sim 10^{-5} \text{ см} = 100 \text{ нм}$$

Аналог закона Ома

$$\vec{j}_s = -nq \vec{V}_s = -\frac{c}{4\pi\lambda^2} \vec{A}$$

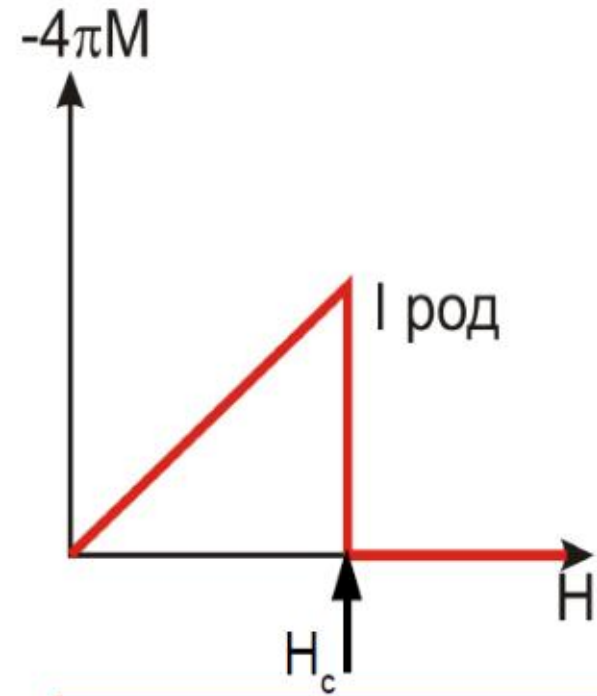
2-е уравнение Лондонов и его применение в 1D

$$\vec{H} + \lambda^2 \text{rot rot } \vec{H} = 0$$

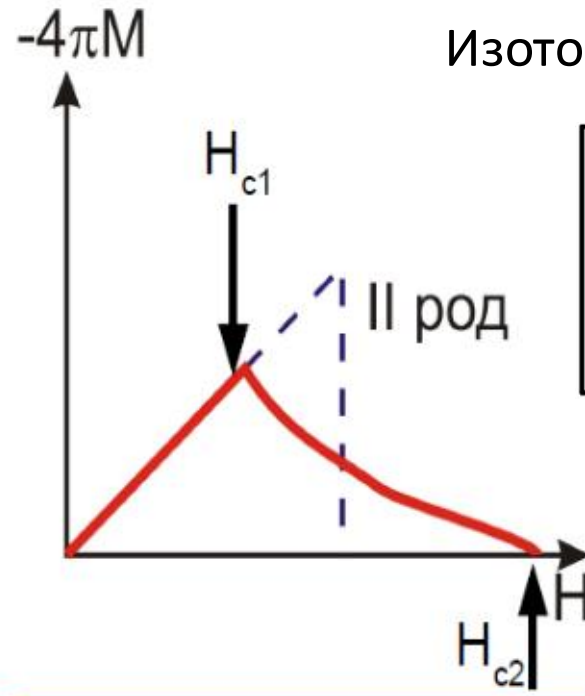
OZ: $H_z - \lambda^2 \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = 0$

$$H_z(x) = H_z(0) e^{-x/\lambda}$$

Сверхпроводники 1 и 2 рода. Модель БКШ

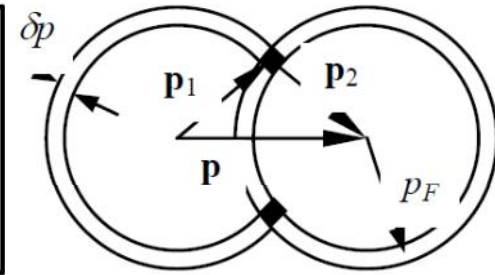
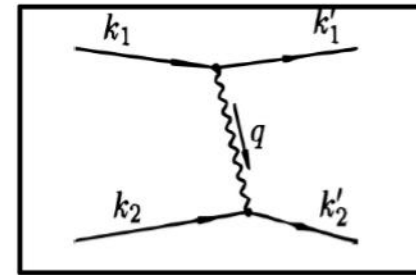


чистые металлы
 $H_c \sim 100 \text{ Э... } 1 \text{ кЭ}$

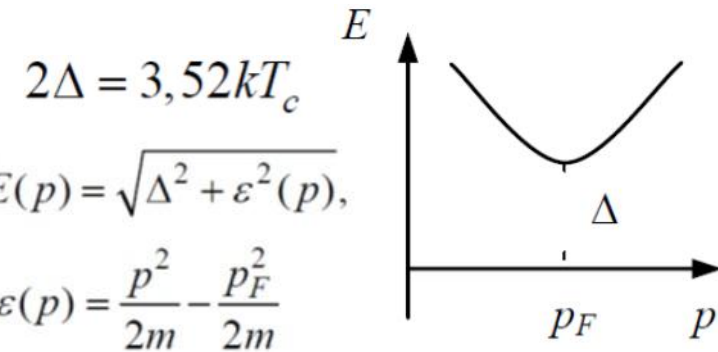


сплавы
 $H_{c1} \sim 100 \text{ Э... } 1 \text{ кЭ}$
 H_{c2} до 200-300 кЭ

Изотопический эффект $kT_c \sim \hbar\omega_D \sim 1/\sqrt{M}$



$$\delta p \sim \frac{m\hbar\omega_D}{p_F} = p_F \frac{\hbar\omega_D}{2E_F} \ll p_F$$



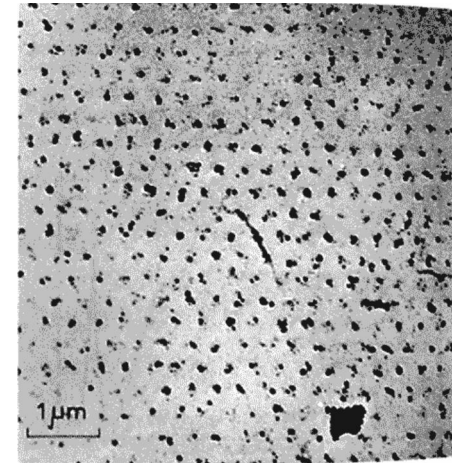
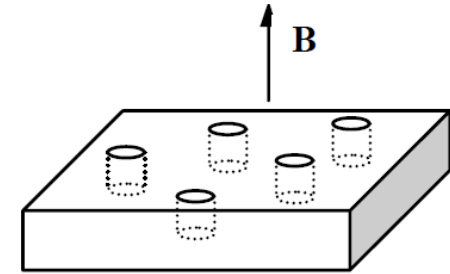
$$2\Delta = 3,52kT_c$$

$$E(p) = \sqrt{\Delta^2 + \varepsilon^2(p)},$$

$$\varepsilon(p) = \frac{p^2}{2m} - \frac{p_F^2}{2m}$$

Длина когерентности $\xi \sim \hbar v_F / \Delta$

Полезные геометрические соотношения и оценки



Квант магнитного потока $\Phi_0 = ch/q = ch/2e = 2,07 \cdot 10^{-7} \text{ Гс} \cdot \text{см}^2$

Оценки критических полей: $H_{c1} \sim \Phi_0 / \pi \Lambda^2$ и $H_{c2} \sim \Phi_0 / \pi \xi^2$

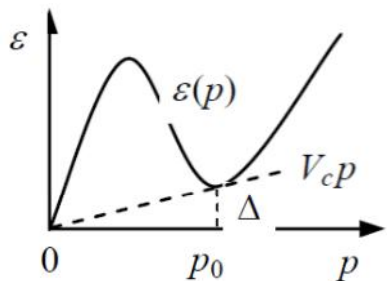
Расстояние между вихрями Абрикосова $d \sim \sqrt{\Phi_0 / B}$

Температурная зависимость основных характеристик сверхпроводника

$$\Lambda(T) \approx \sqrt{\frac{\Phi_0}{\pi H_{c1}(T)}} \approx \frac{\Lambda(0)}{\sqrt{1-T^2/T_c^2}} \quad \xi(T) \approx \sqrt{\frac{\Phi_0}{\pi H_{c2}(T)}} \approx \frac{\xi(0)}{\sqrt{1-T^2/T_c^2}} \quad n_s \approx n_s(0) \left(1 - T^2/T_c^2\right) \quad \Delta(T) \approx \Delta(0) \sqrt{1 - T^2/T_c^2}$$

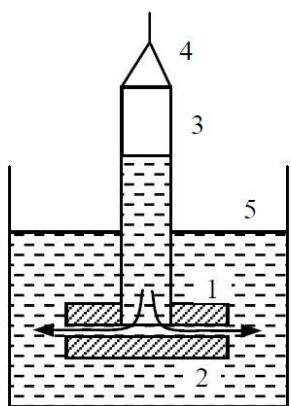
Рекомендуемые вопросы по выбору

1) Сверхтекучесть жидкого гелия. Критерий Ландау

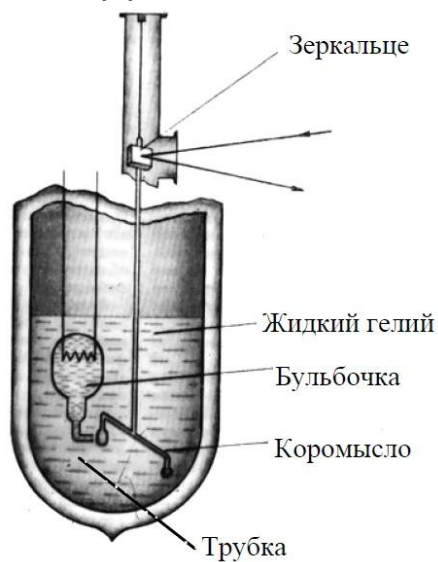


$$V \geq V_c = \min(\varepsilon(p)/p)$$

2) Двухжидкостная модель сверхтекучести. Эксперименты Капицы с жидким гелием

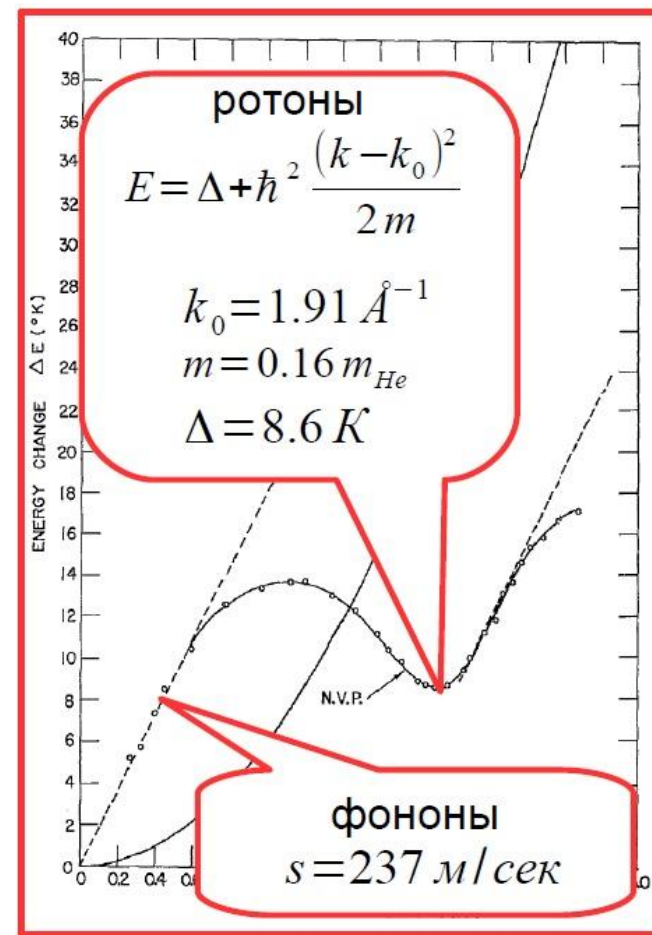


1 и 2 — кварцевые пластины, 3 — трубка с гелием, 4 — подвес, 5 — сосуд с гелием

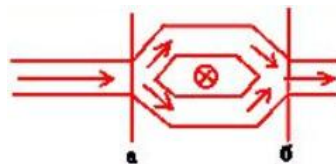


$$\rho = \rho_n + \rho_s$$

$$\vec{j} = \rho_n \vec{v}_n + \rho_s \vec{v}_s$$



3) Эффект Ааронова-Бома



$$\varphi_{AB} = \frac{1}{\hbar} \int_{(A)}^{(B)} \mathbf{p} d\mathbf{r} = \varphi_{AB}^{(0)} + \frac{e}{c\hbar} \int_{(A)}^{(B)} \mathbf{A} d\mathbf{r}$$