

Заключение по содержанию диссертации

_____ Верещагин Николай Константинович _____

(Ф.И.О. члена диссертационного совета)

_____ Рухович Филипп Дмитриевич _____

(Ф.И.О. соискателя ученой степени)

Внешние бильярды вне правильных многоугольников: множества полной меры, апериодические точки и множества периодов

(Название диссертации, ученая степень, на которую представлена диссертация, специальность)

представленной на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09 - дискретная математика и математическая кибернетика

Дата защиты 25 декабря 2019 года

Оценка соответствия диссертации требованиям Положения о присуждении ученых степеней кандидата наук, доктора наук в МФТИ (далее - Положение):

1. Актуальность тематики диссертации:
Вопросы, рассмотренные в диссертации, относятся к теории динамических систем. Рассматриваются внешние бильярды, в которых столами являются правильные n -угольники. Случаи $n=3,4,5,6$ были исследованы предыдущими авторами. Частично были исследованы случаи $n=8$ и $n=10$, в последнем случае Бедаридом и Кассенем отмечалась аналогия с пятиугольником. Интересуются обычно наличием непериодических орбит, возможными периодами периодических орбит и мерой множества непериодических точек. Исследования в этой области ведутся с 70х годов прошлого века - в диссертации представлена обширная библиография.
2. Научная новизна выносимых на защиту результатов:
Все результаты диссертации являются новыми. А именно, доказано, что для $n=8,10,12$ апериодические точки есть, но образуют множество нулевой меры (то же самое верно и для множества граничных точек). Кроме того, найдены все возможные периоды периодических орбит.
3. Теоретическая и практическая значимость диссертационной работы:
Нахождение всех возможных периодов периодических орбит для $n=8,10,12$ потребовало от автора необычайно большого объема работы. Даже сами описания этих множеств занимают более страницы текста. В случае 12-угольника пришлось даже использовать компьютер. Это довольно сильные и трудные результаты, значительно продвигающие исследования в этой области. Практическая значимость неочевидна.
4. Полнота опубликования основных результатов диссертации в рецензируемых научных изданиях в соответствии с требованиями Положения:

Результаты диссертации опубликованы в трех статьях в журналах из перечня ВАК (2 статьи в Докладах РАН и одна в Трудах МФТИ). Подробные доказательства

опубликованы в трех статьях в Arxiv.org. Кроме того, имеется популярная статья в журнале Математическое просвещение.

5. Вопросы и замечания (в соответствии с п. 4.13 Положения соискатель отвечает на сформулированные здесь вопросы и замечания на заседании по защите диссертации):
 - 1) В формулировке теоремы 3 имеется описание множества возможных периодов периодических точек для правильного десятиугольника. Описание состоит из объединения двух десятков множеств и занимает 5 строчек текста. В то же время несложно убедиться, что объединение всех этих множеств состоит из всех натуральных чисел, кратных 5. В самом деле, все числа из каждого из этих множеств кратны 5. С другой стороны, в эти множества входят числа 5 , 10 , $10k+15$, $20k+20$ и $20k+30$. Нетрудно убедиться, что любое число, кратное 5, представимо в одном из этих пяти видов. Это упрощение формулировки теоремы 3 наталкивает на мысль, что и её доказательство можно упростить. В самом деле, вероятно несложно для каждого кратного 5 числа указать траекторию с таким периодом. Таким образом, нам остается установить, что любой возможный период кратен 5. В диссертации это устанавливается с помощью набора универсальных лемм (верных для всех правильных многоугольников). Возможно было бы быстрее напрямую доказать искомое утверждение (в случае десятиугольника).
 - 2) Вообще, доказательства в работе выглядят переусложненными. Количество вспомогательных понятий и лемм измеряется десятками (последняя лемма имеет номер 104). Такие доказательства трудно проверять. Можно надеяться, что после тщательного изучения доказательств из диссертации специалистами по динамическим системам, они будут упрощены. С другой стороны, возможно, что случае 12-угольника и не существует существенно более простого доказательства правильности описания множества периодов.
 - 3) В списке литературы почему-то отсутствуют ссылки на русскоязычные оригиналы двух статей автора в Докладах РАН (номера 2 и 3), а даны лишь ссылки на английские переводы. Это особенно печально потому, что выходные данные оригинала статьи [3], опубликованной лишь в 2019 году, невозможно найти Гуглопоиском, и поэтому прочитать, что там написано, несмотря на то, что содержание всех выпусков журнала 2019 года есть в открытом доступе. Вызывают также улыбку английские названия статей [5,6,7], написанных на русском языке, что впрочем объяснимо тем, что Arxiv.org не позволяет использовать кириллический алфавит в названиях статей.
6. Общая характеристика диссертации (не включает резолютивную часть):

Я получил удовольствие от чтения введения, в котором интересно написано об истории теории динамических систем. Остальное изложение читать довольно трудно, несмотря на обилие рисунков, иллюстрирующих доказательства. Впрочем, без рисунков читать было бы еще труднее. Результаты диссертации выглядят сильными и являются новыми. Они относятся к активно развивающейся области внутри теории динамических систем.

Дата 5 декабря 2019

Подпись  / Верещагин Николай Константинович

Подпись Н.К. Верещагина удостоверяю.

Декана механико-математического факультета

МГУ им. М.В. Ломоносова, чл.-корр. РАН, профессор



А.И. Шафаревич