

Олимпиада по теоретической физике  
суббота 25 апреля 2015 г. 12:20 – 17:00, аудитория 115КПМ

1) Ф.И.О. (полностью):

2) ВУЗ:

3) Факультет:

4) Курс:

**1. Внезапное воздействие (М.В. Суслов)**

Частица с массой  $m$  находится в связанном состоянии  $\psi_0$  в одномерном поле  $\delta$ -ямы

$$U(x) = -\frac{\hbar^2 \kappa}{m} \delta(x).$$

В начальный момент времени  $t = 0$  проводится измерение, которое определяет находится ли частица справа от ямы (при  $x > 0$ ). Если частица не обнаруживается справа от ямы, то волновая функция при  $x > 0$  обнуляется, а слева от ямы (при  $x < 0$ ) остаётся неизменной (с точностью до нормировки).

Определите следующие вероятности:

$p_1$  — при упомянутом выше измерении в момент времени  $t = 0$  частица обнаружена справа от ямы (событие 1).

$p_2$  — событие 1 не произошло, при  $t \rightarrow +\infty$  частица снова обнаружена в связанном состоянии.

$p_3$  — событие 1 не произошло, при  $t \rightarrow +\infty$  частица обнаружена справа от ямы при  $x \gg 1/\kappa$ .

$p_4$  — событие 1 не произошло, при  $t \rightarrow +\infty$  частица обнаружена далеко от ямы при  $x \ll -1/\kappa$ .

**2. Одномерная модель процесса перезарядки (Е.А. Дорофеев)**

Частица массы  $m$  совершает одномерное движение в поле двух  $\delta$ -образных потенциальных ям:

$$U(x, t) = -\frac{\hbar^2 \kappa}{m} \left( \delta(x) + \delta(x - \sqrt{a^2 + v^2 t^2}) \right)$$

одна из которых неподвижно находится в начале координат, а вторая движется из правой бесконечности достигает координаты  $x = a$ , а затем повторяет движение в обратном направлении. В начале процесса, то есть при  $t \rightarrow -\infty$  частица локализована на левой  $\delta$ -яме и её волновая функция есть:

$$\psi_0(x) = \sqrt{\kappa} e^{-\kappa|x|}.$$

Определить вероятность того, что при  $t \rightarrow +\infty$  частица «уедет» на бесконечность на правой  $\delta$ -яме, считая, что ямы не сближаются очень сильно:  $\kappa a \gg 1$  и правая  $\delta$ -яма движется очень медленно:  $vm/\hbar a \kappa^2 \ll 1$ .

**3. Вихри в сверхтекчей плёнке (С.Н. Бурмистров)**

В тонкой (квазидвумерной) сверхтекучей плёнке энергия взаимодействия пары вихрь-антивихрь, т.е. двух параллельных вихревых нитей с противоположно направленными циркуляциями одинаковой величины  $\kappa$ , зависит от расстояния между нитями:

$$U(r) = U_0 \ln \frac{r}{a}, \quad U_0 = \rho d \frac{\kappa^2}{2\pi},$$

где  $a$  — минимально возможное расстояние между вихревыми нитями,  $\rho$  — плотность жидкости и  $d$  — толщина плёнки или длина каждой из нитей. Найти среднеквадратичное расстояние  $\langle r^2 \rangle$  между нитями в зависимости от температуры и определить температуру Березинского-Костерлица-Таулеса  $T_{\text{БКТ}}$ , выше которой должна происходить диссоциация пары вихрь-антивихрь.

**4. Странное излучение (С.Н. Филиппов)**

На ободе колеса радиуса  $R$  закреплены 4 одинаковых заряда  $q$ , образующих вершины квадрата (см. рис.). Колесо вращается с угловой скоростью  $\omega$  такой, что  $\omega R \ll c$ . Найдите усредненное по времени угловое распределение и интенсивность излучения.

