

# Заключение по содержанию диссертации

Белов Алексей Яковлевич

(Ф.И.О. члена диссертационного совета)

Хузиева Алина Эдуардовна

(Ф.И.О. соискателя ученой степени)

диссертация “Задачи о раскрасках разреженных гиперграфов”,

представленная на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук по специальности

01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика

(Название диссертации, ученая степень, на которую представлена диссертация, специальность)

Дата защиты 05.12.2019

Оценка соответствия диссертации требованиям Положения о присуждении ученых степеней кандидата наук, доктора наук в МФТИ (далее - Положение):

## 1. Актуальность тематики диссертации:

Диссертационная работа посвящена некоторым широко известным задачам о раскрасках гиперграфов.

В частности, в первой главе автором рассматривается проблема, поставленная в 70-ых годах П. Эрдешем и Л. Ловасом – отыскание экстремальной величины  $m(n,r,s)$  – минимального числа ребер в  $n$ -однородном гиперграфе с большим обхватом и большим хроматическим числом. В течение последующих десятилетий до нашего времени в данной задаче различные результаты были получены такими учеными, как А. В. Косточка, В. Рёдль, Д. Мумбаи, П. Тетали, Я.Козик, Д. А. Шабанов и др. Однако, в случае нетривиального обхвата ( $s > 2$ ) единственной интересной нижней оценкой  $m(n,r,s)$  являлась лишь оценка А.В. Косточки и М. Кумбхата, но даже она не была оптимальной. Зазор между существующей нижней оценкой, полученной Косточкой и Рёдлем, и оценкой Косточки и Кумбхата слишком велик при больших  $n$ . В первой главе диссертации автор улучшает оценку Косточки и Кумбхата для гиперграфов с обхватом больше 5, тем самым минимизируя разницу между верхней и нижней оценкой данной величины.

Во второй главе автор исследует задачи об онлайн предписанном хроматическом числе. Рассматривается связь данной задачи с задачей о свойстве  $B$  (задача о нахождении  $m(n)$  – минимального числа ребер такого, что гиперграф не является 2-раскрашиваемым). Онлайн аналоги задачи о свойстве  $B$  были представлены Дж. Асламом и А. Дагатом и представляют собой некую игру, зависящую от таких параметров гиперграфа как мощность и число ребер и имеющую двух игроков (Lister и Painter). Как следует из английского названия, Painter выигрывает в данной игре, если сумеет нужным образом раскрасить гиперграф. Используя данную

терминологию, Аслам и Дагат описали выигрышную стратегию игрока Lister и получили нижнюю оценку на онлайн аналог величины  $m(n)$ . Автор диссертации рассматривает некоторое расширение игры, предложенной Дагатом и Асламом и описывает в ней выигрышную стратегию игрока Lister, что позволяет в конечном итоге получить новую оценку - асимптотику онлайн предписанного хроматического числа полного  $g$ -дольного  $k$ -однородного гиперграфа  $H(m,r,k)$ .

В третьей главе автор переходит к сбалансированным раскраскам в гиперграфах и посвящает свое внимание задаче об асимптотическом поведении сильного хроматического числа случайных гиперграфов. Так как в случае графов понятие сильного хроматического числа совпадает с понятием хроматического числа обыкновенного, то можно считать, что начало изучению сильного хроматического числа положил такой классик теории графов, как П. Эрдеш. Асимптотическому поведению хроматического числа посвящены многие работы видных математиков, квинтэссенцией которых оказалось понимание того, что в случае разреженных графов и гиперграфов, хроматическое число и сильное хроматическое число ограничены, а значит можно получать достаточно точные оценки, связанные с пороговой вероятностью  $g$ -раскрашиваемости. Для сильного хроматического числа в разреженном случае существовала только одна содержательная оценка, полученная А. Е. Балобановым и Д. А. Шабановым для гиперграфа  $H(n,k,p)$  в частном случае  $k = 3$ . Автор, рассматривая в своей диссертационной работе случай  $k = 4$  и получая нижнюю оценку пороговой вероятности для сильной  $g$ -раскрашиваемости случайного гиперграфа  $H(n,k,p)$ , приближает научное сообщество к открытию асимптотики сильного хроматического числа для любого  $k$ .

**2. Научная новизна выносимых на защиту результатов:**

Все результаты данной работы являются новыми и получены автором самостоятельно.

**3. Теоретическая и практическая значимость диссертационной работы:**

Работа носит теоретический характер. Автор улучшает оценки ведущих ученых для величины  $m(n,r,s)$ , используя нетривиальные методы случайной перекраски и вероятностного анализа. Автором так же получен интересный результат в задаче о пороговой вероятности для сильной  $g$ -раскрашиваемости случайного гиперграфа  $H(n,k,p)$  в разреженном случае.

Таким образом можно заключить, что в данной диссертационной работе не только произведено продвижение в области классических задач, но и добавлены кирпичики в фундамент только начинающих развиваться задач.

**4. Полнота опубликования основных результатов диссертации в рецензируемых научных изданиях в соответствии с требованиями Положения:**

Результаты диссертации опубликованы в 4 работах, 2 работы опубликованы в журналах, входящих в перечень ВАК, и 2 работы опубликованы в журналах, индексируемых системой Scopus и Web of Science. Результаты так же докладывались на профильных конференциях.

**5. Вопросы и замечания (в соответствии с п. 4.13 Положения соискатель отвечает на сформулированные здесь вопросы и замечания на заседании по защите диссертации):**



**6. Общая характеристика диссертации (не включает резолютивную часть):**

Диссертация Хузиевой А.Э., посвященная раскраскам гиперграфов в разреженном случае, является законченным исследованием и содержит ряд сильных результатов. В работе продемонстрировано владение различными методами исследования, а тематика диссертации полностью соответствует выбранной специальности 01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика. Диссертация полностью соответствует всем пунктам Положения о присуждении ученых степеней кандидата и доктора наук МФТИ.

Дата \_\_\_\_\_

Подпись А. Белов / Белов Алексей Яковлевич

ЗАВЕРЯЮ  
УЧЕНЫЙ СЕКРЕТАРЬ  
МФТИ  
Ю. И. СКАЛЬКО

