УДК 519.86

А. К. Скиба, А. Н. Соломатин, В. Р. Хачатуров

Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН

Себестоимость добычи в модели газового месторождения: исследование и применение

Исследуется непрерывная динамическая модель газового месторождения с взаимовлияющими скважинами. Основным критерием разработки газового месторождения является минимальная себестоимость добычи газа. Устанавливается зависимость минимальной себестоимости от горизонта планирования. Рассматриваются проекты разработок двух месторождений, из которых необходимо выбрать одно с наименьшей себестоимостью для последующего освоения, причем пересмотр выбора в дальнейшем невозможен. Решается задача о правильности сделанного выбора для различных значений горизонта планирования. Найдены условия, при которых выбор был сделан правильно и при которых он был ошибочным.

Ключевые слова: непрерывная динамическая модель, модель газового месторождения, себестоимость добычи газа, постоянные и переменные затраты, минимизация себестоимости, проект разработки.

A. K. Skiba, A. N. Solomatin, V. R. Khachaturov

Federal Research Center «Computer Science and Control» of the Russian Academy of Sciences

Prime cost of production in the model of the gas field: research and application

The continuous dynamic model of a gas field with mutually influencing wells is investigated. The main criterion for development of the gas field is a minimum prime cost of gas production. The dependence of a minimum prime cost on the planning horizon is established. We consider projects of the development of two fields of which it is necessary to choose one with the smallest prime cost for the subsequent development, and revision of the choice is further impossible. The problem of the correctness of the made choice for various values of the planning horizon is solved. We find conditions such that the choice is made correctly and such that it is erroneous.

Key words: continuous dynamic model, gas field model, prime cost of gas production, constant and variable expenses, minimization of prime cost, a project of development.

1. Введение

В отделе Методов проектирования развивающихся систем ФИЦ ИУ РАН на протяжении многих лет ведутся работы по динамическому планированию разработки нефтяных, газовых и газоконденсатных месторождений как для одного месторождения, так и для группы в целом [1–3]. С учетом современных основ эксплуатации газовых месторождений [4] на основе имитационной модели группы газовых месторождений была разработана и внедрена Система планирования добычи газа, которая широко использовалась при расчетах для месторождений Западной и Восточной Сибири. Система позволяет на заранее заданном временном периоде рассчитывать объемы добычи газа и технико-экономические показатели добычи в динамике по месторождениям. Был разработан ряд оригинальных математических моделей газовых месторождений и решено большое количество задач оптимального управления [5–6]. Одной из них является проблема оптимального экономического роста [7], решение которой основано на предложениях К. Эрроу [8].

Рассмотренные в [7] экономические показатели добычи газа в основном касались прибыли, дохода и других показателей, связанных с рыночной ценой, для чего имеются вполне обоснованные причины. Однако рыночная цена является слабо прогнозируемой экономической величиной даже на небольшом промежутке времени, что явно было продемонстрировано за последние несколько лет. В формулах, описывающих себестоимость, отсутствует рыночная цена,что дает себестоимости значительные преимущества перед другими вышеупомянутыми показателями. Поэтому можно отнести себестоимость к важнейшим экономическим показателям и уделить ей более серьезное внимание.

В последние годы был проведен ряд исследований по оптимизации себестоимости в смежных областях. Например, оптимальное планирование и развитие инфраструктуры для добычи сланцевого газа обсуждалось в [9], а в [10] рассматривалась общая оптимизационная модель для планирования производства и потребления энергоресурсов в различных отраслях промышленности. Повышенный интерес к проблематике себестоимости подтверждает актуальность темы, рассматриваемой в настоящем работе.

2. Исследование себестоимости газового месторождения

Рассмотрим динамическую модель функционирования газового месторождения с взаимовлияющими скважинами [2]. Введём следующие обозначения:

T— горизонт планирования;

N — действующий фонд добывающих скважин;

$\bar{N}$ — общий пробуренный и готовый к эксплуатации фонд добывающих скважин, являющийся естественным ограничением на действующий фонд добывающих скважин;

q — средний дебит добывающих скважин;

V — извлекаемый запас природного газа;

c — стоимость природного газа.

Естественно, что все введенные обозначения являются положительными величинами. Между описанными выше переменными устанавливается взаимосвязь, которую запишем в виде системы дифференциальных уравнений

$$\dot{V} = -Nq, \quad \dot{q} = -\alpha\ Nq, \quad \alpha = \frac{q^0}{V^0} \tag{1}$$

при начальных условиях $V^0 > 0$, $q^0 > 0$. На фонд добывающих скважин накладывается следующее ограничение:

$$0 \le N \le \bar{N}. \tag{2}$$

Предполагается, что $\bar{N} > 0$. Капитальные затраты описываются в виде линейной функции $z + k\bar{N}$, где z и k – постоянные коэффициенты. В настоящей работе рассматриваются две основные характеристики разработки месторождений: себестоимость добытого газа и прибыль, полученная от его реализации. Себестоимость газа определяется здесь как отношение капитальных затрат в период обустройства месторождения к добытому за плановый период объему природного газа:

$$S = \frac{z + k\bar{N}}{\int\limits_0^T qNdt}. \tag{3}$$

Прибыль есть разница между стоимостью всей реализованной продукции и всеми имеющимися издержками:

$$P = c\int\limits_0^T qNdt - z - k\bar{N}. \tag{4}$$

В издержки включены только капитальные затраты, произведенные в предплановый период. Совокупные текущие затраты малы по сравнению с капитальными затратами, поэтому в дальнейшем их учитывать не будем.

Следует обратить внимание на то, что если вместо цены в (4) подставить себестоимость, то прибыль обратится в нуль. Таким образом, введенное понятие себестоимости оправдывает свое название «себестоимость». Однако если в определении прибыли будем учитывать коэффициент дисконтирования, то получаемая прибыль не будет равна нулю.

Проведём следующую замену переменных:

$$N' = \alpha N, \quad \bar{N}' = \alpha \bar{N}, \quad V' = \alpha V = q, \quad z' = \alpha \frac{z}{k}, \quad c' = \frac{c}{k}. \tag{5}$$

При написании указанных переменных штрихи при них в дальнейшем опускаем. Двойное неравенство (2) будем понимать в новых переменных. Перепишем формулы (1), (3) и (4) в более удобной для дальнейшего анализа форме:

$$\dot{q} = -Nq; \tag{6}$$

$$S = k\frac{z + \bar{N}}{\int\limits_0^T qN dt}; \tag{7}$$

$$P = \frac{k}{\alpha}\left(c\int\limits_0^T qN dt - z - \bar{N}\right). \tag{8}$$

Ставятся две задачи оптимального управления: минимизация себестоимости добычи природного газа и максимизации прибыли от его реализации.

Задача 1. *Требуется минимизировать функционал (7) при дифференциальной связи (6), начальном условии $q^0 > 0$ и ограничении на управление (2).*

Задача 2. *Требуется максимизировать функционал (8) при дифференциальной связи (6), начальном условии $q^0 > 0$ и ограничении на управление (2).*

Легко показать, что минимум функционала (7) и максимум функционала (8) достигаются при $N(t) = \bar{N}$ на всем периоде планирования ($t \in [0, T]$). Преобразовав формулы (7) и (8), получим две функции, зависящие от $\bar{N}$ и T:

$$S(\bar{N}, T) = k\frac{z + \bar{N}}{q^0(1 - e^{-\bar{N}T})}; \tag{9}$$

$$P(\bar{N}, T) = \frac{k}{\alpha}\left(cq^0(1 - e^{-\bar{N}T}) - z - \bar{N}\right).$$

Далее найдем минимум функции (9) при фиксированном T. Для этого найдем частную производную функцию (9) по $\bar{N}$ и результат приравняем к нулю. После преобразований получаем следующее уравнение:

$$e^{\bar{N}T} - 1 - \bar{N}T - zT = 0. \tag{10}$$

Обозначим левую часть уравнения (10) через $\Phi(T, \bar{N})$, где T и $\bar{N}$ – положительные переменные. При этом параметр z считаем известной положительной фиксированной величиной. Функция $\Phi(T, \bar{N})$ определена и непрерывна при $T > 0$ и при $\bar{N} > 0$, также данная функция имеет непрерывные частные производные $\partial\Phi/\partial T$ и $\partial\Phi/\partial\bar{N}$ при положительных значениях T и $\bar{N}$, причем $\partial\Phi/\partial\bar{N} = T(e^{\bar{N}T} - 1) > 0$. Легко показать, что для любого $T_0 > 0$ существует единственное $\bar{N}_0 > 0$, при котором $\Phi(T_0, \bar{N}_0) = 0$. Следовательно, по теореме о неявной функции при $T > 0$ существует единственная положительно определенная функция $\bar{N} = \bar{N}^*(T)$, удовлетворяющая уравнению (10).

Подставим функцию $\bar{N}^*(T)$ в уравнение (10). В результате приходим к тождеству

$$e^{\bar{N}^*(T)T} - 1 - \bar{N}^*(T)T - zT = 0. \tag{11}$$

Воспользовавшись последним тождеством, упростим формулу (9):

$$S(\bar{N}^*(T), T) = \frac{k}{q^0 T} e^{\bar{N}^*(T)T}. \tag{12}$$

Интересно исследовать поведение функций $\bar{N}^*(T)T$, $\bar{N}^*(T)$ и $S(\bar{N}^*(T), T)$ в зависимости от параметра $T \in (0, \infty)$. Исследование поведения этих функций будет полезно при решении ниже поставленной задачи.

Докажем последовательно три утверждения.

Утверждение 1. *Функция $\bar{N}^*(T)T$ определена, непрерывна и строго возрастает от 0 до ∞ при $T > 0$.*

Разложим экспоненту в тождестве (11) в ряд Маклорена, и после преобразований получаем следующее двойное неравенство:

$$0 < \bar{N}^*(T)T < \sqrt{2zT}. \tag{13}$$

Устремляя в двойном неравенстве (13) параметр T к нулю, получаем $\lim_{T\to 0}(\bar{N}^*(T)T) = 0$. Продифференцируем обе части тождества (11) по T, и после преобразований получим

$$(\bar{N}^*(T)T)' = \frac{z}{e^{\bar{N}^*(T)T} - 1} > 0. \tag{14}$$

Это означает, что функция $\bar{N}^*(T)T$ строго возрастает. Из тождества (11) вытекает следующий результат: $\lim_{T\to\infty}(\bar{N}^*(T)T) = \infty$. Утверждение 1 доказано.

Утверждение 2. *Функция $\bar{N}^*(T)$ определена, непрерывна и строго убывает от ∞ до 0 при $T > 0$.*

Разделив обе части тождества (11) на T, продифференцируем его по параметру T. После преобразований получаем

$$(\bar{N}^*(T))' = \frac{e^{\bar{N}^*(T)T} - 1 - \bar{N}^*(T)Te^{\bar{N}^*(T)T}}{T^2(e^{\bar{N}^*(T)T} - 1)}. \tag{15}$$

Знаменатель дроби функции (15) положителен при $T > 0$. Покажем, что числитель этой дроби отрицателен при тех же значениях T. Числитель дроби равен нулю при $T = 0$. Продифференцируем числитель дроби по параметру T. В результате с учетом утверждения 1 при $T > 0$ получаем

$$-\bar{N}^*(T)Te^{\bar{N}^*(T)T}(\bar{N}^*(T)T)' < 0.$$

Следовательно, числитель не обращается в нуль на интервале $T \in (0, \infty)$ при $T > 0$ и он отрицателен. Значит, функция $\bar{N}^*(T)$ строго убывает. Разделим все части двойного неравенства (13) на T:

$$0 < \bar{N}^*(T) < \sqrt{\frac{2z}{T}}.$$

Перейдя к пределу при $T \to \infty$, приходим к следующему результату: $\lim_{T\to\infty} \bar{N}^*(T) = 0$.

Разложим функцию $e^{\bar{N}^*(T)T}$ по формуле Маклорена 2-го порядка с остаточным членом в форме Пеано, и разложение подставим в тождество (11). В результате получаем

$$\frac{(\bar{N}^*(T)T)^2}{2} + o(\bar{N}^*(T)T)^2 - zT = 0. \tag{16}$$

Разделим обе части тождества (16) на $\frac{(\bar{N}^*(T)T)^2}{2}$ и, учитывая $\lim_{T\to 0}(\bar{N}^*(T)T) = 0$, перейдем к пределу при $T \to 0$:

$$1 - \lim_{T\to 0}\left(\frac{2z}{(\bar{N}^*(T))^2 T}\right) = 0.$$

В результате получаем $\lim_{T\to 0} \bar{N}^*(T) = \infty$. Утверждение 2 доказано.

Утверждение 3. *Функция $S(\bar{N}^*(T), T)$, описывающая себестоимость добычи газа, определена, непрерывна и строго убывает от ∞ до $\frac{kz}{q^0}$ при $T > 0$.*

Подставим функцию $\bar{N}^*(T)$ в функцию (9). Далее продифференцируем функцию $S(\bar{N}^*(T), T)$ по параметру T и, воспользовавшись соотношением (10), получим

$$(S(\bar{N}^*(T), T))' = -k\bar{N}^*(T)e^{-\bar{N}^*(T)T} \frac{z + \bar{N}^*(T)}{q^0(1 - e^{-\bar{N}^*(T)T})^2} < 0.$$

Следовательно, функция $S(\bar{N}^*(T), T)$ строго убывает при $T > 0$. Воспользовавшись утверждениями 1 и 2, вычисляем пределы:

$$\lim_{T\to 0} S(\bar{N}^*(T), T) = k\frac{z + \bar{N}^*(T)}{q^0(1 - e^{-\bar{N}^*(T)T})} = \infty;$$

.

$$\lim_{T\to\infty} S(\bar{N}^*(T), T) = k\frac{z + \bar{N}^*(T)}{q^0(1 - e^{-\bar{N}^*(T)T})} = k\frac{z}{q^0}.$$

Утверждение 3 доказано.

Теперь перейдем к основной части настоящей работы.

3. Сравнительный анализ себестоимости двух газовых месторождений

Предположим, что имеются два газовых месторождения, из которых необходимо выбрать одно для последующей разработки и добычи газа в течение периода планирования T_0. Основным критерием выбора для конкурсной комиссии является минимум себестоимости продукции, который определяется на основании предоставленных проектов разработки и обустройства месторождений. Решение конкурсной комиссии является окончательным и пересмотру не подлежит. Выбор конкретного месторождения для осуществления добычи может быть обусловлен и другими причинами. К ним, например, можно отнести возможность подведения газопровода только к одному из двух месторождений.

Очевидно, что в данной ситуации каждый из собственников месторождений желает победить в конкурсе. Поэтому на каждом месторождении с учетом периода планирования T_0 минимизируется себестоимость продукции, что определяет тем самым величину фонда добывающих скважин $\bar{N}^*(T_0)$. В этой связи ставится естественный вопрос о правильности сделанного выбора: что будет, если вдруг в будущем период планирования изменится с величины T_0 на другое значение T?

Тогда возникает следующая задача. На основании имеющихся данных проекты разработок пересчитываются. Если выбор был сделан правильно, то к конкурсной комиссии нет вопросов. Если выбор сделан неправильно, то возникает конфликтная ситуация вплоть до судебных разбирательств.

Таким образом, на основе нового значения периода планирования T создается новый проект обустройства, в основе которого лежит задача минимизации себестоимости, и определяется другая величина фонда добывающих скважин $\bar{N}^*(T)$. Себестоимость в этом случае описывается функцией $S(\bar{N}^*(T), T)$.

Задача 3. *Даны пять положительных чисел $\bar{N}_1^*(T_0)$, $S_1(\bar{N}_1^*(T_0), T_0)$, $\bar{N}_2^*(T_0)$, $S_2(\bar{N}_2^*(T_0), T_0)$ и T_0. Первые два числа относятся к первому месторождению, а последующие два числа – ко второму месторождению. Последнее число является периодом планирования добычи газа. Предполагается выполнение неравенства*

$$S_1(\bar{N}_1^*(T_0), T_0) < S_2(\bar{N}_2^*(T_0), T_0). \tag{17}$$

Необходимо найти такие значения T, при которых неравенство

$$S_1(\bar{N}_1^*(T), T) < S_2(\bar{N}_2^*(T), T)$$

выполняется, и такие значения T, при которых оно не выполняется.

Согласно (12), значения себестоимости рассчитываются по формулам

$$S_i(\bar{N}_i^*(T), T) = \frac{k_i}{q_i^0 T} e^{\bar{N}_i^*(T)T}, \qquad i = 1, 2.$$

Переменные с индексом $i = 1$ относятся к первому месторождению, а с индексом $i = 2$ – ко второму месторождению. На основании исходных данных определяем конкретные значения двух чисел:

$$b_i = S_i(\bar{N}_i^*(T_0), T_0) T_0 e^{-\bar{N}_i^*(T_0)T_0}, \qquad i = 1, 2.$$

Тогда себестоимости вычисляются по формулам

$$S_i(\bar{N}_i^*(T), T) = \frac{b_i}{T} e^{\bar{N}_i^*(T)T}, \qquad i = 1, 2. \tag{18}$$

Разделив себестоимости (18) друг на друга, введем обозначение, которое в дальнейшем будем называть отношением себестоимостей $R^*(T)$:

$$R^*(T) = \frac{S_2(\bar{N}_2^*(T), T)}{S_1(\bar{N}_1^*(T), T)} = \frac{b_2}{b_1} e^{\bar{N}_2^*(T)T - \bar{N}_1^*(T)T}.$$

Используя новое обозначение, из неравенства (17) получаем ограничение на значение функции $R^*(T)$ в точке T_0:

$$1 < R^*(T_0) = \frac{S_2(\bar{N}_2^*(T_0), T_0)}{S_1(\bar{N}_1^*(T_0), T_0)} = \frac{b_2}{b_1} e^{\bar{N}_2^*(T_0)T_0 - \bar{N}_1^*(T_0)T_0}. \tag{19}$$

Перепишем тождество (11) для двух значений z:

$$e^{\bar{N}_i^*(T)T} - 1 - \bar{N}_i^*(T)T - z_i T = 0, \qquad i = 1, 2. \tag{20}$$

Конкретные числовые значения параметров z_1 и z_2 можно определить из исходных данных по формулам

$$z_i = \frac{e^{\bar{N}_i^*(T_0)T_0} - 1 - \bar{N}_i^*(T_0)T_0}{T_0}, \qquad i = 1, 2. \tag{21}$$

Справедливо следующее утверждение.

Утверждение 4. *Для каждого $T > 0$ б**о**льшему значению z соответствует б**о**льшее значение $\bar{N}^*(T)$.*

Из тождества (20) при $i = 2$ вычтем тождество (20) при $i = 1$. После элементарных преобразований в предположении, что $z_2 > z_1$, приходим к неравенству

$$e^{\bar{N}_2^*(T)T} - \bar{N}_2^*(T)T - e^{\bar{N}_1^*(T)T} + \bar{N}_1^*(T)T = (z_2 - z_1)T > 0.$$

Учитывая то, что функция $e^x - x$ возрастает в зависимости от своего положительного аргумента, получаем $\bar{N}_2^*(T)T > \bar{N}_1^*(T)T$. Отсюда $\bar{N}_2^*(T) > \bar{N}_1^*(T)$. Если же $z_1 > z_2$, то $\bar{N}_1^*(T) > \bar{N}_2^*(T)$. Утверждение 4 доказано.

Следующее утверждение вытекает из предыдущего.

Утверждение 5. *Если $\bar{N}_1^*(T_0) < \bar{N}_2^*(T_0)$, то $\bar{N}_1^*(T) < \bar{N}_2^*(T)$ при $T > 0$, и если $\bar{N}_1^*(T_0) > \bar{N}_2^*(T_0)$, то $\bar{N}_1^*(T) > \bar{N}_2^*(T)$ при $T > 0$.*

Утверждение 6. *Функция $f(x) = \frac{x}{e^x - 1}$ убывает на интервале $(0, \infty)$ от 1 до 0.*

Продифференцируем функцию $f(x)$. В результате получим

$$f'(x) = \frac{e^x(1-x) - 1}{(e^x - 1)^2}. \tag{22}$$

Знаменатель дроби (22) при $x > 0$ положителен. Покажем, что числитель при $x > 0$ отрицателен. При $x = 0$ числитель дроби (22) равен нулю. Продифференцируем числитель дроби. В результате получаем $-xe^x$. Следовательно, на интервале $(0, \infty)$ числитель дроби (22) и сама дробь отрицательны, т.е. при $x > 0$ функция $f(x)$ убывает. Используя правило Лопиталя, легко найти предельные значения функции $f(x)$. Утверждение 6 доказано.

Утверждение 7. *Функция $R^*(T)$ монотонно изменяется на интервале $(0, \infty)$ от $\frac{b_2}{b_1}$ до $\frac{b_2 z_2}{b_1 z_1}$. Она строго возрастает при $\bar{N}_1^*(T_0) < \bar{N}_2^*(T_0)$ и строго убывает при $\bar{N}_1^*(T_0) > \bar{N}_2^*(T_0)$.*

Далее будем исследовать функцию

$$f(T) = e^{\bar{N}_2^*(T)T - \bar{N}_1^*(T)T}, \tag{23}$$

которая отличается от $R^*(T)$ на постоянную величину. Продифференцируем функцию $f(T)$:

$$f'(T) = e^{\bar{N}_2^*(T)T - \bar{N}_1^*(T)T}[T(\bar{N}_2^*(T)T)' - T(\bar{N}_1^*(T)T)']/T. \tag{24}$$

Воспользовавшись равенством (14) и тождествами (20), преобразуем выражение в квадратных скобках соотношения (24):

$$T(\bar{N}_2^*(T)T)' - T(\bar{N}_1^*(T)T)' = \frac{z_2 T}{e^{\bar{N}_2^*(T)T} - 1} - \frac{z_1 T}{e^{\bar{N}_1^*(T)T} - 1} =$$

$$= \frac{\bar{N}_1^*(T)T}{e^{\bar{N}_1^*(T)T} - 1} - \frac{\bar{N}_2^*(T)T}{e^{\bar{N}_2^*(T)T} - 1}. \tag{25}$$

Из утверждений 5 и 6 с учетом соотношений (25) и (24) получаем, что при $\bar{N}_1^*(T_0) < \bar{N}_2^*(T_0)$ функция (23) строго возрастает, а при $\bar{N}_1^*(T_0) > \bar{N}_2^*(T_0)$ – строго убывает.

Легко показать справедливость следующих пределов:

$$\lim_{T \to 0} f(T) = 1; \qquad \lim_{T \to \infty} f(T) = \frac{z_2}{z_1}. \tag{26}$$

Следует отметить, что при поиске значения второго предела в (26) использовались пределы

$$\lim_{T \to \infty} \frac{e^{\bar{N}_i^*(T)T}}{T} = z_i \qquad i = 1, 2,$$

которые можно получить из тождеств (20) и утверждений 1 и 2. Утверждение 7 доказано.

Переформулируем задачу 3 в терминах функции $R^*(T)$.

Задача 3'. *В предположении (19) необходимо найти такие значения T, при которых функция $R^*(T)$ больше 1 и при которых она меньше 1.*

Легко показать, что из исходного предположения (19), числовых значений параметров (21), утверждений 4, 5 и 7 вытекает теорема 1, которая является решением задачи 3.

Теорема 1.

Случай 1. Пусть $\bar{N}_1^*(T_0) < \bar{N}_2^*(T_0)$. В этом случае $\frac{z_2}{z_1} > 1$ и $\frac{b_2 z_2}{b_1 z_1} > 1$, тогда:

а) функция $R^*(T)$ строго возрастает на интервале $(0, \infty)$ от $\frac{b_2}{b_1}$ до $\frac{b_2 z_2}{b_1 z_1}$;

б) если $\frac{b_2}{b_1} < 1$, то существует единственное положительное число T_2^*, меньшее T_0, такое, что $R^*(T) = 1$, причем при $T > T_2^*$ выполняется неравенство $R^*(T) > 1$, а при $0 < T \leq T_2^*$ оно не выполняется;

в) если $\frac{b_2}{b_1} \geq 1$, то неравенство $R^*(T) > 1$ выполняется при всех положительных значениях T.

Случай 2. Пусть $\bar{N}_1^*(T_0) > \bar{N}_2^*(T_0)$. В этом случае $\frac{z_2}{z_1} < 1$ и $\frac{b_2}{b_1} > 1$, тогда:

а) функция $R^*(T)$ строго убывает на интервале $(0, \infty)$ от $\frac{b_2}{b_1}$ до $\frac{b_2 z_2}{b_1 z_1}$;

б) если $\frac{b_2 z_2}{b_1 z_1} < 1$ *, то существует единственное положительное число* T_2^**, большее* T_0*, такое, что выполняется неравенство* $R^*(T) = 1$*, причем при* $0 < T < T_2^*$ *выполняется неравенство* $R^*(T) > 1$*, а при* $T \geq T_2^*$ *оно не выполняется;*

в) если $\frac{b_2 z_2}{b_1 z_1} \geq 1$*, то неравенство* $R^*(T) > 1$ *выполняется при всех положительных значениях* T*.*

Случай 3. Пусть $\bar{N}_1^*(T_0) = \bar{N}_2^*(T_0)$*. В этом случае* $\frac{z_2}{z_1} = 1$ *и* $\frac{b_2}{b_1} > 1$*, тогда:*

а) функция $R^*(T)$ *на интервале* $(0, \infty)$ *принимает постоянное значение, равное* $\frac{b_2}{b_1}$*;*

б) выполняется неравенство $R^*(T) > 1$ *при всех положительных значениях* T*.*

4. Заключение

В настоящей работе мы рассмотрели непрерывную динамическую модель газового месторождения. В рамках модели были выписаны формулы для расчета прибыли и себестоимости добычи газа. Прибыль считается самым важным экономическим показателем, только прибыль может полностью отражать уровень эффективности деятельности любого предприятия. Однако, в отличие от себестоимости добычи, цена на газ (которая включена в расчеты прибыли) представляет собой слабо прогнозируемое динамическое значение. Этот факт значительно усложняет прогноз совокупной прибыли. Себестоимость определяется как отношение капитальных затрат при строительстве месторождения к объему природного газа, добываемого в плановый период. Капитальные затраты описываются как линейная функция одной переменной с постоянной и переменной частями, причем переменная часть определяется фондом добывающих скважин.

Совокупная величина добычи газа зависит от величины горизонта планирования. Для каждого значения горизонта планирования мы находим минимальную себестоимость добычи газа и однозначно определяем стоимость фонда добывающих скважин. Было доказано, что оптимальное значение фонда добывающих скважин с изменением горизонта планирования строго убывает от бесконечности до нуля. При этом минимальное значение себестоимости добычи газа строго убывает от бесконечности до некоторого положительного значения. Эти свойства фонда добывающих скважин и себестоимости добычи газа не противоречат основному свойству модели – в течение бесконечного времени весь запас природного газа может быть полностью извлечен одной скважиной.

Полученные результаты позволяют принимать правильные решения в следующей ситуации. В конкурсе на разработку участвуют два месторождения; для разработки выбирается одно их них с наименьшей себестоимостью добычи газа, причем пересмотр выбора невозможен. В дальнейшем период планирования изменяется, происходит перерасчет себестоимостей и других показателей для каждого месторождения. Возникает вопрос: правильным ли был сделанный выбор? В случае отрицательного ответа возникает конфликтная ситуация со всеми вытекающими последствиями.

Литература

1. *Маргулов Р.Д., Хачатуров В.Р., Федосеев А.В.* Системный анализ в перспективном планировании добычи газа. М.: Недра, 1992.

2. *Хачатуров В.Р., Соломатин А.Н., Злотов А.В.* [*и др.*]. Планирование и проектирование освоения нефтегазодобывающих регионов и месторождений: Математические модели, методы, применение / под ред. В.Р. Хачатурова. М.: УРСС: ЛЕНАНД, 2015.

3. *Хачатуров В.Р., Соломатин А.Н., Скиба А.К.* Моделирование разработки газовых месторождений // Труды МФТИ. 2017. Т. 9, № 3. С. 162–171.

4. *Вяхирев Р.И., Коротаев Ю.П., Кабанов Н.И.* Теория и опыт добычи газа. М.: Недра, 1998.

5. *Крюков В.А., Скиба А.К., Федосеев А.В.* Задачи оптимального управления разработкой газоконденсатного месторождения. М.: ВЦ АН СССР, 1990.

6. *Скиба А.К.* Принцип максимума в задаче максимизации дохода для модели газового месторождения // Вестник РУДН. Серия Математика. Информатика. Физика. 2009. № 1. С. 14–22.

7. *Skiba A.K.* Optimal growth with a convex-concave production function // Econometrica. 1978. V. 46, N 3. P. 527–539.

8. *Эрроу К.* Применение теории управления к экономическому росту / Матем. экономика. М.: Мир, 1974. С. 7–45.

9. *Arredondo-Ramirez K., Ponce-Ortega J.M., El-Halwagi M.M.* A Optimal planning and infrastructure development for shale gas production // Energy Conversion and Management. 2016. 119. P. 91–100.

10. *Elsholkami M., Elkamel A.* General optimization model for the energy planning of industries including renewable energy: A case study on oil sands // AIChE Journal. 2017. 2(63). P. 610–638.

References

1. *Margulov R.D., Khachaturov V.R., Fedoseyev A.V.* The system analysis in advance planning of gas production. M.: Nedra, 1992. (in Russian).

2. *Khachaturov V.R., Solomatin A.N., Zlotov A.V., et al.*, Planning and design of development of oil and gas extraction regions and fields: Mathematical models, methods, application. Ed. by V.R. Khachaturov. M.: URSS: LENAND, 2015. (in Russian).

3. *Khachaturov V.R, Solomatin A.N., Skiba A.K.* Modeling of gas fields development. Proceedings of MIPT. 2017. V. 9, N 3. P. 162–171. (in Russian).

4. *Vyakhirev R.I., Korotaev Y.P., Kabanov N.I.* Theory and experience of gas production. M.: Nedra, 1998. (in Russian).

5. *Kryukov V. A., Skiba A.K., Fedoseyev A.V.* Problems of optimal control of the development of the gas-condensate field. M.: CC AS USSR, 1990. (in Russian).

6. *Skiba A.K.* Maximum principle in a problem of income maximization for the model of gas deposit. Bulletin of RUDN. Series Mathematics. Informatics. Physics. 2009. N 1. P. 14–22. (in Russian).

7. *Skiba A.K.* Optimal growth with a convex-concave production function. Econometrica. 1978. V. 46, N 3. P. 527–539.

8. *Arrow K.* The application of control theory to economic growth. Mathematical economics. M.: Mir, 1974. (in Russian).

9. *Arredondo-Ramirez K., Ponce-Ortega J.M., El-Halwagi M.M.* Optimal planning and infrastructure development for shale gas production. Energy Conversion and Management. 2016. 119. P. 91–100.

10. *Elsholkami M., Elkamel A.* General optimization model for the energy planning of industries including renewable energy: A case study on oil sands. AIChE Journal. 2017. 2(63). P. 610–638.

Поступила в редакцию 10.09.2018