

ТРАДИЦИОННАЯ СТУДЕНЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА МФТИ ПО ФИЗИКЕ

22 марта 2015 г.

1. Прямоугольный ящик с квадратным основанием (сторона квадрата a) и высотой $b = 0,707a \simeq \frac{a}{\sqrt{2}}$ изготовлен из тонких однородных пластин. Масса каждой из боковых стенок m , а масса основания, равная массе крышки $m' = 6m$. Ящик произвольным образом насаживают на горизонтальную ось, вокруг которой он может вращаться без трения. Найдите, какой может быть минимальная приведённая длина такого физического маятника. (*Ю. Верёвочкин*)
2. На вершине гладкой сферической поверхности радиуса R закреплён конец однородной цепочки длиной $l = \frac{1}{4}R$ и массой m . Верхний конец цепочки освобождают и она начинает свободно скользить по поверхности сферы. Найдите наибольшую величину силы натяжения в цепочке сразу после её освобождения. (*В.И. Плис*)
3. Два горизонтальных диска радиуса R разделены слоем жидкости толщиной $h \ll R$ с большой вязкостью η . Диски начинают сближаться под действием силы F , нормальной к их поверхности. Определить время, за которое зазор между дисками изменится от величины h до $h/2$. (*Э.В. Прут*)
4. Кварцевый реактор продувается сверхчистым аргоном, который выходит из реактора в атмосферу через тонкую трубочку диаметром 4 мм. При этом установившееся парциальное давление азота внутри реактора составляет 6 торр. Какое парциальное давление азота установится внутри реактора, если длину трубочки увеличить вдвое при том же объёмном расходе аргона? Давление аргона внутри реактора незначительно превосходит атмосферное, температура газов внутри реактора, внутри трубочки и снаружи реактора одна и та же. Концентрация азота в атмосфере 80%. (*Г. Фёдоров*)
5. В переохлаждённом расплаве, имеющем температуру $T_0 < T_k$ (T_k — температура равновесия твёрдой и жидкой фаз), растёт сферический кристалл. Определить, как зависит от времени радиус кристалла $\rho(t)$ и температура на границе кристаллизации $T(\rho)$. Скрытая теплота кристаллизации на единицу массы равна Q_0 . Теплопроводность, удельная теплоёмкость, плотность равны λ , c , γ соответственно; их можно считать одинаковыми для обеих фаз.
Примечание. Так как процесс кристаллизации весьма медленный, то температурное поле можно определять из стационарного уравнения теплопроводности. Скорость изменения радиуса ρ сферического кристалла описывается уравнением $\frac{d\rho}{dt} = K \cdot (T_k - T(\rho))$, где K — константа скорости роста кристалла. (*Э.В. Прут*)
6. При разработке мощных лазеров мегаваттного или мегаджоульного уровня возникает проблема измерения их выходной энергии, так как серийные измерительные приборы не рассчитаны на такое мощное излучение. В одной лаборатории для экспресс-измерения выходной энергии лазера применили баллистический маятник, представляющий собой болванку из титана массой $M = 10$ кг, подвешенную на нитях длиной $L = 1$ м, на плоский торец которой направлялось лазерное излучение. Найти угол α , на который отклонится маятник, если длительность лазерного импульса $\tau = 1$ мс, энергия излучения $W = 200$ кДж, площадь светового пучка, падающего на торец титановой болванки $S = 100$ см², титан поглощает долю $\delta \approx 0,3$ падающего на его поверхность излучения. Атомный вес титана $A = 48$, температура его кипения $T_k = 3287$ °С, количество теплоты, необходимое для нагрева и испарения 1 г титана $Q = 11$ кДж/г. Учтёшь, что при такой плотности мощности и длительности импульса лазерного излучения тепло не успевает распространиться вглубь титановой болванки и практически вся энергия поглощённого лазерного излучения идёт на испарение с поверхности болванки. (*В. Петухов*)
7. В рамках американской программы СОИ рассматривалась космическая пушка, представляющая собой сверхпроводящий соленоид, на оси которого находятся выталкиваемые магнитным полем соленоида небольшие диамагнитные шарики. Каковы зависимости скорости и ускорения такого шарика от пройденного пути, если он стартует из центра соленоида? Оценить скорость и ускорение шарика при выходе из соленоида, а также на большом удалении от него. Шарик изготовлен из специального сорта диамагнетика ($\chi = -0,1$; $\rho = 1$ г/см³). Соленоид имеет длину $l = 1$ м,

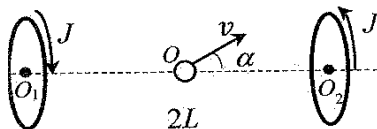
радиус $R = 10$ см и общее число витков $N = 10^7$, по каждому из которых течёт ток $I = 10$ А. (А. Кубышкин)

8. Нобелевская премия по физике за 2004 г. «За открытие явления асимптотической свободы в теории сильных взаимодействий» была присуждена Д.Дж. Гроссу, Х.Д. Политцеру и Ф. Вилчеку. Предлагаемая задача представляет собой одну из простейших механических моделей, позволяющих понять суть указанного явления асимптотической свободы кварков внутри нуклонов атомного ядра (Ф. Вилчек).

Некоторое тело может двигаться, находясь внутри ограниченной замкнутой области. Его потенциальная энергия $U(r)$ является сферически-симметричной, а радиальный импульс описывается выражением: $m(r, \dot{r}) \cdot \dot{r}$, где «масса» $m(r, \dot{r})$ является однородной функцией первой степени по её скорости \dot{r} . Установить условия, при которых движение тела внутри данной области представляет собой свободное движение.

Примечание. Функция $f(z, y, x, \dots)$ называется однородной степени k относительно x , если $x \cdot \frac{\partial f(z, y, x, \dots)}{\partial x} = k \cdot f(z, y, x, \dots)$. (В.Г. Жотиков)

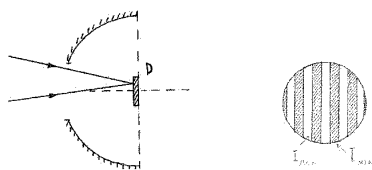
9. Два одинаковых витка O_1 и O_2 расположены соосно и симметрично относительно точки O (см. рисунок). Расстояние между центрами витков $2L$, радиус витков $R \ll L$. В витках текут токи J , одинаковые по величине и обратные по направлению.



Маленькой сверхпроводящей сфере массы m и радиуса $a \ll R$ сообщают небольшую скорость v , направленную под углом α к оси симметрии O_1-O_2 .

Найдите: 1) траекторию сверхпроводящей сферы; 2) максимальное удаление сверхпроводящей сферы от точки O во время её движения. (Ю. Филатов)

10. Рассмотрите интерференционную картину, которая получится на экране от четырёх маленьких отверстий, сделанных по углам небольшого квадрата. Считать, что экран находится на значительном расстоянии от отверстий и падающая на отверстия волна плоская. (П.Л. Капица)
11. На рисунке изображён детектор D инфракрасного излучения (авторское свидетельство СССР №1528191; фокусирующая оптическая система не показана). Для уменьшения фоновой тепловой засветки сторона крышки, обращённая к детектору, посеребрена и выполнена в виде полусферы.



Оцените, во сколько раз может ухудшиться видность изображения ряда однородных полосок (на рисунке справа), если детектор немного сдвинуть из центра полусферы вдоль оптической оси. Тепловым излучением посеребрённой поверхности пренебречь. (М. Савров, А. Савров)

12. Известное соотношение неопределённости $\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$, применённое к часам, означает, что погрешность измерения времени Δt тем меньше, чем больше затраченная в акте измерения энергия ΔE (за точность надо платить!). Найти максимальное время T_{\max} , для которого повторное (через время, не большее T_{\max}) измерение времени теми же часами (с массой M и начальной неопределённостью положения Δx) будет иметь практически ту же неопределённость Δt (неравенство Е. Вигнера).

Подсказка. Исходить из того, что неопределённость положения часов к моменту повторного измерения не должна значительно превышать исходную неопределённость. (Е.З. Мейлихов)