УТВЕРЖДЕНО
Проректор по учебной работе
А. А. Воронов
15 июня 2021 г.

ПРОГРАММА

по дисциплине: **Аналитическая механика**
по направлению подготовки:
03.03.01 «Прикладные математика и физика»
физтех-школа: **ФБМФ**

кафедра: **теоретической физики**
курс: 2
семестр: 3

Трудоемкость:
лекции – 30 часов
практические (семинарские) занятия – 30 часов
Курсовые и контрольные работы – 2

Экзамен – 3 семестр

ВСЕГО АУДИТОРНЫХ ЧАСОВ — 60

Самостоятельная работа – 45 часов

Программу и задание составил к.ф.-м.н., доц.
М. Г. Иванов

Программа принята на заседании
кафедры теоретической физики
28 мая 2021 года

Заведующий кафедрой
д.ф.-м.н., профессор

Ю. М. Белоусов

АНАЛИТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА И СПЕЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1. Введение. Законы Ньютона как законы сохранения и баланса импульса и момента импульса. Как возникли вариационные принципы? Обобщённые координаты. Принцип виртуальных перемещений и принцип Даламбера.

2. Тензоры. Тензоры общего вида. Скаляр, вектор, ковектор. Свойства тензоров: тензорное произведение, свёртка, признак тензора, баланс индексов, метрика. Матрицы и тензоры (взаимосвязь и переход между обозначениями). Тензоры и базисы, зависимость базиса от точки пространства, сложности с дифференцированием тензоров.

3. Лагранжев формализм. Действие, лагранжиан. Уравнения Эйлера–Лагранжа, обобщённые скорость, импульс, сила, энергия. Тензорные свойства величин, возникающих в лагранжевом формализме. Симметрии действия и законы сохранения (теорема Нётер).

4. Неинерциальные системы отсчёта. Неинерциальные системы отсчёта в классической механике. Принцип эквивалентности. Сила Кориолиса. Силы инерции в сравнении с электромагнитными силами.

5. Твёрдое тело. Кинематика твёрдого тела. Момент инерции. Момент импульса и эллипсоид инерции. Свободный гироскоп. Вынужденная прецессия и нутация. Электромагнитная аналогия для симметрического волчка.

6. Гамильтонов формализм. Функция Гамильтона. Уравнения Гамильтона. Преобразование Лежандра. Действие через гамильтониан. Укороченное действие. Скобка Пуассона. Циклические координаты и законы сохранения.

7. Кинематика и геометрия. Кинематики точки и геометрия ньютоновской механики: трёхмерное пространство ньютоновской механики, четырёхмерное пространство–время ньютоновской механики. Постулаты специальной теории относительности. Мысленные эксперименты. Собственное время и интервал. Кинематика и геометрия СТО. Геометрия Минковского. Кинематика СТО. Импульс и соответствие с ньютоновской механикой. Частицы с переменной массой, упругие и неупругие процессы.

8. Преобразования Лоренца и повороты. Быстрота и скорость. Собственные векторы и числа буста и поворота. Кинематические эффекты. Понятие группы. Группы Лоренца, Пуанкаре и их подгруппы. Матричные экспоненты. Поворот и буст в произвольном направлении.

9. Время как координата и энергия как временная компонента импульса. Время как обобщённая координата. Лагранжев формализм при рассмотрении времени как координаты. Расширенный лагранжиан (уравнения Эйлера–Лагранжа, импульсы, энергия). Вырожденность расширенного лагранжиана. Принцип Мопертюи и укороченное действие.

10. Релятивистская частица. Свободная релятивистская частица. Релятивистская частица во внешнем поле. Уравнения движения заряженной частицы в 3-мерном и 4-мерном виде.

11. Тензор напряжённости электромагнитного поля. Свойства антисимметричных тензоров. Симметризация и антисимметризация. Форма объёма. Ходжевская дуальность. Внешнее произведение и внешняя производная. Кинематические тождества для электромагнитного поля. Канонические преобразования. Гамильтонова эволюция как каноническое преобразование. Интегрирование антисимметричных тензоров. Интегрирование и дифференцирование полей. Интегрирование по поверхностям разных размерностей.

12. Ньютоновская механика как предельный случай СТО. Трансформационные свойства аддитивных интегралов движения в механике. Преобразования электромагнитного поля.

13. Уравнение Гамильтона–Якоби. Вывод уравнения Гамильтона–Якоби. Решение уравнения Гамильтона–Якоби методом разделения переменных.

Литература

Основная

1. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 1. Механика. Москва : Наука, 1988.
2. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 2. Теория поля. Москва : Наука, 1988.
3. *Айзерман М.А.* Классическая механика. Москва : Наука, 1980.
4. *Гантмахер Ф.Р.* Лекции по аналитической механике. Москва : Физматлит, 2005.
5. *Пятницкий Е.С., Трухан Н.М., Ханукаев Ю.И., Яковенко Г.Н.* Сборник задач по аналитической механике. Москва : Физматлит, 2002.
6. *Белоусов Ю.М., Бурмистров С.Н., Тернов А.И.* Задачи по теоретической физике. Долгопрудный : ИД «Интеллект», 2013.

Дополнительная

1. *Дубровин Б.А., Новиков СП., Фоменко А.Т.* Современная геометрия: Методы и приложения. Том I. — Москва : Эдиториал УРСС, 1998.
2. *Арнольд В.И.* Математические методы классической механики. — Москва : Физматлит, 1974.
3. *Коткин Г.Л., Сербо В.Г.* Сборник задач по классической механике. — Ижевск : НИЦ «РХД», 2001.
4. *Батыгин В.В., Топтыгин И.Н.* Сборник задач по электродинамике. — Москва : РХД, 2002.
5. *Паули В.* Теория относительности. — Москва : Наука, 1991.
6. *Белоусов Ю.М., Кузнецов В.П., Смилга В.П.* Катехизис: учеб. пособие. — Москва : МФТИ, 2005.
7. *Белоусов Ю.М., Кузнецов В.П., Смилга В.П.* Практическая математика. Руководство для начинающих изучать теоретическую физику. — Долгопрудный : ИД «Интеллект», 2009.

ЗАДАНИЕ

УПРАЖНЕНИЯ

Задание 1

1. От действия к системе. Исходя из вариационного принципа, получите уравнения движения, обобщённые импульсы, обобщённые силы, энергию. Проиллюстрируйте графически, какой системе могут соответствовать следующие действия:
а) $S[x(t)] = -\int U(x)\,dt$,
б^c) $S[x(t)] = \int \left(\frac{m\dot{x}^2}{2} + \frac{kx^2}{2} - \frac{Cx^4}{4}\right) dt$, где $m, k, C = \mathrm{const}$,
в^c) $S[x(t)] = \int \left(\frac{m\dot{x}^2}{2} + \dot{x}A(x,t)\right) dt$, где $m = \mathrm{const}$,
г^{*c}) $S[x(t)] = \int \left(-\frac{mx\ddot{x}}{2} + B\cos(kx)\right) dt$, где $m, B, k = \mathrm{const}$,
д*) $S[x(t)] = \int \left(\frac{m(\dot{x}-u)^2}{2} + Fx\right) dt$, где $m, u, F = \mathrm{const}$,
е*) $S[\mathbf{r}(t)] = \int \left(\frac{m\dot{\mathbf{r}}^2}{2} + \frac{kr^2}{2} - \frac{Cr^4}{4}\right) dt$, где $m, k, C = \mathrm{const}$, сравните с пунктом б),
ж*) $S[\mathbf{r}(t)] = \int \frac{m(\dot{\mathbf{r}} - \mathbf{u}(\mathbf{r}))^2}{2}\,dt$, где $m = \mathrm{const}$,
з*) $S[\mathbf{r}(t)] = \int \left(-\frac{m(\mathbf{r},\ddot{\mathbf{r}})}{2} + B\cos(\mathbf{k},\mathbf{r})\right) dt$, где $m, B, \mathbf{k} = \mathrm{const}$.

2. Осцилляторы. Определите число степеней свободы, запишите действие и получите уравнения движения, обобщённые импульсы, обобщённые силы и энергию для перечисленных ниже механических систем.
а^c) Грузик массы m на пружинке с жёсткостью k.
б) Крутильные весы с моментом инерции I, жёсткость кручения — κ. Сравнив с пунктом **а**, определить период колебаний.
в) Математический маятник с массой m, длины R, ускорение свободного падения — $\mathbf{g}$. Сравнить с пунктом **а**.
г) Физический маятник с массой m, моментом инерции I, расстояние от точки подвеса до центра масс — R, ускорение свободного падения — $\mathbf{g}$. Сравнив с пунктом **в**, определить период малых колебаний.

3.^{c} От матриц к тензорам. Выразите $e_{\alpha\beta\gamma}e_{\mu\nu\lambda}$ через $\delta_{\alpha\beta}$. В трёхмерном пространстве вычислите свертки:

$$\delta_{\alpha\alpha},\ \delta_{\alpha\beta}\delta_{\beta\gamma},\ \delta_{\alpha\beta}\delta_{\beta\gamma}\delta_{\gamma\alpha};$$

$$e_{\alpha\beta\gamma}e_{\alpha\beta\gamma},\ e_{\alpha\beta\gamma}e_{\mu\beta\gamma},\ e_{\alpha\beta\gamma}e_{\mu\nu\gamma},$$
$$e_{\alpha\beta\gamma}A_{\alpha 1}A_{\beta 2}A_{\gamma 3},\ e_{\alpha\beta\gamma}A_{\alpha\mu}A_{\beta\nu}A_{\gamma\lambda}.$$

4. От векторов к тензорам. Используя формализм тензорной алгебры, убедитесь в справедливости соотношений

$$[\mathbf{a}\times[\mathbf{b}\times\mathbf{c}]] = \mathbf{b}(\mathbf{a},\mathbf{c}) - \mathbf{c}(\mathbf{a},\mathbf{b}),$$

$$[\mathbf{a}\times[\mathbf{b}\times\mathbf{c}]] + [\mathbf{b}\times[\mathbf{c}\times\mathbf{a}]] + [\mathbf{c}\times[\mathbf{a}\times\mathbf{b}]] = 0,$$
$$[\mathbf{a}\times\mathbf{b}]\,[\mathbf{c}\times\mathbf{d}] = (\mathbf{a},\mathbf{c})(\mathbf{b},\mathbf{d}) - (\mathbf{a},\mathbf{d})(\mathbf{b},\mathbf{c}),$$
$$[\mathbf{a}\times\mathbf{b}]\,[[\mathbf{b}\times\mathbf{c}]\times[\mathbf{c}\times\mathbf{a}]] = (\mathbf{a},[\mathbf{b}\times\mathbf{c}])^2.$$

5. От лагранжиана к функции Гамильтона. Для лагранжианов упражнения 1 получите функции Гамильтона и уравнения Гамильтона.

6. Скобки Пуассона. $\mathbf{L} = [\mathbf{r}\times\mathbf{p}]$, $r = |\mathbf{r}|$. Найдите
$\{L_\alpha, x_\beta\}$, $\{L_\alpha, U(r)\}$, $\{L_z, f(x^2+y^2)\}$, $\{L_\alpha, p_\beta\}$, $\{L_\alpha, L_\beta\}$, $\{L_\alpha, \mathbf{L}^2\}$.

Задание 2

6.* Релятивистская частица в поле Хиггса. Действие для релятивистской частицы в скалярном может быть определено следующими

способами. Получите уравнения Эйлера–Лагранжа и определите эффективную массу частицы:
а) $S[X^i(l)] = -mc\int(1+\chi(\underline{X}))\sqrt{-\frac{dX^i}{dl}\frac{dX_i}{dl}}\,dl$.
б) $S[X^i(\tau)] = \int(1+\chi(\underline{X}))\frac{m}{2}\frac{dX^i}{d\tau}\frac{dX_i}{d\tau}\,d\tau$.

7.^{c} **От наблы к тензорам.** Преобразуйте следующие выражения, используя правила векторного анализа и тензорной алгебры:
а) $\operatorname{rot}\operatorname{rot}\mathbf{A}$, $\operatorname{rot}[\mathbf{A}\times\mathbf{B}]$, $\operatorname{rot}(f\mathbf{A})$, $\operatorname{div}(f\mathbf{A})$, $\operatorname{div}[\mathbf{A}\times\mathbf{B}]$, $\operatorname{grad}(\mathbf{A},\mathbf{B})$, где $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ и f — функции координат $\mathbf{r}$;
б) $\operatorname{rot}[\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r}]$, $\operatorname{grad}(\mathbf{a},\mathbf{r})$, где $\boldsymbol{\omega}$ и $\mathbf{a}$ — постоянные векторы;
в) $\operatorname{grad} r$, $\operatorname{div}\mathbf{r}$, $(\mathbf{a},\nabla)\mathbf{r}$, $\operatorname{grad}F(r)$, $\operatorname{rot}\mathbf{D}(r)$, $\operatorname{div}\mathbf{D}(r)$, где $r=|\mathbf{r}|$, $\mathbf{D}(r)$, $F(r)$ — функции одного аргумента.

8.^{c} **Усреднение по направлениям.** Найти средние значения произведений компонент единичного вектора n_α для равновероятного распределения по направлениям

$$\langle n_\alpha\rangle,\ \langle n_\alpha n_\beta\rangle,\ \langle n_\alpha n_\beta n_\gamma\rangle,\ \langle n_\alpha n_\beta n_\gamma n_\mu\rangle,\ \langle n_\alpha n_\beta n_\gamma n_\mu n_\nu\rangle.$$

9.* Вектор-потенциал для произвольного магнитного поля. Прямыми вычислениями доказать, что векторный потенциал
$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = -\int\limits_0^1[\mathbf{r}\times\mathbf{B}(f\mathbf{r})]\,f\,df$ описывает магнитное поле $\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \operatorname{rot}\mathbf{A}(\mathbf{r})$.

ЗАДАЧИ

Задание 1

1.^{c} **Задача Циолковского.** Используя определение силы $\mathbf{F}=\dot{\mathbf{p}}$, получите зависимость скорости ракеты в пустоте от начальной массы M_0, конечной массы M и скорости истечения u.

2. От системы к действию. Определите число степеней свободы, запишите действие и получите уравнения движения, обобщённые импульсы, обобщённые силы и энергию для перечисленных ниже механических систем.
а^c) Колесо радиусом R с моментом инерции I, массой m катится с наклонной плоскости без трения с углом наклона α в гравитационном поле $\mathbf{g}$.
б^c) То же, что в пункте **а**, но колесо катится без проскальзывания: наложить связь методом множителей Лагранжа, исключить лишние степени свободы.

в) Двойной маятник: к маятнику длины l_1, массы m_1 подвешен второй маятник длины l_2, массы m_2. Маятники могут качаться в фиксированной вертикальной плоскости.

3. Потенциал Морза. Взаимодействие атомов в двухатомной молекуле можно приближённо описать потенциалом Морза:

$$U(x) = A\,(\mathrm{e}^{-2\alpha x} - 2\mathrm{e}^{-\alpha x}).$$

Получите и решите уравнение движения частицы.

4. Уравнения движения молекул. Получите уравнения движения и получите обобщённые импульсы, силы, энергию.
а*) Молекула водорода H_2. Параметры задачи подберите сами.
б) Молекула воды H_2O на плоскости. Химические связи считать пружинками жёсткости k. Есть также жёсткость при изменении угла между химическими связями κ.

5. Полярные координаты и центробежная сила.
а^c) Запишите действие для свободной нерелятивистской частицы на плоскости в декартовых и полярных координатах. Получите уравнения движения. Получите обобщённые импульсы и вектор скорости. Убедитесь, что обобщённые импульсы — компоненты ковектора.
б) Методом множителей Лагранжа наложите связь $\phi = \omega t$ ($\omega = \mathrm{const}$), исключите лишние степени свободы. Каков физический смысл связи?
в) Методом множителей Лагранжа наложите связь $\dot\phi = \omega = \mathrm{const}$, исключите лишние степени свободы. Каков физический смысл связи?

6.* Криволинейные координаты и фиктивные силы.
а) В условиях пункта **а** предыдущей задачи убедитесь, что центробежная сила получается дифференцированием базисных ковекторов.
б) Запишите уравнение движения свободной частицы в произвольных координатах как условие постоянства ковектора импульса (дифференцировать с учётом базисных векторов).

7. Задача двух тел. Запишите через декартовы координаты частиц $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ действие для системы двух частиц, энергия взаимодействия которых зависит от $\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$. Запишите уравнения движения и определите интегралы движения.

Как изменится система уравнений движения, если в качестве обобщённых координат выбрать координаты центра масс $\mathbf{R} = \frac{m_1\mathbf{r}_1 + m_2\mathbf{r}_2}{m_1+m_2}$ и разности координат частиц $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$?

Какой интеграл движения добавится, если потенциальная энергия зависит только от $|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$?

8. Нерелятивистская частица в электромагнитном поле. Покажите, что действие
$S[\mathbf{r}(t)] = \int \left(\frac{m\dot{\mathbf{r}}^2}{2} + \frac{q}{c}(\dot{\mathbf{r}}, \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)) - q\varphi(\mathbf{r}, t) \right) dt, \quad (m, q, c = \mathrm{const})$
определяет движение заряженной частицы в электромагнитном поле. Получите выражение для обобщённого импульса и энергии. Как связаны параметры действия с характеристиками частицы и поля?

9.^{c} Классический эффект Зеемана. Найдите частоты колебаний заряженного трёхмерного осциллятора, помещённого в однородное магнитное поле и определите форму траектории движения. Обсудите связь задачи с прецессией маятника Фуко.

10. Моменты инерции молекул. Найдите тензор момента инерции относительно центра масс, его собственные числа и собственные направления для следующих молекул. Атомы считайте точечными частицами.
а) CO_2 — три атома на одной прямой: $O = C = O$.
б) CO. Определите момент инерции относительно центра масс и относительно атома углерода.
в) H_2O — равнобедренный треугольник с углом $\alpha \approx 104^o$.
г) NH_3 — треугольная пирамида с высотой h и треугольным основанием со стороной a.
д) CH_4 — правильный тетраэдр с расстоянием от центра до вершины a.

11. Юла. Симметричный волчок имеет момент инерции относительно точки опоры $I_{\alpha\beta} = \mathrm{diag}(I_1, I_1, I_3)$ и массу m. Центр масс отстоит от точки опоры на расстояние h. Волчок быстро вращается в гравитационном поле $\mathbf{g}$. При какой частоте ω_0 вертикальное положение оси перестанет быть устойчивым?

12.^{c} Гамильтонов формализм для нерелятивистской частицы в электромагнитном поле. Для действия задачи 8 определите функцию Гамильтона и получите уравнения Гамильтона.

Задание 2

13.^{c} Пороги реакции. В ускорителе на встречных пучках идет реакция ($m_e = 0{,}5$ МэВ, $m_\mu = 105$ МэВ)

$$e^+ + e^- \to \mu^+ + \mu^- .$$

Зная энергию каждого из пучков e^+ и e^-, найдите угол вылета μ^+ и μ^- в зависимости от энергии частиц. Определите энергетический порог этой реакции. Сравните с порогом в случае, когда ускоренные позитроны падают на неподвижные электроны.

14.^{c} **Комптон-эффект.** Для получения γ-квантов высокой энергии навстречу пучку электронов с энергией $\mathcal{E} = 200$ ГэВ выстреливает лазер с энергией фотонов $\varepsilon = 2$ эВ. Определите зависимость энергии фотонов от угла рассеяния, постройте график (используя одну из стандартных компьютерных программ). Какую энергию будут иметь фотоны, рассеянные назад?

15.^{c} **Движение под действием постоянной силы.** Определите движение релятивистской частицы массы m под действием постоянной силы $\mathbf{F}$, если частица в начальный момент времени покоилась в начале координат. Выпишите функцию Гамильтона. Выпишите движение частицы через собственное время $x(\tau)$, $t(\tau)$. Перейдите к нерелятивистскому пределу.

16.* Релятивистская задача Циолковского. Получить формулу Циолковского для СТО. Результат запишите через быстроту ракеты.

17.^{c} **Преобразование Лоренца для скорости, непараллельной координатным осям.** Начало координат системы $\tilde{K}$ движется со скоростью $\mathbf{v} = (v_x,\, v_y)$ относительно системы K, а оси координат составляют со скоростью $\mathbf{v}$ те же самые углы, что и оси системы K.
Запишите матрицу преобразования Лоренца от системы K к системе $\tilde{K}$ и матрицу обратного преобразования. Определите положение осей $(\tilde{x}, \tilde{y})$ в системе K в момент времени $t = 0$ по часам системы K.

18. Преобразования Лоренца, образующие поворот. Система K' движется со скоростью v_x вдоль оси x системы K. Система K'' движется со скоростью v'_y вдоль оси y' системы K'. Скорость v'_y такова, что начало координат системы K'' движется относительно системы K со скоростью $\mathbf{v} = (v_x\,, v_y)$.

Покажите, что направление вектора относительной скорости системы K в системе K'' будет повернуто относительно направления $-\mathbf{v}$ на угол α такой, что $\mathrm{tg}\,(\alpha + \phi) = \gamma \mathrm{tg}\,\phi\,,\quad \mathrm{tg}\,\phi = \frac{v_y}{v_x}\,,\quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}\,,$

откуда $\operatorname{tg}\alpha = \frac{(\gamma-1)\operatorname{tg}\phi}{1+\gamma \operatorname{tg}^2\phi}$.

19.* Прецессия Томаса. На частицу, движущуюся со скоростью $\mathbf{v}$, действует сила, сообщающая ей ускорение $\dot{\mathbf{v}}$.

Определите, с какой угловой скоростью будет поворачиваться спин частицы относительно лабораторной системы отсчёта, если сила, действующая на частицу, не действует на её спин.
Указание: используйте результат предыдущей задачи.
Ответ: $\boldsymbol{\omega} = \frac{\gamma^2}{(\gamma+1)c^2}\,[\dot{\mathbf{v}}\times\mathbf{v}]$.

20.^{c} **Функции распределения при распадах.** В системе покоя π-мезона распад $\pi \to \mu + \overline{\nu}_\mu$ происходит изотропно. Имеется пучок π-мезонов с энергией 6 ГэВ ($m_\pi \approx 140$ МэВ, $m_\mu \approx 105$ МэВ). Определите энергетический спектр антинейтрино, их максимальную и среднюю энергии. Определите угловое распределение антинейтрино.

21.^{c} **Движущееся зеркало.** Плоское зеркало движется со скоростью $\mathbf{v}$ в направлении своей нормали. На зеркало падает монохроматическая волна под углом α к нормали. Определите направление и частоту отраженной волны, считая, что для покоящегося зеркала справедлив обычный закон отражения.

22.* Геометрическая оптика и геометрическая механика.
а) Запишите функционал времени распространения света в среде с переменным показателем преломления $n(\mathbf{r})$, проварьируйте и получите уравнение луча света в геометрической оптике.
б) Для какой метрики функционал длины соответствует функционалу времени из пункта **а**?
в) Запишите укороченное действие для нерелятивистской частицы в потенциале $U(\mathbf{r})$, и получите уравнение движения частицы в «геометрической механике».
г) Какой показатель преломления $n(\mathbf{r})$ соответствует потенциалу $U(\mathbf{r})$, если функционал времени распространения света совпадает с укороченным действием?

23.^{c} **Движение в скрещенных полях.** Найдите движение релятивистской частицы массы m и заряда e в перпендикулярных электрическом и магнитном полях $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$. В случае $E < B$ найдите скорость дрейфа. (Удобно писать уравнения движения в 4-мерной форме.) Определите траекторию при $E \ll B$ в нерелятивистском случае.

24. Вектор-потенциал для однородного магнитного поля.
а) Покажите, что однородное магнитное поле $\mathbf{B}$, направленное по оси z, может быть описано векторным потенциалом $\mathbf{A} = (0, Bx, 0)$.
б) Градиентным преобразованием перейдите к потенциалу $\mathbf{A}' = \frac{1}{2}\,[\mathbf{B} \times \mathbf{r}]$.
в) Для обоих потенциалов напишите функцию Гамильтона нерелятивистской частицы в магнитном поле.
г) Какие компоненты импульса сохраняются для одного и другого гамильтонианов?
д) Решите уравнения Гамильтона для частицы в векторном потенциале из пункта **а**.

25.$^{\text{л}}$ Уравнение Гамильтона–Якоби. Для нерелятивистской частицы на плоскости решите уравнение Гамильтона–Якоби и постройте общее решение.
а) Свободная частица в декартовых координатах.
б) Свободная частица в полярных координатах.
в) Частица в центральном потенциале $U(r)$ в полярных координатах.

1-я контрольная:	11.10 — 18.10.2021 г.
2-я контрольная:	29.11 — 06.12.2021 г.