

Задачи для подготовки к экзамену по механике по курсу “Модели и концепции физики”

1. При подаче теннисист бьет ракеткой по мячу. С какой скоростью отлетит мяч, если скорость ракетки перед ударом 100 км/ч? Мяч считать первоначально неподвижным, а удар упругим. Масса ракетки много больше массы мяча.

Ответ: 200 км/ч.

2. Верёвка обвита вокруг столба 2 раза. Один конец верёвки натянут с силой $F_0 = 10$ кН. Какую силу надо приложить к другому концу, чтобы она не проскальзывала при натяжении? Коэффициент трения верёвки о столб $\mu = 1/\pi$.

Ответ: $F = F_0 e^{-4} = 183$ Н.

3. На дне маленькой запаянной пробирки, подвешенной над столом на нити, сидит муха, масса которой равна массе пробирки, а расстояние от дна пробирки до стола равно длине пробирки L . Нить пережигают, и за время падения пробирки муха перелетает со дна в самый верхний конец пробирки. Через какое время нижний конец пробирки стукнется о стол?

Ответ: $t = \sqrt{L/g}$.

4. Космический корабль летит с постоянной скоростью в облаке неподвижных микрометеоритов, которые испытывают с ним абсолютно неупругие столкновения. Во сколько раз нужно увеличить силу тяги двигателя, чтобы скорость корабля увеличить в два раза?

Ответ: в 4 раза.

5. Свободно летящее тело попадает в среду, где на него действует сила сопротивления, пропорциональная скорости. К моменту, когда его скорость уменьшилась вдвое, тело прошло путь 6 м. Какой путь пройдет тело с этого момента до остановки? Силу тяжести не учитывать.

Ответ: 6 м.

6. С летящего горизонтально самолёта без толчка отделяется груз. Как далеко от места сбрасывания (по горизонтали) может оказаться груз на земле, если сила сопротивления пропорциональна скорости $\vec{F} = -\beta \vec{v}$?

Ответ: $S = mv_0/\beta (1 - e^{-\beta t/m})$; $S_{\max} = mv_0/\beta$.

7. Ракета массой 3 т поднимается вертикально вверх с ускорением $5,6$ м/с², находясь на высоте 1600 км над Землей. Какая масса газов выбрасывается из сопла ракеты в секунду? Скорость газов относительно ракеты 1800 м/с. Радиус Земли 6400 км.

Ответ: 20 кг/с.

8. Человек поддерживается в воздухе на постоянной высоте с помощью небольшого реактивного двигателя за спиной. Двигатель выбрасывает струю газов вертикально вниз со скоростью относительно человека $u = 1000$ м/с. Расход топлива автоматически поддерживается таким, чтобы в любой момент, пока работает двигатель, реактивная сила уравновешивала вес человека с грузом. Сколько времени человек может продержаться на постоянной высоте, если его масса $m_1 = 70$ кг, масса двигателя без топлива $m_2 = 10$ кг, начальная масса топлива $m_0 = 20$ кг?

Ответ: $t = u/g \ln(1 + m_0/(m_1 + m_2)) = 22$ с.

9. Как выгоднее развернуть космический корабль в свободном пространстве: сначала затормозить, а затем разогнать его до прежней скорости в противоположном направлении или повернуть, заставив двигаться корабль по дуге, сообщая ускорение в поперечном направлении?

Ответ: в первом случае конечная масса $m_1 = m_0 e^{-2v/u}$; во втором $m_2 = m_0 e^{-\pi v/u} \Rightarrow m_1 > m_2 \Rightarrow$ выгоднее затормозить и разогнать.

10. Гладкий клин стоит на гладком горизонтальном столе. На какую высоту от поверхности стола поднимется маленький брусок, наезжающий на клин со скоростью 2 м/с? Масса клина 8 кг, масса бруска 2 кг. Считать, что брусок заезжает на клин плавно, без удара.

Ответ: 16 см.

11. На концах и в середине невесомого стержня длины $\ell = 1,5$ м расположены одинаковые шарики. Стержень ставят вертикально и отпускают. Считая, что трение между плоскостью и нижним шариком отсутствует, определить скорость верхнего шарика в момент удара о горизонтальную плоскость.

Ответ: $v = 2\sqrt{3g\ell/5} = 6$ м/с.

12. В баллистический маятник, используемый для определения скорости пули, врезается пуля массы $m = 1$ г и застревает в нём. Какая доля кинетической энергии пули переходит в тепло, если масса маятника $M = 1$ кг?
Ответ: $\eta = \Delta K/K = 99,9\%$.

13. Определить импульс отдачи ядра ^{57}Fe при излучении γ -кванта с энергией 14,4 кэВ.
Ответ: $p = 7,7 \cdot 10^{-19}$ г·см/с.

14. Определите долю энергии α , теряемую протоном при упругом рассеянии на угол 180° на покоящемся протоне, дейтроне, ядре гелия, ядре углерода.
Ответ: $\alpha = 4A/(1+A)^2 = 1; 0,89; 0,64; 0,284$.

15. Может ли произойти ионизация атома цезия ^{133}Cs ударом атома кислорода ^{16}O с кинетической энергией $K_0 = 4$ эВ? Энергия ионизации $E_i = 3,9$ эВ.
Ответ: нет, не может.

16. Частица с энергией покоя $m_1 c^2 = 2$ МэВ и кинетической энергией $E_k = 3$ МэВ абсолютно неупруго сталкивается с неподвижной частицей с массой покоя $m_2 c^2 = 4$ МэВ. Определите массу покоя образовавшейся частицы.
Ответ: 7,75 МэВ.

17. Навстречу ракете, движущейся со скоростью 0,8 с, летит метеороид со скоростью 0,7 с. Какова скорость метеороида относительно ракеты? Через какое время (по лабораторным часам) они встретятся, если расстояние между ними 1 световая секунда?
Ответ: 0,96 с, 0,67 сек.

18. Мюон, движущийся со скоростью $v = 0,99$ с, пролетел от места рождения до точки распада путь $L = 3$ км. Определить: 1) собственное время жизни мюона; 2) расстояние, которое пролетел мюон с его точки зрения.
Ответ: 1) $\tau_0 = L/(v\sqrt{1-\beta^2}) = 1,4$ мкс ; 2) $L' = v\tau_0 = 420$ м.

19. Частица массы m в момент $t = 0$ начинает разгоняться под действием постоянной силы F . Найти скорость частицы и пройденный путь в зависимости от времени t .
Ответ: $v = c/\sqrt{1+(mc/Ft)^2}$, $s = (\sqrt{1+(mc/Ft)^2} - 1)mc^2/F$.

20. Покажите, что равномерно движущийся свободный электрон не может ни излучить, ни поглотить фотон.
Ответ:

21. Найдите пороговую энергию реакции $p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p}$ рождения протон-антипротонной пары при столкновении протона с покоящимся протоном.
Ответ: $E_{\text{порог}} = 6m_p c^2 = 5,6$ ГэВ.

22. На покоящемся однородном горизонтальном диске массы m_1 и радиуса R стоит человек массы m_2 . Диск может вращаться без трения вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр. С какой угловой скоростью начнет вращаться диск, если человек пойдет по окружности радиуса r вокруг оси диска со скоростью u относительно него?
Ответ: $\omega = m_2 u r / (0,5m_1 R^2 + m_2 r^2)$.

23. К гладкой стене приставлена лестница. С целью прикрепить потолочный плинтус по лестнице начинает подниматься студент. На какую высоту он успеет подняться к моменту, когда лестница начнет скользить по полу? Угол наклона лестницы к горизонту $\alpha = 60^\circ$, коэффициент трения между лестницей и полом $\mu = 0,2$, длина лестницы $L = 2$ м, массой лестницы пренебречь.
Ответ: $S = \mu L \sin^2 \alpha / \cos \alpha = 0,6$ м.

24. Сколько времени будет падать Земля на Солнце, если вдруг Земля остановится в своём орбитальном движении?
Ответ: $\tau = T_0/(4\sqrt{2}) \approx 2$ месяца.

25. Тело подбросили с Северного полюса Земли вертикально вверх с первой космической скоростью. На какую максимальную высоту оно поднимется и через какое время вернётся на Землю?
Ответ: $h = R_3$; $t = T_I(1/\pi + 1/2) \approx 69$ мин, T_I — период обращения спутника на околоземной орбите.

26. Чему равно максимальное прицельное расстояние удалённого от Земли метеороида с начальной скоростью v_∞ ? (Прицельное расстояние — плечо начального импульса метеороида относительно центра Земли).
Ответ: $b = R \sqrt{1 + v_{II}^2/v_\infty^2}$.

27. Дни летнего и зимнего солнцестояния (22 июня и 22 декабря) делят год пополам, а летний период между днями весеннего и осеннего равноденствия (с 21 марта по 23 сентября) продолжительнее зимнего на 7 дней. Считая, что орбита Земли не сильно отличается от окружности радиусом $R = 150$ млн.км. выясните: 1) когда расстояние от Земли до Солнца наибольшее и когда наименьшее? 2) чему равно относительное изменение (в %) расстояния от Земли до Солнца.

Ответ: 1) летом 22.06 Земля от Солнца дальше чем зимой 22.12

2) $\varepsilon = \Delta R/R = 2F/R = \pi(T_S - T_W)/2T = 3\%$.

28. Внутри однородного шара плотности ρ имеется сферическая полость, центр которой находится на расстоянии r_0 от центра шара. Найдите напряжённость g поля тяготения внутри полости.

Ответ: $g = \frac{4}{3}\pi G\rho r_0$.

29. Спутник движется вокруг Земли по круговой орбите радиусом $R = 2R_З$. В результате кратковременного действия тормозного двигателя скорость спутника уменьшилась настолько, что он стал двигаться по эллиптической орбите, касающейся поверхности Земли. Через какое время после этого спутник приземлится?

Ответ: $\tau \approx 1,3$ часа.

30. Каков будет период колебаний математического маятника длины L в вагоне, движущемся с ускорением a ?

Ответ: $T = T_0/\sqrt{1 + a^2/g^2}$, $T_0 = 2\pi\sqrt{L/g}$.

31. Пренебрегая сопротивлением воздуха, рассчитайте в каком направлении и на сколько отклонится от вертикали тело, упавшее с Останкинской телевышки высотой $h = 500$ м.

Ответ: $s_{\text{вост}} = 2/3 \cos \varphi \omega h \sqrt{2h/g} \approx 14$ см.

32. На сколько различается вес тела на широте 60° и на экваторе? Землю считайте шаром.

Ответ: $\Delta p/p = 0,15\%$.

33. Горизонтально расположенную трубку длиной $L = 2$ м начинают вращать вокруг горизонтальной оси, проходящей через один из её концов, с постоянной угловой скоростью $\omega = 1$ рад/с. В середине трубки до начала вращения находился шарик. С какой скоростью v он из неё вылетит?

Ответ: $v = \frac{\sqrt{7}}{2}\omega L = 2,65$ м/с.

34. Каким должен быть радиус поворота реки, чтобы левый и правый её берега размывались с одинаковой интенсивностью? Река течёт в средних широтах ($\varphi \approx 60^\circ$) преимущественно в северном (или южном) направлении со скоростью 1 м/с.

Ответ: $r \approx 8$ км.

35. Под действием каких сил Солнце вращается вокруг Земли по радиусу $r = 150$ млн. км, совершая полный оборот за одни земные сутки? Напишите уравнение суточного движения Солнца вокруг Земли.

Ответ:

36. Самолет при скорости $u = 300$ км/ч делает поворот радиуса $R = 100$ м. Пропеллер с моментом инерции $I = 7$ кг·м² делает $N = 1000$ об/мин. Чему равен момент гироскопических сил, действующих на вал со стороны пропеллера?

Ответ: $M = 2\pi I N u/R = 610$ Н·м².

37. Однородный сплошной цилиндр радиуса $R = 10$ см раскрутили вокруг его оси до угловой скорости $\omega_0 = 10$ рад/с и поместили в угол между полом и вертикальной стеной. Коэффициент трения между цилиндром и стенками равен $\mu = 0,2$. Сколько времени будет вращаться цилиндр?

Ответ: $t = \omega_0 R(1 + \mu^2)/(2\mu(1 + \mu)g) = 2,2$ с.

38. За какое время однородный шар скатывается без проскальзывания с наклонной плоскости с углом наклона к горизонту $\alpha = 30^\circ$ и высотой $h = 1$ м? При каком коэффициенте трения шар будет скатываться без проскальзывания?

Ответ: $\mu > 2/7 \operatorname{tg} \alpha = 0,16$.

39. Какую скорость приобретает баскетбольный мяч при скатывании без проскальзывания с наклонной плоскости, высотой $h = 0,5$ м? Начальная скорость $v_0 = 0$. Сравнить найденную скорость со скоростью бруска, соскальзывающего с плоскости без трения.

Ответ: $v = 2,4$ м/с; $3,1$ м/с.

40. Фабричная труба высотой h треснула у основания и обвалилась. С какой скоростью v вершина трубы ударится о землю. Сравнить полученную скорость со скоростью тела v_0 , упавшего с высоты h .

Ответ: $v = \sqrt{3gh}$.

41. Однородный стержень, падающий в горизонтальном положении с высоты h , упруго одним концом ударился о край массивной плиты. Найти скорость центра стержня сразу после удара.

Ответ: $v = \sqrt{gh/2}$.

42. Цилиндр, катящийся по горизонтальному полу без проскальзывания со скоростью $v = 1$ м/с, после абсолютно упругого столкновения с вертикальной стеной останавливается на расстоянии $S = 0,5$ м от стены. Полый или сплошной был цилиндр? Каков коэффициент трения скольжения цилиндра о пол?

Ответ: цилиндр тонкостенный, $\mu = v^2/(2gS) = 0,1$.

43. Обруч радиусом R бросают вперёд со скоростью v_0 и сообщают ему одновременно угловую скорость ω_0 . Определить минимальное значение угловой скорости ω_{\min} , при которой обруч после движения с проскальзыванием покатится назад. Найти значение конечной скорости v , если $\omega_0 > \omega_{\min}$.

Ответ: $v = (v_0 - \omega_0 R)/2$, $\omega_{\min} = v_0/R$.

44. На гладкой горизонтальной поверхности находятся два бруска массами m_1 и m_2 , связанные пружиной жесткостью k . Определите период колебаний системы.

Ответ: $T = 2m_1 m_2 / (k(m_1 + m_2))$.

45. Во сколько раз изменится период колебаний математического маятника, если длинную невесомую нить, на которой подвешен небольшой шарик, заменить тонким стержнем, длина которого равна длине нити, а масса равна массе шарика?

Ответ: $T/T_0 = 2\sqrt{2}/3$.

46. В какой точке следует подвесить однородный стержень, чтобы частота его колебаний как физического маятника была максимальной? Чему равна эта частота?

Ответ: расстояние от точки подвеса до центра стержня $a_{\max} = \sqrt{3}/2 L$;
 $\omega_{\max} = (\sqrt{3}g/L)^{1/2}$.

47. Период колебаний грузика на первой пружине $T_1 = 3$ с, на второй — $T_2 = 4$ с. Каков период колебаний этого же грузика, подвешенного на последовательно соединённых первой и второй пружинках?

Ответ: $T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} = 5$ с.

48. Сколько времени займёт свободный полёт тела по гипотетическому трансконтинентальному тоннелю, прорытому по диаметру (или хорде) Земли? Сравните это время с периодом обращения спутника по околоземной орбите. Землю считайте однородным шаром.

Ответ: $\tau = T_I/2 = 42$ мин.

49. Во сколько раз изменится период колебаний крутильного маятника, если его разместить на скамье Жуковского так, чтобы оси вращения маятника и скамьи совпадали. Момент инерции маятника I_0 в три раза больше момента инерции скамьи I .

Ответ: $T/T_0 = 1/\sqrt{1 + I_0/I}$.

50. Энергия затухающих колебаний маятника за $t = 100$ с уменьшилась в $N = 100$ раз. Определить коэффициент сопротивления среды, если масса маятника $m = 100$ г.

Ответ: $\beta = m \ln N/t = 4,6$ г/с.

51. Как следует изменить натяжение струны, чтобы она давала тон в три раза более низкий?

Ответ: уменьшить в 9 раз.

52. Предел прочности на сжатие бетона $\sigma = 6 \cdot 10^7$ Н/м². Какой максимальной высоты здание можно построить из бетона при шестикратном запасе прочности? Плотность бетона $\rho = 2,2 \cdot 10^3$ кг/м³. Оцените предел прочности горных пород на Земле.

Ответ: 460 м.

53. Резиновый шнур длиной $L = 1$ м подвесили за один конец к потолку. Модуль Юнга резины $E = 1,5 \cdot 10^6$ Па, коэффициент Пуассона $\mu = 0,49$, плотность $\rho = 1,1$ г/см³. Найти: 1) удлинение шнура под действием собственного веса; 2) относительное изменение объёма.

Ответ: 1) $\Delta L = \rho g L^2 / (2E) \approx 7$ мм; 2) $\Delta V/V = (1 - 2\mu)\Delta L/L = 0,014\%$.

54. Брусок из материала с модулем Юнга E и коэффициентом Пуассона μ подвергли всестороннему сжатию внешним давлением p . Найти: 1) относительное изменение объёма; 2) плотность энергии, запасённой в кубе.
Ответ: 1) $\Delta V/V = -3(1 - 2\mu)p/E$; 2) $w = (1 - 2\mu)p^2/E$.

55. Определите максимальное давление, которое может произвести вода при замерзании. Плотность льда $\rho = 0,9 \text{ г/см}^3$, модуль Юнга $E = 0,28 \text{ Мбар}$, коэффициент Пуассона $\mu = 0,3$.
Ответ: $P \sim 20 \text{ кбар}$.

56. Два одинаковых тонких стальных бруска длиной $L = 10 \text{ см}$ ($\rho = 7,8 \text{ г/см}^3$; $E = 2 \text{ Мбар}$) сталкиваются торцами. Рассматривая упругие волны, определить время соударения брусков. При каких скоростях бруски начнут пластически деформироваться, если стальная проволока сечением 1 мм^2 начинает течь при нагрузке в 20 кг ?

Ответ: $\tau = 2L/v_{зв} \approx 40 \text{ мкс}$; $v = v_{зв}T_{пр}/E \approx 5 \text{ м/с}$.

57. Цилиндрический сосуд высотой $h = 20 \text{ см}$ с площадью основания $S = 10 \text{ см}^2$ наполнен водой. Через сколько времени вся вода выльется из сосуда через маленькое отверстие, площадью $s = 1 \text{ мм}^2$?

Ответ: $t = S/s\sqrt{2h/g} = 3 \text{ мин } 20 \text{ с}$.

58. Цилиндрический сосуд с водой вращают вокруг его вертикальной оси с угловой скоростью ω . Найти: 1) форму свободной поверхности; 2) распределение давления воды на дне сосуда вдоль его радиуса.

Ответ: 1) параболоид вращения $z = \omega^2 r^2 / (2g)$; 2) $p = p(0) + \rho\omega^2 r^2 / 2$.

59. Несжимаемая вязкая жидкость течёт широким потоком со скоростью u . На пути потока ставится длинная тонкая труба. Ось трубы ориентирована точно вдоль вектора скорости потока. На входе в трубу скорость жидкости одинакова по сечению трубы. Какова будет максимальная скорость жидкости на выходе из трубы?

Ответ: $v_{\max} = 2u$.

60. С какой силой давит медсестра на поршень шприца диаметром $D = 15 \text{ мм}$, если 5 мл лекарства вводится пациенту в течение пяти секунд? Считайте, что игла шприца представляет собой трубку с внутренним диаметром $d = 2r = 0,5 \text{ мм}$ и длиной $L = 35 \text{ мм}$.

Ответ: $F \approx 4 \text{ Н} = 0,4 \text{ кгс}$.