

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»

УТВЕРЖДЕНО
Проректор по учебной работе
и довузовской подготовке
А. А. Воронов
25 июня 2019 г.

ПРОГРАММА

по дисциплине: Диаграммные методы в физике твердого тела
по направлению подготовки:

03.04.01 «Прикладная математика и физика»
факультет: все факультеты, кроме ФИВТ
кафедра теоретической физики
курс: 1 (магистратура)
семестр: 1

Трудоемкость:

теор. курс: вариативная часть – 3 зачет. ед.

лекции – 30 часов

Экзамен – 1 семестр

практические (семинарские)

занятия – 30 часов

Курсовые и контрольные работы – 4

ВСЕГО АУДИТОРНЫХ ЧАСОВ – 60

Самостоятельная работа
– 45 часов

Программу и задание составил д.ф.-м.н., проф.

Р. О. Зайцев

Программа принята на заседании

кафедры теоретической физики

25 июня 2019 года

Заведующий кафедрой

Ю. М. Белоусов

ДИАГРАММНЫЕ МЕТОДЫ В ФИЗИКЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА

1. Термодинамическая теория возмущений

Представление Мацубары. Температурные функции Грина. Диаграммная техника для ферми- и бозе-операторов. Диаграммная техника для неравновесных процессов.

2. Уравнения Горькова

Система основных уравнений при конечной температуре. Уравнения при наличии внешнего магнитного поля. Термодинамика сверхпроводящего состояния. Сверхпроводник в слабом магнитном поле. Дифференциальные уравнения сверхпроводимости вблизи температуры сверхпроводящего перехода (уравнения ГЛАГ).

3. Теория сильно скоррелированных электронов

Атомное представление. Диаграммная техника для спиновых операторов и операторов Хаббарда. Электронная структура оксидов переходных металлов.

4. Высокотемпературная сверхпроводимость

Аномальный изотопический эффект. Отклонения от теории БКШ. Сверхпроводимость в модели Хаббарда.

5. Ферромагнетизм металлов

Энергетическая структура элементов переходных групп. Теория Стонера. Уравнения самосогласованного поля в однопетлевом приближении. Критерий ферромагнетизма для бесконечной энергии Хаббарда. Теория ферромагнетизма железа и кобальта.

ФЛУКТУАЦИОННАЯ ТЕОРИЯ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ II РОДА

6. Фазовые переходы. Теория Ландау

Ферро- и антиферромагнетизм. Сегнетоэлектрики. Сверхпроводимость. Переход жидкого гелия в сверхтекучее состояние. Переходы металл-диэлектрик. Теория самосогласованного поля.

7. Термодинамика сильно флуктуирующих систем

Теория Орнштейна–Цернике. Критические индексы. Точно решаемые одномерные и двумерные модели.

8. Фазовый переход в пространстве 4-х измерений

Фазовый переход в четырехмерном пространстве Эвклида. Уравнения Судакова в четырехмерном пространстве. Гипотеза универсальности и гипотеза Вильсона. Вычисление критических индексов в трехмерном пространстве.

ДИАГРАММНАЯ ТЕХНИКА ДЛЯ НЕРАВНОВЕСНЫХ ПРОЦЕССОВ

9. Диаграммная техника

Запаздывающая, причинная и опережающая функции Грина. Квантово-механическое усреднение двухкомпонентных временных функций Грина. Система уравнений Келдыша и переход к уравнениям для функции распределения.

10. Уравнения Каданова–Бейма

Аппроксимация Хартри и уравнение Больцмана. Обобщённое уравнение Больцмана. Квазиравновесные явления и распространение звука.

11. Флуктуационно-диссипационная теорема

Формулы Кубо для линейного отклика. Соотношения Челлена–Вельтона. Флуктуационно-диссипационная теорема для токового коррелятора. Формула Найквиста. Белый шум.

12. Диффузионные процессы при низкой температуре

Вычисление коррелятора плотность-плотность. Уравнения электродинамики в металлах. Аномальный скин-эффект и эффект Кондо. Диффузоры, купероны и теплопроводностные моды. Соотношение Эйнштейна. Вычисление четырёхтоковых корреляторов. $1/f$ -шум при низких температурах.

13. Неравновесные флуктуации параметра порядка

Вычисление третьего коэффициента в нестационарных уравнениях Гинзбурга–Ландау. Динамический критический индекс и попытки его вычисления.

14. Неравновесные процессы в сверхпроводниках

Вычисление аномальных функций Грина. Квантовая теория туннельного эффекта. Туннельный ток между сверхпроводником и нормальным металлом. Микроскопическая теория эффекта Джозефсона.

Литература

1. *Абрикосов А.А., Горьков Л.П., Дзялошинский И.Е.* Методы квантовой теории поля в статистической физике. — М.: Наука, 1962; Добросвет, 1998.
2. *Зайцев Р.О.* Некоторые применения диаграммных методов в физике твердого тела: учеб. пособие. — М.: МФТИ, 1977.
3. *Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Физическая кинетика. Т. 2. — М.: Наука, 1979.
4. *Зайцев Р.О., Орлов В.Г.* Теория высокотемпературной сверхпроводимости: учеб. пособие. — М.: МФТИ, 1993.
5. *Покровский В.Л., Паташинский А.З.* Флуктуационная теория фазовых переходов. — М.: Наука, 1975.
6. *Зайцев Р.О.* Введение в современную статистическую физику. — М.: УРСС, 2006; Либроком, 2013.

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ КУРСА

Ω - потенциал:

$$\Omega = \Omega_0 - T \ln \langle S(1/T) \rangle_0.$$

Температурная S -матрица:

$$S(\tau) = T_{(ord)} \exp \left(- \int_0^\tau H_{int}(\tau') d\tau' \right).$$

Теорема Майера о разложении по связанным $\langle \dots \rangle_{0c}$ диаграммам:

$$\Omega = \Omega_0 - T \left\{ \langle S(1/T) \rangle_{0c} - 1 \right\}.$$

Аналитические свойства запаздывающей функции Грина $G^R(\omega)$:

$$G^R(\omega + i\delta) = G(i\omega_n \rightarrow \omega + i\delta), \quad \omega_n > 0, \quad \delta > 0,$$

где $G(i\omega_n)$ — температурная (мацубаровская) функция Грина.

Теорема Ландау о связи между запаздывающей и причинной функциями Грина:

а) для ферми-возбуждений:

$$\operatorname{Re} G(\omega) = \operatorname{Re} G^R(\omega), \quad \operatorname{Im} G(\omega) = \operatorname{th} \frac{\omega}{2T} \operatorname{Im} G^R(\omega),$$

б) для бозе-возбуждений:

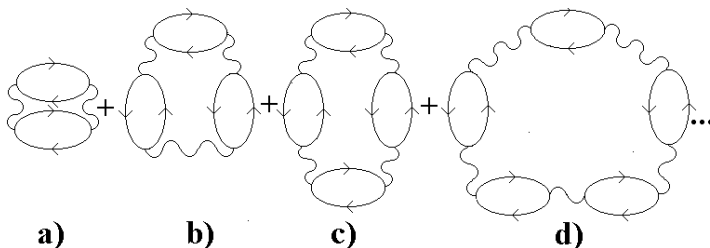
$$\operatorname{Re} G(\omega) = \operatorname{Re} G^R(\omega), \quad \operatorname{Im} G(\omega) = \operatorname{cth} \frac{\omega}{2T} \operatorname{Im} G^R(\omega).$$

КОЛЬЦЕВОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

Поляризационный оператор:

$$\Pi_\omega(q) = \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{n_F(\mathbf{p} + \mathbf{q}) - n_F(\mathbf{p})}{i\omega - \xi(\mathbf{p} + \mathbf{q}) + \xi(\mathbf{p})},$$

где $n_F(\mathbf{p})$ — распределение Ферми для частиц с энергией $\xi(\mathbf{p})$, отсчитанной от энергии Ферми; $\omega = 2n\pi T$.



Кольцевые диаграммы до 6-го порядка.

Корреляционная поправка для электронной нейтральной плазмы:

$$\Delta\Omega = -T \int_0^{e^2} \lambda d\lambda T \sum_{\omega} \int \frac{dq (\Pi_e + 2Z^2 \Pi_i)^2}{\pi q^2 [q^2 + 4\pi\lambda(\Pi_e + 2Z^2 \Pi_i)]}$$

Для электронов в металле следует учесть также однопетлевую обменную поправку:

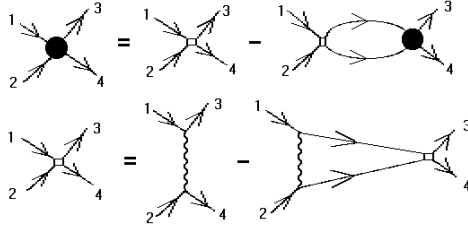
$$\Delta\Omega_1 = -4\pi e^2 V \int_0 \frac{d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}_2 n_F(\mathbf{p}_1) n_F(\mathbf{p}_2)}{(2\pi\hbar)^6 (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)^2}$$

Двухпетлевая поправка с логарифмической точностью определяет при $T = 0$ вторую корреляционную поправку

$$\Delta\Omega_2 = -V\hbar \frac{p_0 \kappa^4}{3m\pi^4} \pi(1 - \ln 2) \ln \frac{\pi\hbar p_0}{4me^2},$$

где $1/\kappa$ — обратный радиус экранирования: $\kappa^2 = 4e^2 m p_0 / \pi\hbar^3$, p_0 — импульс Ферми.

ГАЗОВОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ



Графическое изображение интегральных уравнений.

Уравнение для вершинной части $\Gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2; \mathbf{p}_3, \mathbf{p}_4)$ при заданной суммарной частоте $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4 = s_0$ и импульсе $\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = \mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_4 = \mathbf{s}$ удобно записать через относительные импульсы $2\mathbf{k} = \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2$ и $2\mathbf{k}' = \mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_4$:

$$\Gamma_{s_0, \mathbf{s}}(\mathbf{k} - \mathbf{k}') = V(\mathbf{k} - \mathbf{k}') - \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} V(\mathbf{k} - \mathbf{p}) K_{s_0, \mathbf{s}}(\mathbf{p}) \Gamma_{s_0, \mathbf{s}}(\mathbf{p} - \mathbf{k}'),$$

где

$$K_0 = \frac{1 - n_F(\mathbf{p} + \mathbf{s}/2) - n_F(\mathbf{p} - \mathbf{s}/2)}{-is_0 + \xi(\mathbf{p} + \mathbf{s}/2) + \xi(\mathbf{p} - \mathbf{s}/2)}.$$

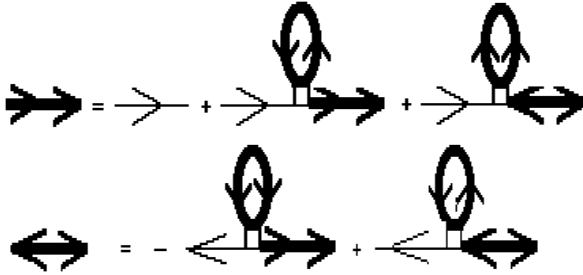
Компоненту Фурье от парного потенциала V_p можно исключить с помощью уравнения для амплитуды рассеяния $f(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$:

$$V(\mathbf{k} - \mathbf{k}') = \frac{4\pi}{m} f(\mathbf{k}', \mathbf{k}) - \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{V(\mathbf{k}' - \mathbf{p}) f(\mathbf{k}', \mathbf{p})}{(k')^2 - p^2 + i\delta}.$$

В длинноволновом пределе $p_0 \ll \hbar$ получаем простейшую замену $V(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_3) \rightarrow (4\pi\hbar^2 / m) \text{Re } f(\mathbf{p}_3, \mathbf{p}_1)$.

Для отрицательной амплитуды рассеяния имеем куперовскую неустойчивость с энергией связи $\Delta \cong 2\bar{\epsilon} \exp(-\pi\hbar / 2p_0|f|)$, где p_0 — импульс Ферми, $\bar{\epsilon}$ — величина порядка энергии Ферми.

УРАВНЕНИЯ ГОРЬКОВА



Графическое изображение уравнений Горькова:

$$\rightarrow G_{\omega}^{(0)}(p); \quad \blackrightarrow G_{\omega}(p);$$

$$\blackleftarrow F_{\omega}^{+}(p); \quad \blackleftrightarrow F_{\omega}(p).$$

$$(i\omega - \xi_p + \bar{G})G_{\omega}(p) + \Delta F_{\omega}^{+}(p) = 1,$$

$$(-i\omega - \xi_p + \bar{G})F_{\omega}^{+}(p) - \Delta^{*}G_{\omega}(p) = 0,$$

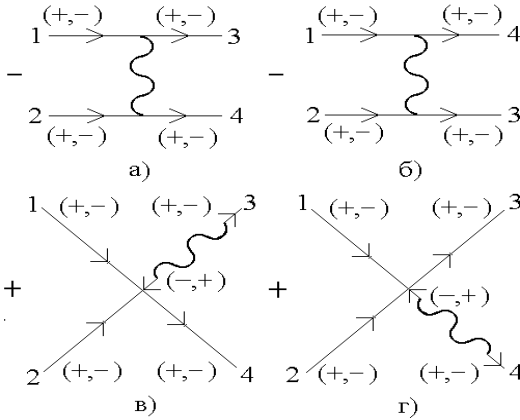
где $\bar{G} = \delta\mu$, $\omega = (2n+1)\pi T$, $\xi_p = p^2/2m - \mu$.

$$\Delta = \Delta^{*} = \frac{gT}{(2\pi)^3} \sum_{\omega} \int F_{\omega}^{+}(p) dp.$$

РАССЕЯНИЕ СПИНОВЫХ ВОЛН

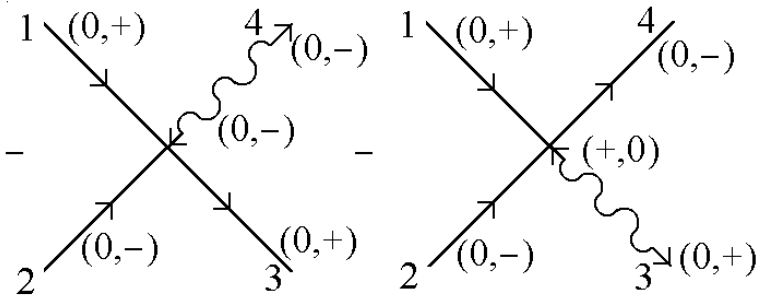
Амплитуда рассеяния спиновых волн, вычисленная в борновском приближении, определяется компонентой Фурье от обменного интеграла $J(\mathbf{k})$.

$$\Gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2; \mathbf{p}_3, \mathbf{p}_4) = -J(\mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_1) - J(\mathbf{p}_4 - \mathbf{p}_1) + J(\mathbf{p}_3) + J(\mathbf{p}_4).$$



Борновские амплитуды рассеяния спиновых волн.

РАССЕЯНИЕ ВОЗБУЖДЕНИЙ В МОДЕЛИ ХАББАРДА



Амплитуда рассеяния ферми-возбуждений с противоположными спинами, вычисленная в борновском приближении, определяется компонентой Фурье от интеграла перескока $t(\mathbf{p})$. В предельном случае бесконечного отгалкивания в одной и той же ячейке амплитуда рассеяния пропорциональна первой степени интеграла перескока: $\Gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2; \mathbf{p}_3, \mathbf{p}_4) = -t(\mathbf{p}_3) - t(\mathbf{p}_4)$.

Для конечной энергии Хаббарда U имеем две ветви электронного спектра, разделенные щелью:

$$\xi_{\mathbf{p}}^{(\pm)} = \frac{U + t_{\mathbf{p}}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{U^2 + t_{\mathbf{p}}^2 - 2Ut_{\mathbf{p}}(1 - n_e)} - \mu.$$

Электронная плотность $0 < n_e < 2$ и химический потенциал μ связаны между собой через уравнение состояния:

$$n_e = 2 \sum_{\mathbf{p}, \lambda = \pm} A_{\mathbf{p}}^{(\lambda)} n_F(\xi_{\mathbf{p}}^{\lambda}),$$

где

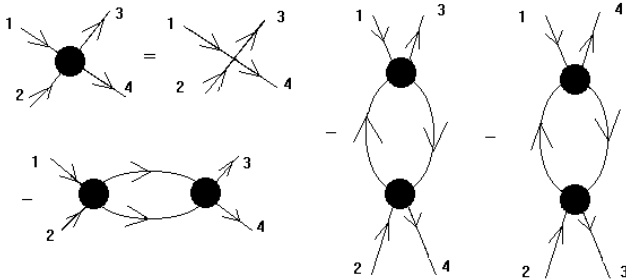
$$A_{\mathbf{p}}^{(\pm)} = \frac{1}{2} \left\{ 1 \pm \frac{t_{\mathbf{p}} - U(1 - n_e)}{\sqrt{U^2 + t_{\mathbf{p}}^2 - 2Ut_{\mathbf{p}}(1 - n_e)}} \right\}.$$

В пределе $U \gg t_{\mathbf{p}}$ заполняется только нижняя подзона. Уравнение состояния для $n_e < 1$ имеет простейший вид:

$$n_e = (2 - n_e) \sum_{\mathbf{p}} n_F(\xi_{\mathbf{p}}), \text{ где } \xi_{\mathbf{p}} = (1 - n_e/2)t_{\mathbf{p}} - \mu.$$

Температура перехода в сверхпроводящее состояние имеет конечную величину для положительных значений химического потенциала, что соответствует электронным концентрациям $2/3 < n_e < 1$.

ПАРКЕТНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

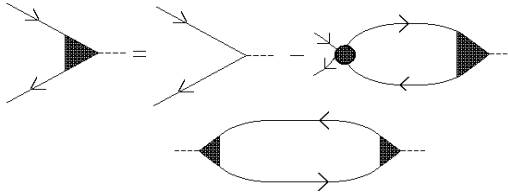


Уравнение Судакова – случай $p_1 \approx p_2 \approx p_3 \approx p_4 \ll p_{\max}$:

$$\Gamma(p) = g - 3\kappa \int_p^{p_{\max}} \Gamma^2(p') \frac{dp'}{p'}, \text{ где } \kappa = 1/8\pi^2.$$

Уравнение для угловой вершинной части $Y(p \approx q \ll p_{\max})$ и для поляризационного оператора $\Pi(q)$:

$$Y(p) = 1 - \kappa \int_p^{p_{\max}} \Gamma(p') Y(p') \frac{dp'}{p'}, \quad \Pi(q) = \int_q^{p_{\max}} Y^2(p') \frac{dp'}{p'}.$$



ТЕОРИЯ ФЕРРОМАГНЕТИЗМА МЕТАЛЛОВ

Обобщенное уравнение Хартри–Фока–Дайсона:

$$G_{\omega}^{-1}(\mathbf{p}, \sigma) = \left[G_{\omega}^0(\mathbf{p}, \sigma) \right]^{-1} - \Sigma_{\omega}^{(\sigma)}(\mathbf{p}),$$

$$\left[\Sigma_{\omega}^{(\sigma)}(\mathbf{p}) \right]_{\beta}^{\alpha} = f_{\alpha}^{(\sigma)} t^{(-\alpha, \beta)}(\mathbf{p}) -$$

$$-T \sum_{\nu, \gamma, \lambda, \Omega, \mathbf{q}} g(\alpha, \gamma; \nu, \beta) t^{\nu, \lambda}(\mathbf{p}) \left[G_{\Omega}^{(\sigma)}(\mathbf{q}) \right]_{\gamma}^{\lambda}.$$

Уравнение состояния:

$$n^{(\sigma)}(T, \mu, H) = T \sum_{\omega, \mathbf{p}} D_{\omega}^{(\sigma)}(\mathbf{p}) e^{i\omega\delta}, \text{ где } D_{\omega}^{(\sigma)}(\mathbf{p}) = \sum_{\alpha} f_{\alpha}^{(\sigma)} \left[G_{\omega}^{(\sigma)}(\mathbf{p}) \right]_{\alpha}^{\alpha}.$$

Определение магнитного момента:

$$M(T, \mu, H) = \mu_B \sum_{\sigma=\pm} \sigma n^{\sigma}(T, \mu, H).$$

КВАНТОВОЕ КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ

$$G = \begin{pmatrix} G^{--} & G^{-+} \\ G^{+-} & G^{++} \end{pmatrix},$$

$$G_{\alpha\beta}^{-+}(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}', t') = i \langle \psi_{\beta}^{+}(\mathbf{r}', t') \psi_{\alpha}(\mathbf{r}, t) \rangle,$$

$$G_{\alpha\beta}^{+-}(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}', t') = -i \langle \psi_{\alpha}(\mathbf{r}, t) \psi_{\beta}^{+}(\mathbf{r}', t') \rangle,$$

$$G_{\alpha\beta}^{--}(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}', t') = \theta(t-t') G_{\alpha\beta}^{+-}(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}', t') + \theta(t'-t) G_{\alpha\beta}^{-+}(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}', t'),$$

$$G_{\alpha\beta}^{++}(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}', t') = \theta(t-t') G_{\alpha\beta}^{-+}(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}', t') + \theta(t'-t) G_{\alpha\beta}^{+-}(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}', t').$$

$$n(t, \mathbf{R}, \mathbf{p}) = -i \int G_{\omega, \mathbf{p}}^{-+}(t, \mathbf{R}) \frac{d\omega}{2\pi},$$

$$G_{\omega, \mathbf{p}}^{-+}(t, \mathbf{R}) = \int e^{i\omega\tau - i\mathbf{p}\mathbf{r}} G_{\omega, \mathbf{p}}^{-+} \left(t + \frac{\tau}{2}, \mathbf{R} + \frac{\mathbf{r}}{2}; t - \frac{\tau}{2}, \mathbf{R} - \frac{\mathbf{r}}{2} \right) d\mathbf{r} d\tau.$$

$$[\widehat{G}^0(0,1)]^{-1} \widehat{G}(1,2) = \widehat{\tau}_z \delta^{(4)}(X_1 - X_2) + \int \widehat{\tau}_z \widehat{\Sigma}(1,3) \widehat{G}(3,2) d^4 X_3,$$

$$[\widehat{G}_*^0(0,2)]^{-1} \widehat{G}(1,2) = \widehat{\tau}_z \delta^{(4)}(X_1 - X_2) + \int \widehat{G}(1,3) \widehat{\Sigma}(3,2) \widehat{\tau}_z d^4 X_3,$$

$$[\widehat{G}_*^0(0,2)]^{-1} - [\widehat{G}^0(0,1)]^{-1} = -i \left(\frac{\partial}{\partial t} - \frac{1}{m} \nabla_{\mathbf{r}} \nabla_{\mathbf{R}} \right).$$

В отсутствие внешних полей и взаимодействий:

$$\begin{aligned} \widehat{G}_{\omega}^0(\mathbf{p}) &= \\ &= \left(\begin{array}{cc} \frac{1 - n_F(\xi_{\mathbf{p}})}{\omega - \xi_{\mathbf{p}} + i\delta} + \frac{n_F(\xi_{\mathbf{p}})}{\omega - \xi_{\mathbf{p}} - i\delta} & 2\pi i n_F(\xi_{\mathbf{p}}) \delta(\omega - \xi_{\mathbf{p}}) \\ -2\pi i (1 - n_F(\xi_{\mathbf{p}})) \delta(\omega - \xi_{\mathbf{p}}) & -\frac{1 - n_F(\xi_{\mathbf{p}})}{\omega - \xi_{\mathbf{p}} - i\delta} - \frac{n_F(\xi_{\mathbf{p}})}{\omega - \xi_{\mathbf{p}} + i\delta} \end{array} \right). \end{aligned}$$

**УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА ДЛЯ МЕТАЛЛА
ИЛИ ПОЛУПРОВОДНИКА**

$$\begin{aligned}\operatorname{div} \mathbf{e} &= 4\pi\rho = \kappa^2(\psi - \varphi), \quad \operatorname{rot} \mathbf{h} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \\ \mathbf{e} &= -\nabla\varphi - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}, \quad \mathbf{j} = \sigma \left(-\nabla\psi - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right), \\ \frac{\partial \psi}{\partial t} &= \frac{\partial \varphi}{\partial t} + D \left(\Delta\psi + \frac{1}{c} \operatorname{div} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right), \quad \mathbf{h} = \operatorname{rot} \mathbf{A}.\end{aligned}$$

Соотношение Эйнштейна:

$$\kappa^2 D = 4\pi\sigma.$$

**НЕСТАЦИОНАРНЫЕ УРАВНЕНИЯ
ГИНЗБУРГА–ЛАНДАУ**

$$\begin{aligned}A(T - T_c)\Psi - \frac{1}{4m_{\alpha\beta}} \partial_\alpha \partial_\beta \Psi + B|\Psi|^2 \Psi &= \\ &= -\frac{1}{4mD} \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} + 2ie\tilde{\varphi}\Psi \right) = -\frac{\partial_0 \psi}{4mD}, \\ \operatorname{rot} \mathbf{h} &= 4\pi\mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad j_\alpha = \sigma E_\alpha - \frac{ie}{2m} (\Psi^* \partial_\alpha \Psi - \Psi \partial_\alpha^* \Psi^*), \\ \mathbf{h} = \operatorname{rot} \mathbf{A}, \quad \mathbf{E} &= -\nabla\tilde{\varphi} - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \mathbf{E} = 4\pi\rho = 4\pi \frac{\sigma}{D} (\tilde{\varphi} - \varphi), \\ \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial t} - \frac{\partial \varphi}{\partial t} &= D \operatorname{div} \left(\nabla\tilde{\varphi} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) - \frac{ie}{2m\sigma} (\Psi^* \partial_0 \Psi - \Psi \partial_0^* \Psi^*), \\ \partial_\alpha &= \nabla_\alpha - 2ieA_\alpha, \quad \partial_0 = \frac{\partial}{\partial t} + 2ie\tilde{\varphi}, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j} = 0, \quad c = \hbar = 1.\end{aligned}$$

ЗАДАЧИ

1. Вычислить поляризационный оператор и радиус экранирования низкотемпературной плазмы.
2. Определить пространственную и временную дисперсию поляризационного оператора для трехмерного электронного газа высокой плотности.
3. Определить пространственную и временную дисперсию поляризационного оператора для одномерного электронного газа в низкотемпературном пределе. Проанализировать возникающие особенности.
4. Доказать, что в газовом пределе уравнение состояния неидеального ферми-газа не меняется.
5. Вычислить амплитуду тока Джозефсона для случая контакта двух одинаковых сверхпроводников.
6. Вычислить амплитуду туннельного тока для случая контакта из двух различных несверхпроводящих металлов.
7. В логарифмическом приближении выразить температуру сверхпроводящего перехода через амплитуду рассеяния в "пустой" решетке.
8. Определить температурную зависимость спиновой магнитной восприимчивости (найтовский сдвиг) в сверхпроводящей фазе.
9. Вычислить амплитуду рассеяния спиновых волн в приближении Борна–Дайсона.
10. Определить спектр ферми-возбуждений для модели Хаббарда в нулевом приближении самосогласованного поля. Вычислить величину корреляционной щели.
11. Найти уравнение состояния для модели Хаббарда с бесконечным отталкиванием. Определить магнитную восприимчивость.
12. Записать уравнение состояния для модели Хаббарда с вырождением. Рассмотреть случай квадратной, треугольной и ОЦК-решётки.
13. Произвести обобщение результатов предыдущей задачи на случай конечного магнитного поля. Определить спиновую восприимчивость и записать условие ферромагнитной неустойчивости. Сравнить с критерием Стонера.
14. Произвести вычисление амплитуды рассеяния двух возбуждений с противоположными спинами в модели Хаббарда с бесконечным отталкиванием.

15. Используя результаты предыдущей задачи, обсудить условия возникновения куперовской неустойчивости.
16. Определить функцию Грина электронного ферми-газа в однопетлевом приближении для случая бесконечной энергии Хаббарда. Сравнить с нульпетлевым приближением.
17. Определить функцию Грина электронной системы, резонирующей между одно- и двухчастичными состояниями, в предположении о бесконечной энергии Хаббарда. Установить связь с проблемой ферромагнетизма никеля.
18. Определить функцию Грина электронной системы, резонирующей между двух- и трехчастичными состояниями, в предположении о бесконечной энергии Хаббарда. Установить связь с проблемой ферромагнетизма железа.
19. Для гейзенберговского ферромагнетика вычислить термодинамическую и запаздывающую функции Грина для спиновых операторов.
20. Определить критические индексы в трёхмерной модели Изинга и Гейзенберга с помощью ϵ -разложения.
21. Соотношения подобия в случае сильного критического поля. Вычисление критического индекса δ .
22. Произвести вычисление ток-токового коррелятора с учётом пространственной и временной дисперсии. Установить связь с аномальным скин-эффектом.
23. Произвести вычисление сверхпроводящего тока при наличии пространственной дисперсии (эффект Пиппарда).
24. Оценить возможность возрастания температуры сверхпроводящего перехода за счёт особенности Ван-Хова для квадратной и ОЦК-решётки.
25. Произвести вычисление туннельного тока через контакт между сверхпроводником, изолятором и нормальным металлом (SIN-контакт).
26. Произвести вычисление туннельного тока через контакт между двумя сверхпроводниками (SIS-контакт).
27. Произвести вычисление джозефсоновского тока через контакт между двумя сверхпроводниками.
28. Произвести вычисление оператора пространственной зависимости сверхпроводящего параметра порядка. Оценить величину эффекта близости на границе сверхпроводника с нормальным металлом.

29. Получить граничные условия к уравнению Гинзбурга–Ландау.
30. Произвести обобщение уравнений Гинзбурга–Ландау на случай временной зависимости параметра порядка.

Срок сдачи задания: 02.12–07.12 2019 г.

Подписано в печать 28.06.2019. Формат $60 \times 84 \frac{1}{16}$.

Усл. печ. л. 1,0. Тираж 60 экз. Заказ № .

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

“Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)”

тел.: +7(495)408-58-22, E-mail: rio@mipt.ru

Отдел оперативной полиграфии «Физтех-полиграф»

141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9

тел.: +7(495)408-84-30, E-mail: polygraph@mipt.ru