

# Введение в физику металлов и сверхпроводимость

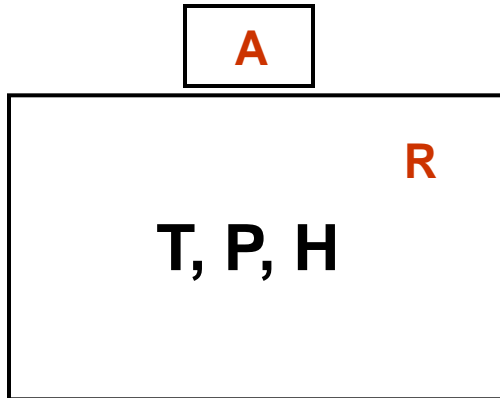
Валерий Владимирович Рязанов

## Лекция 4

**Термодинамика сверхпроводников.  
Новый тип конденсированного состояния.  
Теория Гинзбурга Ландау**

# Введение I

## Свободные энергии Гельмгольца и Гиббса



Изолированная система: **образец** (=малая подсистема) **A**  
+ **резервуар** (=термостат) **R**

с постоянными (т.е. задаваемыми "руками") **T, P и H**.  
Какие бы изменения в **A** не происходили, они не способны изменить параметры (**T, P, H**) термостата.

**Свободная энергия** подсистемы **A**, - часть внутренней энергии, которую можно превратить в работу.

### ЗАКОНЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

Пусть  $\mathcal{W}$  - работа, совершаемая над подсистемой **A**, т.е. **образцом**

**W** - работа, совершаемая подсистемой **A** (**W = - \mathcal{W}**)

**U** - внутренняя энергия подсистемы **A**

Изменение  $dU$  = перенос в систему некоторого количества тепла ( $dQ$ )

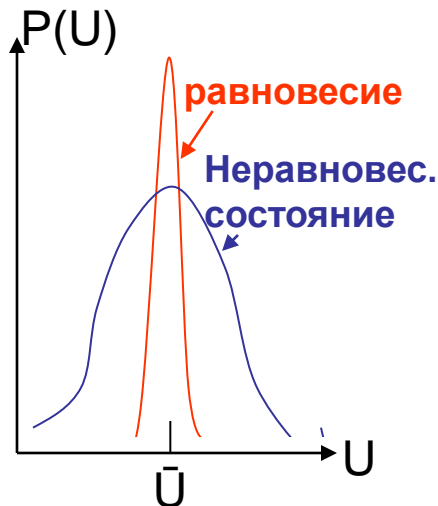
+ совершение над системой работы ( $d\mathcal{W}$ ):  $dU = dQ + d\mathcal{W}$

( $dQ$  - тепло, поступающее из термостата)

$dQ = dU = TdS$  при  $dW = 0$   
в равновесии

$dQ = dU + d\mathcal{W}$  - **первый закон термодинамики** (4.1)

# ТЕПЛОВОЕ РАВНОВЕСИЕ



**Термодинамика** - это усреднение по ансамблю всех ( $i$ ) частиц системы. В **равновесии** все возможные состояния в фазовом пространстве, т.е. различные наборы ( $q_i, p_i$ ) имеют практически одну внутреннюю энергию  $U$ . Распределение  $U$  по ансамблю возможных макросостояний крайне узкое.

$\Omega$ - число микроскопических состояний подсистемы ( $q_i, p_i$ ), имеющих энергию близкую к средней энергии  $\bar{U}$  (энергии макроскопического состояния).

Чем **дальше система от равновесия**, тем меньше число  $\Omega$  наиболее вероятных состояний системы, имеющих данное значение  $\bar{U}$  (соответствующее центру распределения).

**Энтропия  $S$**  макроскопического состояния - величина, пропорциональная логарифму числа микросостояний с энергией  $\bar{U}$ :

$$S = k \ln \Omega(\bar{U}) \quad (4.2). \quad \text{В равновесии энтропия максимальна !}$$

**Температура** - величина, позволяющая описывать тепловое равновесие систем:  
 $1/T = (\partial S / \partial U)_{U=\bar{U}} \quad (4.3)$  (определяется абсолютным числом микросостояний соответствующих данному равновесному макросостоянию)

**Температуры взаимодействующих систем находящихся в равновесии равны**

В любом квазистатическом процессе изменение энтропии связано с поступлением в систему тепла соотношением:  $dS = dQ/T$  - второй закон термодинамики (4.4)

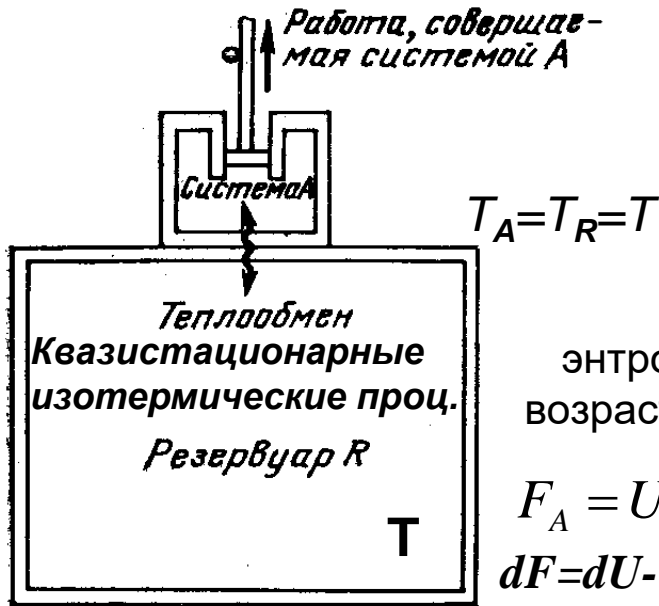
$$\text{Для произвольных процессов: } dS > dQ/T \quad (4.5)$$

# Свободная энергия (квазистатические процессы)

Если работа, совершаемая системой:  $dW=p dV$  ("поршень"), то первый закон термодинамики (см. ур-я 4.1 и 4.4) примет вид:

$$T \frac{dS}{dQ} = \frac{dU + p dV}{dW} \quad (4.6)$$

**Задача:** определить часть внутренней энергии  $U$  образца  $A$ , которая может быть преобразована в работу  $W$  при заданном типе процесса (свободная энергия).



## Свободная энергия Гельмгольца

$$\Delta S = \Delta S_A + \Delta S_R = \Delta S_A - Q_A / T$$

$$\Delta S = \frac{T\Delta S_A - (\Delta U_A + W_A)}{T}$$

$$Q_R = -Q_A$$

I з. термод.

энтропия возрастает  $\Delta S = \frac{\Delta(TS_A - U_A) - W_A}{T} \geq 0$

$$|W_A| \leq |\Delta F_A|$$

$$F_A = U_A - TS_A \quad \text{свободная энергия Гельмгольца} \quad (4.7)$$

$$dF = dU - TdS - SdT; \quad dU = dQ - dW = TdS - dW; \\ dF = -dW - SdT \quad S = -(\partial F / \partial T)_W \quad (4.8)$$

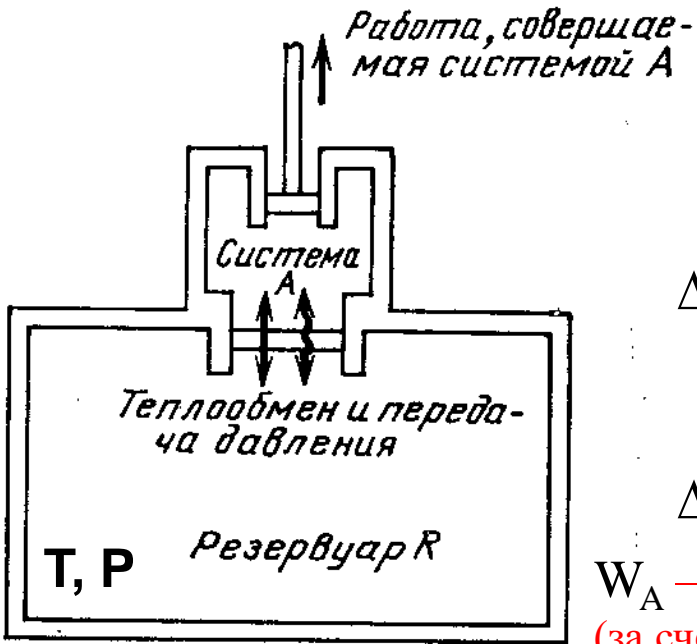
когда резервуар задает только  $T$

$W_A = 0$ , то  $\Delta F_A \leq 0$ . при стремлении к равновесию  $F$  понижается

$\Delta F_A = 0!$   
в равновесии

В равновесии свободная энергия Гельмгольца системы с фиксированной температурой минимальна.

# Свободная энергия Гиббса



резервуар задает  
T и P

Квазистационарные изотермические процессы **при постоянном давлении**:

$$T_A = T_R = T, P_A = P_R = P.$$

$$\Delta S = \Delta S_A + \Delta S_R = \Delta S_A - Q_A / T$$

работа резервуара

$$Q_R = -Q_A$$

$$\Delta S = \frac{T\Delta S_A - (\Delta U_A + P\Delta V_A + W_A)}{T}$$

выделили элемент работы  $P\Delta V_A$ , возникающ. при передаче давления

$W_A$  — совершенная образцом работа (за счет внутренней энергии + передачи давления)

$$\Delta S = \frac{\Delta(TS_A - U_A - PV_A) - W_A}{T} \geq 0$$

$P = \text{const}$

$$G = U - TS + pV - \text{свободная энергия Гиббса} \quad (4.9) \quad |W_A| \leq |\Delta G_A|$$

$$-\Delta G_A - W_A \geq 0$$

$W_A = 0$ , то  $\Delta G_A \leq 0$ . при стремлении к равновесию G понижается

часть внутренней энергии образца A, которая может быть преобразована в работу W

В равновесии свободная энергия Гиббса системы с фиксированной температурой и давлением минимальна.

$$\Delta G_A = 0 !$$

# Введение II. Свободная энергия в магнитном поле. Намагниченность.

Усредним по объему магнетика уравнение Максвелла  $\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{j}$ ,  
учтя *собственные магнитные моменты магнетика как движение "связанных" зарядов*  
с плотностью  $n_{\text{связ}}$ :

$$\frac{1}{\mu_0} \text{rot } \vec{B} = \vec{J}_{\text{трансп}} + \vec{J}_{\text{связ}} = \vec{J} + \langle en_{\text{связ}} \vec{v} \rangle \quad (4.10)$$

Определим *макроскопическую намагниченность*  $\mathbf{M}$  магнетика (магнитный момент единицы объема) как:

$$\text{rot } \mathbf{M} = \langle en_{\text{связ}} \mathbf{v}_{\text{связ}} \rangle = \mathbf{J}_{\text{связ}} \quad (4.11)$$

Тогда ур.(4.10) приобретет вид:

$$\text{rot } [(1/\mu_0)\mathbf{B} - \mathbf{M}] = \mathbf{J} \quad \text{или} \quad \text{rot } \mathbf{H}^* = \mathbf{J}, \quad (4.12)$$

где *макроскопическое поле намагничивания*:

$$\mathbf{H}^* = (1/\mu_0) \mathbf{B} - \mathbf{M} \quad \begin{array}{l} \text{не путать с истинным} \\ \text{микроскопическим полем } \mathbf{H} = (1/\mu_0) \mathbf{B} \end{array} \quad (4.13)$$

В образцах с геометрией протяженной вдоль направления поля (длинных цилиндрах, пластинах и т.д.)  $\mathbf{H}^* = \mathbf{H}_0$  - внешнему приложенному полю.

# Намагниченность сверхпроводящей пластины

В сверхпроводнике диамагнетизм связан с экранирующими токами:

$$\vec{J}_{\text{экp}} = \text{rot } \vec{M}_{\text{экp}} \quad (=dM(x)/dx)$$

Вернемся к сверх. пластине с толщ.  $d$

$$B_z(x) = \mu_0 H_0 \text{ch}(x/\lambda) / \text{ch}(d/2\lambda) \quad \text{yp. (2.7)}$$

$$j_{\text{sy}}(x) = (H_0/\lambda) \text{sh}(x/\lambda) / \text{ch}(d/2\lambda); \quad \text{yp. (2.8)}$$

Намагниченность, созданная токами на расстоянии  $(d/2 - x)$  от поверхности:

$$M(x) = \int_{d/2}^x j(x) dx = H_0 \{ \text{ch}(x/\lambda) / \text{ch}(d/2\lambda) - 1 \} \quad (4.14)$$

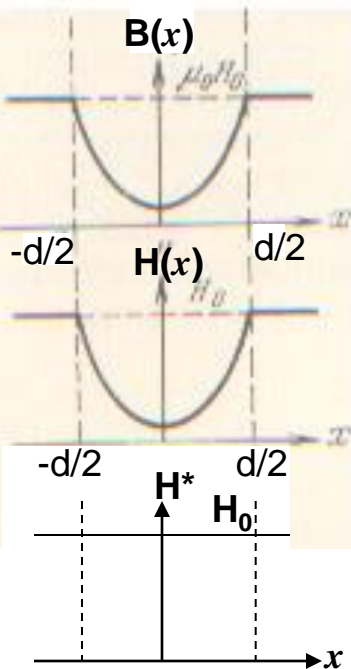
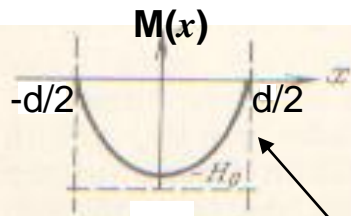
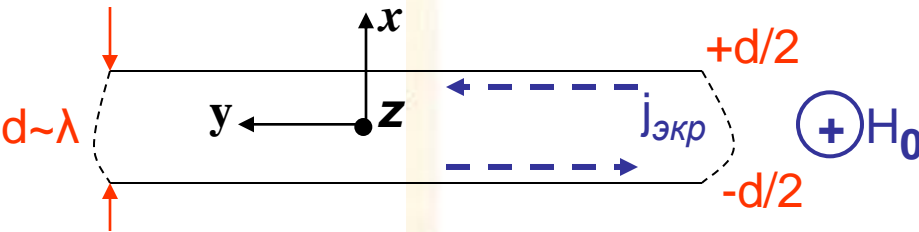
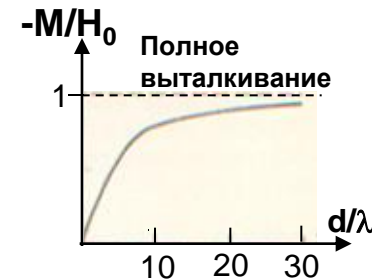
Можно видеть, что **поле намагниченности**  $H^* = (1/\mu_0) B(x) - M(x)$ , действительно, в любой точке равно внешнему полю  $H_0$ .

Средний по объему магнитный момент:

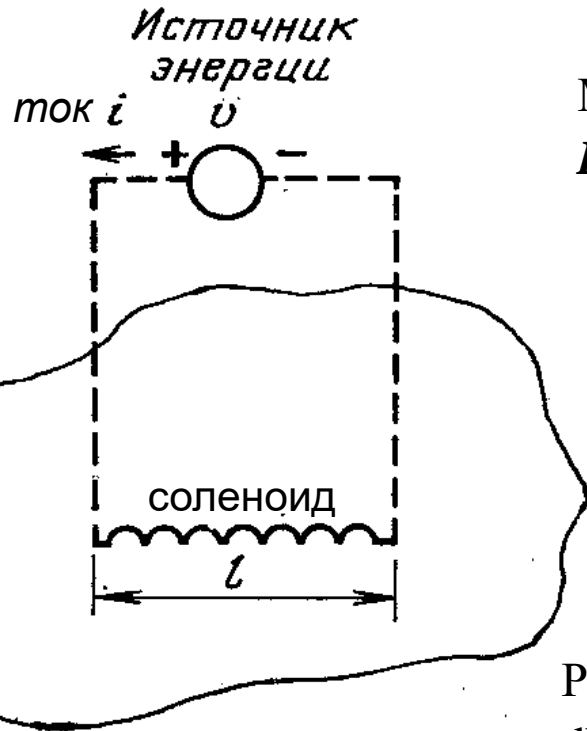
$$M = 2 \int_0^{d/2} M(x) dx = H_0 [(\lambda/d) \text{th}(d/2\lambda) - 1] \quad (4.15)$$

в пределе толстой пластины  $d \gg \lambda$ :

$$\text{th}(d/2\lambda) \rightarrow 1, \lambda/d \rightarrow 0 \quad M = -H_0; B = \mu_0(H^* + M) = 0$$



# Энергия магнетика в магнитном поле.



Магнитное поле соленоида из  $N$  витков с током  $i$ :

$H^* = N i / l = n i$ , где  $n$ - плотность витков (при  $l \gg R$ )

$$i = H^* / n \quad (4.16)$$

$R$ -диаметр соленоида

ЭДС индукции в соленоиде при включении тока  $i$ :

$$\varepsilon = n l (d\Phi / dt) = n S l (dB / dt); \quad S = \pi R^2 - \text{площадь витка}$$

Работа, совершаемая источником тока:

$$dW_{\text{ист}} = i \varepsilon dt = H^* S l dB \quad \text{или} \quad d w_{\text{ист}} = H^* dB \quad \text{на ед. об.}$$

$$d w_{\text{ист}} = \mu_0 H^* d(H^* + M) = \mu_0 d(H^{*2} / 2) + \mu_0 H^* dM$$

$\mu_0 H^{*2} / 2$  - работа на создание магнитного поля  $H^*$

(поля намагничивания)

$$dW_H = - \mu_0 H^* dM - \text{элемент работы} \quad (4.17)$$

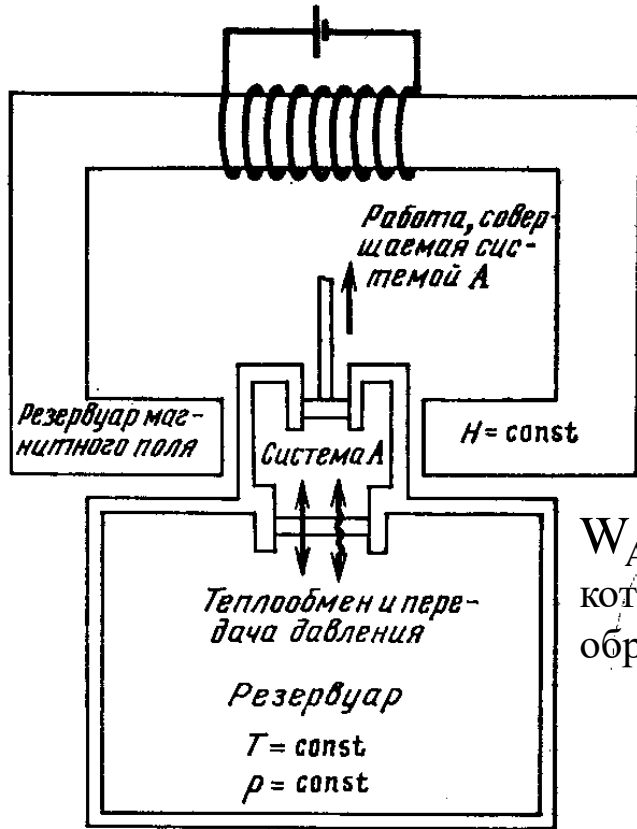
намагничивания магнетика, совершаемой подсистемой

$$dW_H = - H^* dB - \text{элемент работы намагничивания с} \quad (4.18)$$

учетом создания магнитного поля



# Свободная энергия Гиббса в магнитном поле



Квазистационарные изотермические процессы при постоянном давлении и магнитном поле:

$$T_A = T_R = T, P_A = P_R = P, H_R = H.$$

$$\Delta S = \Delta S_A + \Delta S_R = \Delta S_A - Q_A / T$$

$$\Delta S = \frac{T\Delta S_A - (\Delta U_A + P\Delta V_A - H\Delta B + W_A)}{T} \quad \begin{matrix} \text{=} 0, \text{ т.к. } \Delta V=0 \text{ в тв. теле} \\ \text{(см 4.18)} \end{matrix}$$

$W_A$  — оставшаяся работа, которую может совершить образец (маленький поршень)

Выделили элементы работы  $P\Delta V_A$  и  $-H\Delta B$

$$\Delta S = \frac{\Delta(TS_A - U_A + HB) - W_A}{T} \geq 0 \quad \begin{matrix} H = \text{const} \\ W_A = 0, \text{ то } \Delta G_A \leq 0. \end{matrix}$$

$G = U - TS - HB = F - HB$  - свободная энергия Гиббса тв. тела в магнитном поле (4.19)

$$dU = dQ - dW_{\text{полн}} = TdS + HdB - dW; \quad dG = dU - TdS - SdT - HdB - BdH$$

$\geq 0$ , если между А и R нет передачи энергии кроме передачи тепла и энергии магн. поля

$$dG = -SdT - BdH$$

$$S = (dG/dT)_H; \quad B = (dG/dH)_T \quad (4.20)$$

# Фазовые переходы



Образец находится в контакте с термостатом при постоянных  $T, H$  и  $P = P_{\text{atm}}$ . Значит окружение минимума достигает свободная энергия Гиббса:  **$dG=0$  в равновесии !**

Образец содержит  $v_{1,2}$  молей вещества в состоянии 1 или 2 с молярной энергией Гиббса  $g_{m1,2}$ :  $G = v_1 g_{m1} + v_2 g_{m2}$

Сохранение количества вещества:

$$dv_1 = -dv_2$$

$$dG = g_{m1} dv_1 + g_{m2} dv_2 = (g_{m1} - g_{m2}) dv_1 = 0$$

$$\text{Равновесие фаз при } g_{m1} = g_{m2}. \quad (4.21)$$

**Энергии Гиббса двух фаз в точке фазового перехода равны!**

*(В противном случае вещество будет находиться в состоянии с наименьшей энергией Гиббса.)*

# Фазовые переходы I и II рода.

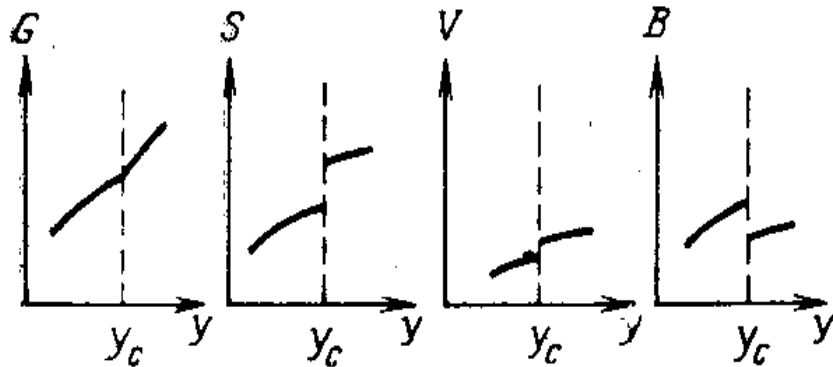
## Переходы I рода

Функция  $G$  – непрерывна, первые производные испытывают скачок.

$$S = -\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_{P,H} \quad (4.22)$$

$$V = \left(\frac{\partial G}{\partial P}\right)_{T,H}$$

$$B = -\left(\frac{\partial G}{\partial H}\right)_{P,T}$$



## Переходы II рода

Функция  $G$  и первые производные – непрерывны, скачок испытывают вторые производные.

**Удельная теплоемкость** испытывает

$$C = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_{H,P} = \frac{T}{V} \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_{H,P} = \frac{T}{V} \left(\frac{\partial^2 G}{\partial T^2}\right)_{H,P}$$

*скачок:*

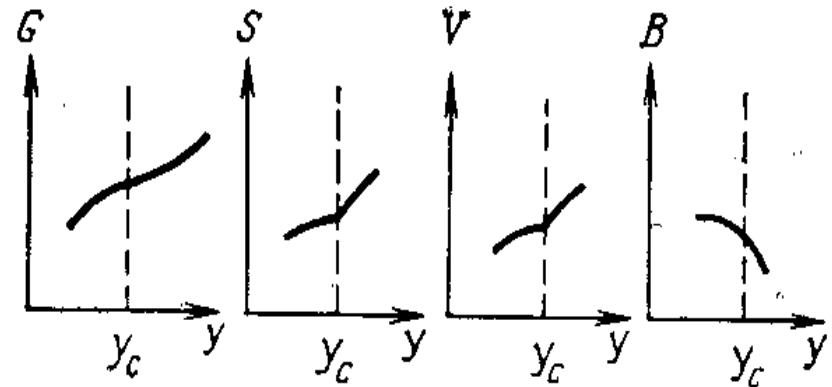
**Скрытая теплота перехода = 0**

$$\Delta Q = T \Delta S \quad (\sim dG/dT) = T(S_1 - S_2) = 0 \rightarrow S_1 = S_2$$

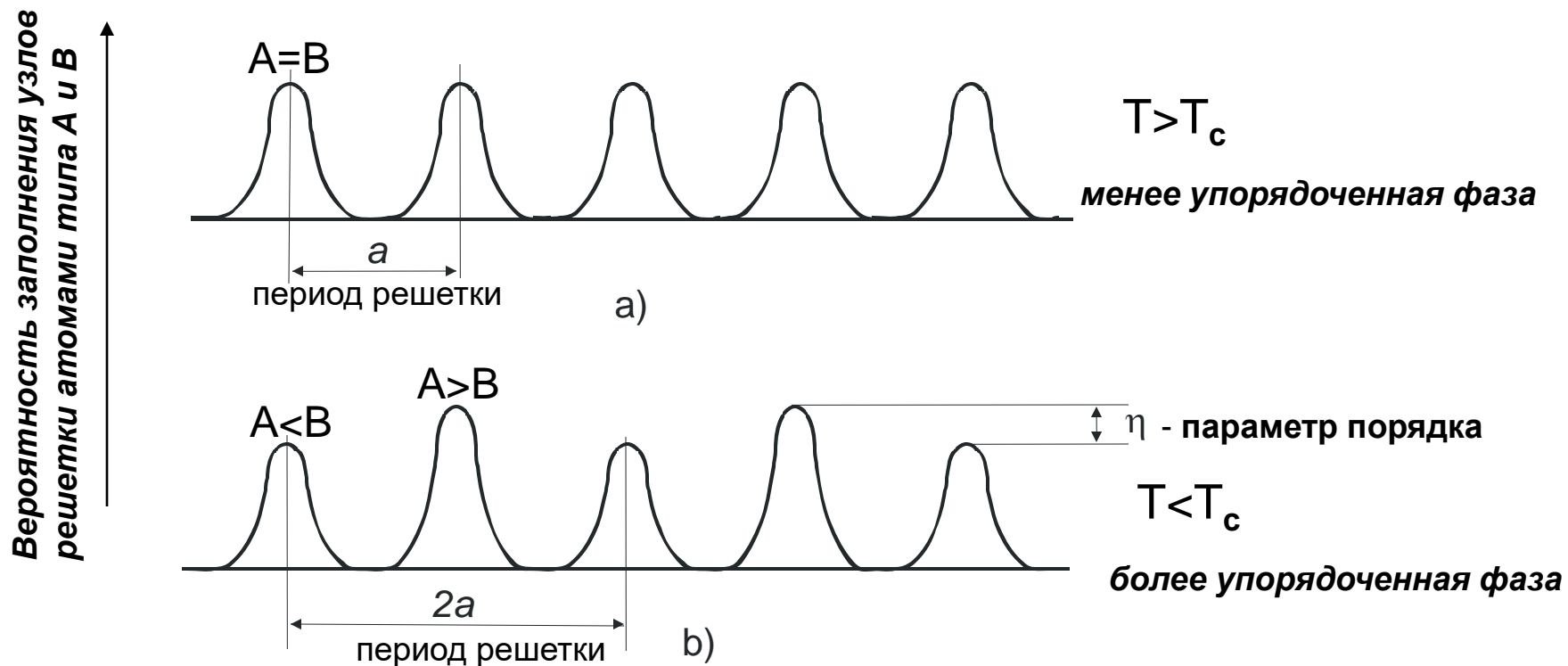
$\begin{matrix} 0 \\ \parallel \end{matrix}$  перв. производ.

(4.23)

**Энтропии равны в точке фазового перехода II рода!**



# Фазовый переход II рода с изменением порядка

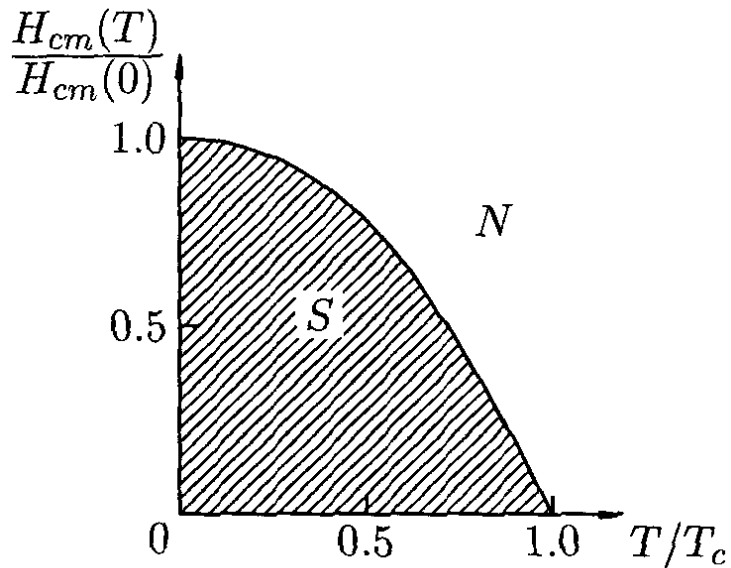


Скачкообразное изменение периода решетки при сколь угодно малом  $\eta$  !

Фазовый переход II рода “порядок-беспорядок” в кристалле

В точке перехода параметр порядка проходит через ноль

# «Термодинамическое» критическое поле массивных сверхпроводников



$$H_{cm}(T) = H_{cm}(0) \left[ 1 - (T/T_c)^2 \right]$$

Эмпирическая формула (4.24)

Будем увеличивать внешнее магнитное поле  $H$  при постоянной температуре.

В сверхпроводнике сохраняется  $\mathbf{B}=\mathbf{0}$ .

$$G = U - TS - \mathbf{H}\mathbf{B} = F - \mathbf{H}\mathbf{B} = F \quad (\text{формально})$$

Значит в равновесном состоянии минимума будет достигать свободная энергия Гельмгольца.

$$dW_{уст} = \mu_0 H_0 dM, \quad \text{намагничивание}$$

диамагнетика

$$B = \mu_0 (H_0 + M) = 0,$$

$$H_0 = -M$$

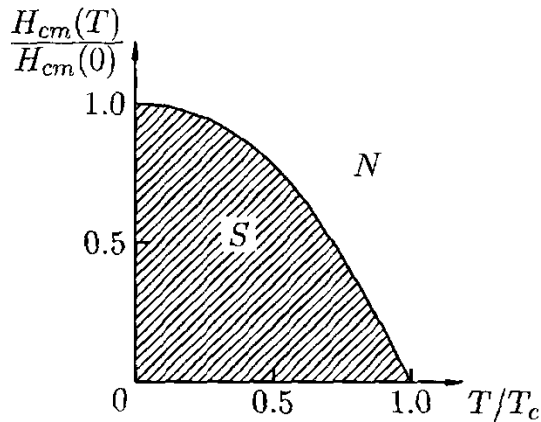
$$W_{уст} = \mu_0 H_0^2 / 2$$

При достижении критического поля  $H_0 = H_{cm}$  свободная энергия нормального состояния равна свободной энергии сверхпроводящего:

$$\text{При } H_0 < H_{cm} \rightarrow F_s < F_n \quad F_n - F_s = \mu_0 H_{cm}^2 / 2. \quad (4.25)$$

Критическое поле массивного материала характеризует выгодность сверхпроводящего состояния по сравнению с нормальным при  $H_0=0$ .

# Энтропия и теплоемкость сверхпроводника в точке перехода $T=T_c$ , $H=0$



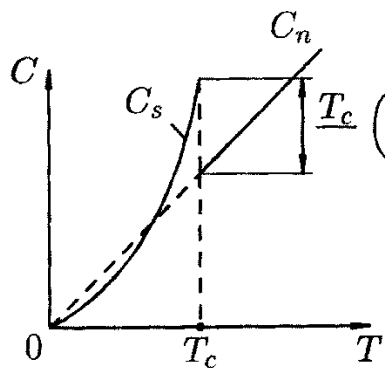
Сверхпроводник находится в только тепловом контакте с термостатом: магнитное поле  $H=0$ .  
 Рассм. переход в сверхпроводящее состояние по температуре при  $T=T_c$ . Можно по-прежнему использовать  $F_n - F_s = \mu_0 H_{cm}^2 / 2$ ,

имея в виду, что  $H_{cm}$  просто характеризует выгодность сверхпроводящего состояния по сравнению с нормальным.

$$dF = -SdT, \quad S = -(\partial F / \partial T)_V \quad \text{из (4.8)} \quad S_n - S_s = -\mu_0 H_{cm} (\partial H_{cm} / \partial T)_V$$

$$H_{cm}(T_c)=0; \quad (\partial H_{cm} / \partial T)_{T_c} < 0 \quad \Rightarrow \quad S_n = S_s \quad \text{при } T=T_c \quad \text{и} \quad S_n > S_s \quad \text{при } T < T_c$$

**Сверхпроводящее состояние более упорядочено ! Фаз переход II рода при  $H=0$  !**



$$C = T(\partial S / \partial T) \Rightarrow C_s - C_n = \mu_0 T \left[ \left( \frac{\partial H_{cm}}{\partial T} \right)^2 + H_{cm} \left( \frac{\partial^2 H_{cm}}{\partial T^2} \right) \right]$$

$$H_{cm}(T_c)=0; \quad (C_s - C_n)_{T_c} = \mu_0 T_c \left( \frac{\partial H_{cm}}{\partial T} \right)_{T_c}^2$$

# Теория Гинзбурга-Ландау

## Сверхпроводящий параметр порядка

Теория ГЛ в отличие от теории Лондонов справедлива для пространственно-неоднородных сверхпроводников с  $n_s(r)$ .

$n_s(\mathbf{r}) = |\Psi|^2(r)$  – параметр порядка, проходящий через ноль при  $T = T_c$ .

Для  $\mathbf{H} = 0$  вблизи  $T_c$  разложим функционал плотности свободной энергии  $f_s(T)$  по малому параметру  $n_s(\mathbf{r}) = |\Psi|^2(r)$ :

$$f_s(T, r) = f_n(T) + \alpha |\Psi|^2(r) + (\beta/2) |\Psi|^4(r) \quad (4.26)$$

$$f_s(T, r) = f_n(T) + \alpha n_s(r) + (\beta/2) n_s^2(r) \quad (4.26a)$$

Найдем невозмущенное значение  $n_{s0}$ , соответствующее равновесному **однородному** состоянию сверхпроводника (минимуму функционала свободной энергии при  $\mathbf{H} = 0$ )

Вариация функционала по  $n_s$  равна нулю:

$$\delta_{n_s} f_s = \alpha + \beta n_{s0} \quad n_{s0} = |\Psi_0|^2 = -\alpha/\beta \quad (4.27)$$

Из ур. (3.25) и (3.24):  $f_{s0}(T) - f_n(T) = -\alpha^2/\beta + (\beta/2) (\alpha/\beta)^2 = -\alpha^2/(2\beta) = -\mu_0 H_{cm}^2(T)/2 \quad (4.28)$

$$H_{cm}^2(T) = \alpha^2(T)/(\mu_0 \beta) = (\beta/\mu_0) |\Psi_0|^4 = (\beta/\mu_0) n_{s0}^2(T) \quad (4.29)$$

$$\beta = \mu_0 H_{cm}^2(T) / |\Psi_0|^4(T) = \mu_0 H_{cm}^2(T) / n_{s0}^2(T) \quad (4.30)$$

# Теория Гинзбурга-Ландау

## Коэффициенты разложения функционала ГЛ

Используя ур. (4.29) и (4.27) выразим коэффициенты разложения функционала ГЛ через экспериментально определяемые параметры  $n_{s0}$  и  $H_{cm}$  и определим их температурные зависимости:

$$\alpha(T) = -\mu_0 H_{cm}^2(T) / |\Psi_0|^2(T) = -\mu_0 H_{cm}^2(T) / n_{s0}(T); \quad (4.31)$$

$$\alpha(T) \sim -(1-T/T_c) < 0; \quad (4.32)$$

$$\beta = \mu_0 H_{cm}^2(T) / |\Psi_0|^4(T) = \mu_0 H_{cm}^2(T) / n_{s0}^2(T); \quad \beta \neq \beta(T); \quad \beta > 0; \quad (4.33)$$

Поскольку температурные зависимости  $n_{s0}$  и  $H_{cm}$  (определенные из экспериментов, см. ур. (2.2) и (4.24)) :

$$n_{s0} = |\Psi_0|^2 \sim 1-(T/T_c)^4 \quad \text{вблизи } T_c \quad n_{s0} \sim [1-(T/T_c)^2] \sim [1-(T/T_c)] \quad (4.34)$$

$$H_{cm} \sim [1-(T/T_c)^2] \quad \text{вблизи } T_c \quad H_{cm} \sim [1-(T/T_c)] \quad (4.35)$$



# Функционал Гинзбурга-Ландау при $H \neq 0$ . Комплексный параметр порядка.

При  $H \neq 0$  должны использовать свободную энергию Гиббса.

Плотность (на ед. объема) энергии Гиббса (ур.(4.19))  $g = f - BH$

$$g_s(r) = f_s - B_s(r)H + W_{кин} \quad (4.36)$$

$W_{кин}$  – *кинетическая энергия сверхпроводящих (экранирующих) токов.*

$$g_n = f_n - B_n H = f_n - \mu_0 H^2/2, \quad (4.37)$$

поскольку элемент работы, создаваемый при включении намагничивающего поля

$$dW = \mathbf{H}d\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}d(\mathbf{H} + \mathbf{M}) = \mu_0 d(\mathbf{H}^2/2) + \mu_0 \mathbf{H}d\mathbf{M}; \quad \mathbf{M} = \mathbf{0} \text{ в норм. сост.}$$

$\mu_0 \mathbf{H}^2/2 = \mathbf{B}^2/(2\mu_0)$  - работа на создание магнитного поля  $\mathbf{H}$  в единице об.

Вычитая (4.37) из (4.36), имеем:

$$g_s - g_n = f_s - f_n - BH + B^2/(2\mu_0) + W_{кин}$$

Подставляя  $f_s - f_n$  из ур. (4.26), получим :

$$g_s(r) - g_n = \alpha |\Psi|^2(r) + (\beta/2) |\Psi|^4(r) - BH + B^2/(2\mu_0) + W_{кин} \quad (4.38)$$

# Кинетическая энергия сверхпроводящих токов

Рассчитаем  $W_{кин}$  считая  $\Psi(r)$ -**комплексной**  $\Psi(r) = |\Psi| e^{i\theta}$ .

Оператор импульса в квантовой механике  $p = -i \hbar \nabla$

Оператор кинетической энергии  $p^2/(2m^*) = [1/(2m^*)] |-i \hbar \nabla|^2$  должен быть записан в градиентно-инвариантной форме через оператор тока  $V$ :

$$n_s m^* V^2/2 = |\Psi|^2 (p-2eA)^2/(4m) = |\Psi|^2 [1/(4m)] |-i \hbar \nabla - 2eA|^2 \text{ поскольку } p=2mV+2eA; m^*=2m$$

(таким образом,  $-i \hbar \nabla \Psi = 2m V + 2eA$ )

Кинетическая энергия:

$$W_{кин} = |\Psi|^2 (p-2eA)^2/(4m) = [1/(4m)] |-i \hbar \nabla \Psi - 2eA \Psi|^2 \quad (4.39)$$

$$g_s(r) - g_n = \alpha |\Psi|^2(r) + (\beta/2) |\Psi|^4(r) - BH + B^2/(2\mu_0) + [1/(4m)] |-i \hbar \nabla \Psi - 2eA \Psi|^2 \quad (4.40)$$

Поймем структуру члена кинетической энергии.

Подставляя  $\Psi(r) = |\Psi(r)| e^{i\theta}$

$$\begin{aligned} W_{кин} &= [1/(4m)] |-i \hbar \nabla \Psi - 2eA \Psi|^2 = \\ &= [1/(4m)] |\hbar \nabla \theta |\Psi|(r) e^{i\theta} - i \hbar e^{i\theta} \nabla |\Psi| - 2eA |\Psi|(r) e^{i\theta}|^2 = \\ &= [1/(4m)] |(2m v_s |\Psi| - i \hbar \nabla |\Psi|) e^{i\theta}|^2 \quad \text{т.к. } \hbar \nabla \theta = 2m v_s + 2eA \end{aligned}$$

член с  $\nabla |\Psi|$  отвечает за область, где **параметр порядка изменяется в пространстве**

# Кинетическая энергия сверхпроводящих токов-II

$$\begin{aligned} W_{\text{кин}} &= [1/(4m)] \int (2mv_s |\Psi| - i \hbar \nabla |\Psi|) e^{i\theta} \int (2mv_s |\Psi| + i \hbar \nabla |\Psi|) e^{-i\theta} = \\ &\quad \text{но } |\mathbf{A}|^2 = \mathbf{A} \mathbf{A}^* \\ &= [1/(4m)] \int [(2mv_s |\Psi| - i \hbar \nabla |\Psi|) e^{i\theta}] [(2mv_s |\Psi| + i \hbar \nabla |\Psi|) e^{-i\theta}] = \\ &= n_{s0} 2mv_s^2/2 + [1/(4m)] \int (\hbar \nabla |\Psi|)^2 \end{aligned} \quad (4.41)$$

*В кинетической энергии появился **новый второй член** – энергия, связанная **с градиентом параметра порядка!** (“жесткостью” волновой функции)*