

## Заключение по содержанию диссертации

Абызов Адель Наилевич  
(Ф.И.О. члена диссертационного совета)

Гумеров Ренат Нельсонович  
(Ф.И.О. соискателя ученой степени)

Диссертация «Групповые структуры и их приложения в анализе и топологической алгебре», представленная на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.  
(Название диссертации, ученая степень, на которую представлена диссертация, специальность)

Дата защиты: 1 июля 2020 года

Оценка соответствия диссертации требованиям Положения о присуждении ученых степеней кандидата наук, доктора наук в МФТИ (далее - Положение):

### 1. Актуальность тематики диссертации:

В настоящей диссертации изучаются актуальные задачи топологической алгебры, теории банаховых алгебр и теории операторов. Исследована проблема подъема групповой структуры на накрывающее пространство топологической группы. Одним из фундаментальных результатов в этом направлении является теорема Понтрягина о накрывающей группе. В последние десятилетия этой проблемой занимались такие математики, как Григорян, Матиевич, Эда, Кларк, Дыдак и др. В диссертации исследовано строение накрытий компактных связных групп с помощью многочленов Вейрштрасса. В разное время связь многочленов Вейрштрасса с накрытиями топологических пространств исследовалась в работах Хансена, Горина, Лина, Моллера, Петерсена, Бардакова, Веснина и др. Также в диссертации изучаются накрытия  $P$ -адических соленоидов и тесно с ними связанные полугрупповые  $C^*$ -алгебры для полугрупп рациональных чисел.  $P$ -адические соленоиды были изучены в работах многих математиков, например, Вьеториса, ван дер Вардена, ван Данцига, Бинга, Маккорда, Фокса, Юйчэня, Коваррубиа, Харатоника, Матиевич, Богатого, Фролкиной, Вана, Цзяня, Чжэня. Полугрупповые  $C^*$ - алгебры изучались в работах Кобурна, Дугласа, Мерфи, Кунца, Дункана, Патерсона, Ли, Аджи, Лаки, Нилсена, Рэйберна, Ники, Норлинга и др. Все изложенное выше указывает на актуальность тематики диссертации.

### 2. Научная новизна выносимых на защиту результатов:

Первая глава диссертации посвящена теореме, которая является нетривиальным обобщением теоремы Понтрягина о накрывающей группе, и ее приложениям. Доказывается, что всякое конечнолистное накрывающее отображение из связного топологического пространства на компактную группу является с точностью до изоморфизма предельным морфизмом, индуцированным морфизмом обратных систем в категории компактных пространств и их непрерывных отображений (предложение 1.2.2). С помощью этого утверждения и теоремы Понтрягина о накрывающей группе доказывается основной результат первой главы – теорема о накрывающей группе для конечнолистных накрывающих отображений из связных топологических пространств на компактные связные группы. В качестве приложения теоремы о накрывающей группе получены ряд утверждений о структуре конечнолистных накрывающих отображений на компактные связные абелевы группы (теорема 1.4.1, 1.4.2) и критерий существования обобщенных  $k!$ -средних для таких топологических групп (теорема 1.4.3).

Во второй главе изучаются многочлены Вейерштрасса и их связи с накрытиями компактных связных абелевых групп. При этом в этих исследованиях существенно используется теорема о накрывающей группе, установленной диссертантом в первой главе. С помощью теоремы о накрывающей группе доказано, что всякое конечнолистное накрывающее отображение на связную компактную абелеву группу эквивалентно полиномиальному накрывающему отображению (теорема 2.2.1). Таким образом, с помощью многочленов Вейерштрасса получено описание всех конечнолистных накрытий компактных связных абелевых групп. Диссертантом введено понятие многообразия Вейерштрасса, порождаемого конечным семейством многочленов Вейерштрасса над банаховой алгеброй непрерывных функций, определенных на некоторой компактной группе. С помощью этого понятия и теоремы о накрывающей группе доказано, что всякое связное конечнолистное накрытие компактной связной абелевой группы определяется многообразием Вейерштрасса, порождаемым многочленами, коэффициентами которых являются характеры этой группы (теорема 2.3.1).

Третья глава посвящена отображениям  $\mathbb{P}$ -адических соленоидов. С помощью методов первой главы и известных результатов теории накрывающих пространств доказано, что каждое связное накрытие  $\mathbb{P}$ -адического соленоида совпадает с точностью до эквивалентности с отображением возведения в степень элементов этого соленоида (теорема 3.2.3). Получены критерии о существовании обобщенных средних на  $\mathbb{P}$ -адических соленоидах (теоремы 3.4.1, 3.4.3, 3.4.4).

В четвертой главе изучены индуктивные пределы последовательностей алгебр Теплица и предельные эндоморфизмы полугрупповых  $C^*$ -алгебр. Найдены условия, при которых предельные эндоморфизмы таких полугрупповых  $C^*$ -алгебр являются  $*$ -автоморфизмами (теоремы 4.3.1, 4.3.2).

Все результаты, выносимые на защиту, являются новыми.

### 3. Теоретическая и практическая значимость диссертационной работы:

Результаты диссертации могут найти применение в топологической алгебре, в многомерном комплексном анализе, алгебраической топологии, в гармоническом анализе, теории банаховых алгебр, теории операторов. Результаты представляют интерес для специалистов МГУ, МФТИ, ИМ СО РАН, Санкт-Петербургского, Новосибирского, Казанского, Томского и др. университетов.

### 4. Полнота опубликования основных результатов диссертации в рецензируемых научных изданиях в соответствии с требованиями Положения:

По теме диссертации соискателем опубликована 41 работа, из которых 20 статей опубликованы в рецензируемых научных журналах, входящих в списки RSCI, Scopus, WoS. Личный вклад соискателя в совместных статьях указан в автореферате. Таким образом, материалы диссертации опубликованы достаточно полно и соответствуют требованиям Положения.

### 5. Вопросы и замечания (в соответствии с п. 4.13 Положения соискатель отвечает на сформулированные здесь вопросы и замечания на заседании по защите диссертации):

В диссертации теорема о накрывающей группе успешно применяется к изучению строения накрытий  $\mathbb{P}$ -адических соленоидов. Каждый  $\mathbb{P}$ -адический соленоид с точностью до изоморфизма определяется его группой характеров, которая является группой без кручения ранга один. Существенно более сложно устроены группы без кручения ранга два и выше. В связи с этим естественно возникает вопрос о возможности расширения результатов третьей главы на более высокие размерности. Известны ли автору диссертации

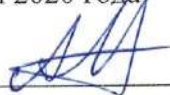
работы в этом направлении? В частности, интересен аналог теоремы 3.2.3 для связанных накрытий обратных пределов торов. В тексте имеются несущественные опечатки, которые не снижают общего положительного впечатления о работе.

6. Общая характеристика диссертации (не включает резюмирующую часть):

Диссертация является законченной научно-исследовательской работой, выполненной на высоком научном уровне. Все результаты диссертации четко сформулированы, являются новыми и снабжены строгими доказательствами. Центральным результатом диссертации можно считать теорему о покрывающей группе, которая играет существенную роль при доказательстве большинства основных результатов диссертации. Автореферат полно и верно отражает содержание диссертации, тематика которой соответствует специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ. Диссертация соответствует требованиям Положения о присуждении ученых степеней кандидата наук, доктора наук в МФТИ.

Дата: 9 июня 2020 года

Подпись



/ Абызов Адель Наилевич

