

## ОТЗЫВ

на диссертацию Гумерова Рената Нельсоновича  
«Групповые структуры и их приложения в анализе и топологической  
алгебре», представленную на соискание ученой степени  
доктора физико–математических наук по специальности  
01.01.01–вещественный, комплексный и функциональный анализ

Автор отзыва

ФИО: Григорян Сурен Аршакович

Ученая степень: доктор физико–математических наук

Год присуждения ученой степени и научная специальность, по которой  
присуждена ученой степени: 1993, 01.01.01–вещественный, комплексный и  
функциональный анализ

Ученое звание: профессор

Место работы (полное название организации в соответствии с Уставом,  
подразделение): Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования «Казанский государственный  
энергетический университет», кафедра «Высшая математика»,

Должность: заведующий кафедрой

Контактная информация: кафедра «Высшая математика», Казанский  
государственный энергетический университет, ул. Красносельская, 51,  
г.Казань, 420066 ; тел.: +7(843)519-42-84; e-mail: [gsuren@inbox.ru](mailto:gsuren@inbox.ru)

В диссертации Рената Нельсоновича Гумерова изучаются актуальные вопросы теории топологических групп и теории банаховых алгебр непрерывных функций и операторов. Им получен ряд результатов о накрытиях компактных связных групп, многочленах Вейрштрасса с непрерывными коэффициентами на группах и автоморфизмах полугрупповых  $C^*$ -алгебр. Вопросам о свойствах накрытий топологических групп и многочленов Вейерштрасса с функциональными коэффициентами посвящены работы Л.С. Понтрягина, Д. Деккарда, К. Пирси, Е.М. Чирки, В.В. Жикова, Е.А. Горина, В.Я. Лина, Р. Фокса, В.Л. Хансена, Я. Харатоника, В. Матиевич, В.Г. Бардакова, А.Ю. Веснина, К. Эды и других математиков. Эта область исследований является фундаментальной в анализе и топологической алгебре. Она находит интересные приложения в теории почти периодических функций, в теории обобщенных аналитических функций и в теории обобщенных средних, основа которой была заложена А.Н. Колмогоровым. Теория

полугрупповых  $C^*$ -алгебр является одной из важнейших областей теории операторных алгебр. Основу изучения полугрупповых  $C^*$ -алгебр заложили Л.Кобурн, Р.Дуглас, Дж. Мерфи, и далее, на протяжении последних 30 лет, существенный вклад внесли И. Кунц, М. Лака, С. Ли, А. Ника, М. Норлинг, И. Рэйберн и другие. Идеи и методы теории полугрупповых  $C^*$ -алгебр находят применения в теории операторов, в  $K$ -теории, в теории представлений, в некоммутативном гармоническом анализе и в математической физике.

Автором получен ряд важных результатов в областях исследования. Отмечу те результаты, которые мне кажутся наиболее принципиальными. Во-первых, автор доказал теорему о накрывающей группе для конечнолистных накрывающих отображений из связных пространств на компактные связные группы. Таким образом, утверждение классической теоремы Понтрягина о накрывающей группе обобщено на указанные накрытия. Для доказательства теоремы автором построено семейство накрытий групп Ли, аппроксимирующее заданное накрытие. Получены приложения теоремы о накрывающей группе к изучению структуры накрытий групп и вопроса о существовании обобщенных средних. Подчеркнем, что следствием этих результатов Р.Н. Гумерова, в частности, является фундаментальная теорема Вальтера-Бора-Фландерса о решениях алгебраических уравнений с почти периодическими коэффициентами. Во-вторых, установлена тесная связь конечнолистных накрывающих отображений компактных связных абелевых групп с многочленами Вейерштрасса. Показано, что каждое такое накрывающее отображение эквивалентно накрытию, определяемому многочленом Вейерштрасса. Более того, если при этом накрытие связно, то оно эквивалентно проектированию на первую координату многообразия Вейерштрасса, задаваемого двучленами, коэффициентами которых являются характеры компактной группы. В-третьих, изучены свойства конечнолистных накрытий интересного и важного класса компактных групп, называемых  $P$ -адическими соленоидами. А именно, с использованием аппроксимирующего семейства накрытий из доказательства теоремы о накрывающей группе, показано, что всякое конечнолистное связное накрытие соленоида эквивалентно отображению возведения в степень в этом соленоиде. Кроме того, исследован вопрос о плотности множеств периодических точек этих отображений. В-четвертых, получены критерии того, когда эндоморфизмы полугрупповых  $C^*$ -алгебр для полугрупп в группах характеров  $P$ -адических соленоидов являются инволютивными автоморфизмами.

Диссертация написана на высоком математическом уровне, ее структура хорошо продумана. Она состоит из введения, четырех глав, заключения, указателей обозначений и терминов, библиографии. Во введении автор обосновывает актуальность тематики, приводит обзор области, излагает основные результаты и методы исследования. Первая глава диссертации

посвящена доказательству теоремы о накрывающей группе и ее приложениям к структуре накрытий и к вопросу о существовании обобщенных средних. Во второй главе доказанная теорема применяется к изучению связи накрытий компактных связных абелевых групп и многочленов Вейерштрасса. Изучаются свойства корней многочленов Вейерштрасса. В третьей главе исследуются свойства конечнолистных накрытий  $\mathbb{P}$ -адических соленоидов и вопрос о существовании обобщенных средних на соленоидах. Четвертая глава посвящена полугрупповым  $C^*$ -алгебрам для полугрупп в группах характеров  $\mathbb{P}$ -адических соленоидов. Эти алгебры рассматриваются в качестве пределов индуктивных последовательностей алгебр Теплица. Изучаются свойства предельных эндоморфизмов полугрупповых  $C^*$ -алгебр. Структура топологической группы на полной линейной группе применяется для решения задачи об аппроксимации конечного набора элементов банаховой алгебры матриц. В заключении диссертационной работы излагаются ее итоги и направления развития идей и методов, представленных в ней.

Автореферат соответствует содержанию диссертации.

Результаты, полученные в диссертационной работе, являются новыми. Достоверность утверждений и выводов, сформулированных в работе, подтверждается строгими математическими доказательствами. Диссертация носит теоретический характер. Ее результаты могут быть использованы в теории топологических групп и их отображений, в теории многочленов Вейерштрасса и уравнений над банаховыми алгебрами, в теории операторных алгебр и их индуктивных систем, в квантовой теории поля. Для получения результатов в диссертации использованы различные методы анализа, топологии и топологической алгебры, часть из которых разработана самим автором. Работа апробирована на различных авторитетных научно-исследовательских семинарах и международных конференциях. Ее результаты полно отражены в 20 печатных работах в рецензируемых журналах, входящих в базы RSCI, Scopus или WoS. Всего по теме диссертации автором опубликована 41 научная работа.

Результаты диссертации вносят огромный вклад в актуальные области функционального анализа и топологической алгебры, а ее автор Гумеров Ренат Нельсонович заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.01— вещественный, комплексный и функциональный анализ.



ИМПУЛЬС НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФГБОУ ВО «КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
*Григорян С.А.*  
ПОДПИСЬ УДОЛЖАВЛЯЮ  
Специалист УК *М.А. Шаймур*

Дата: 12.03.2020

*[Signature]*  
/ С.А. Григорян