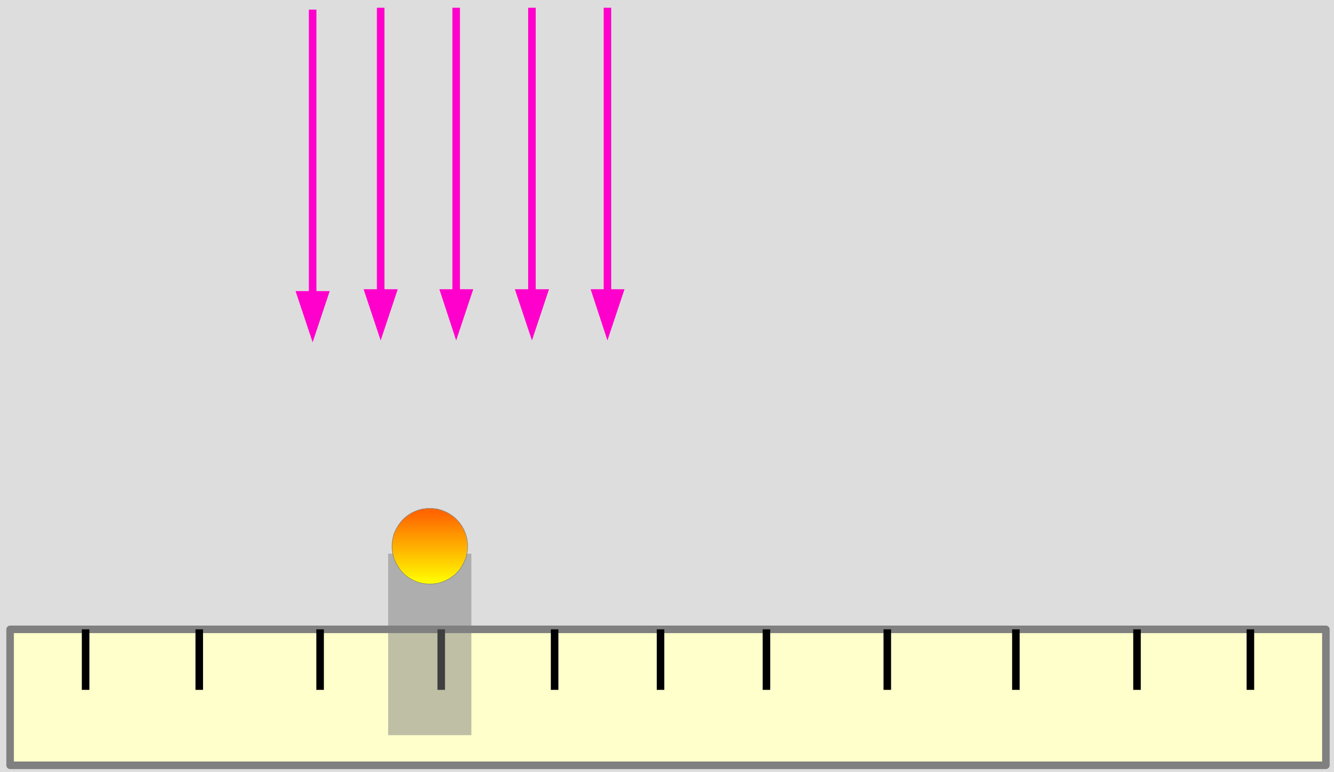
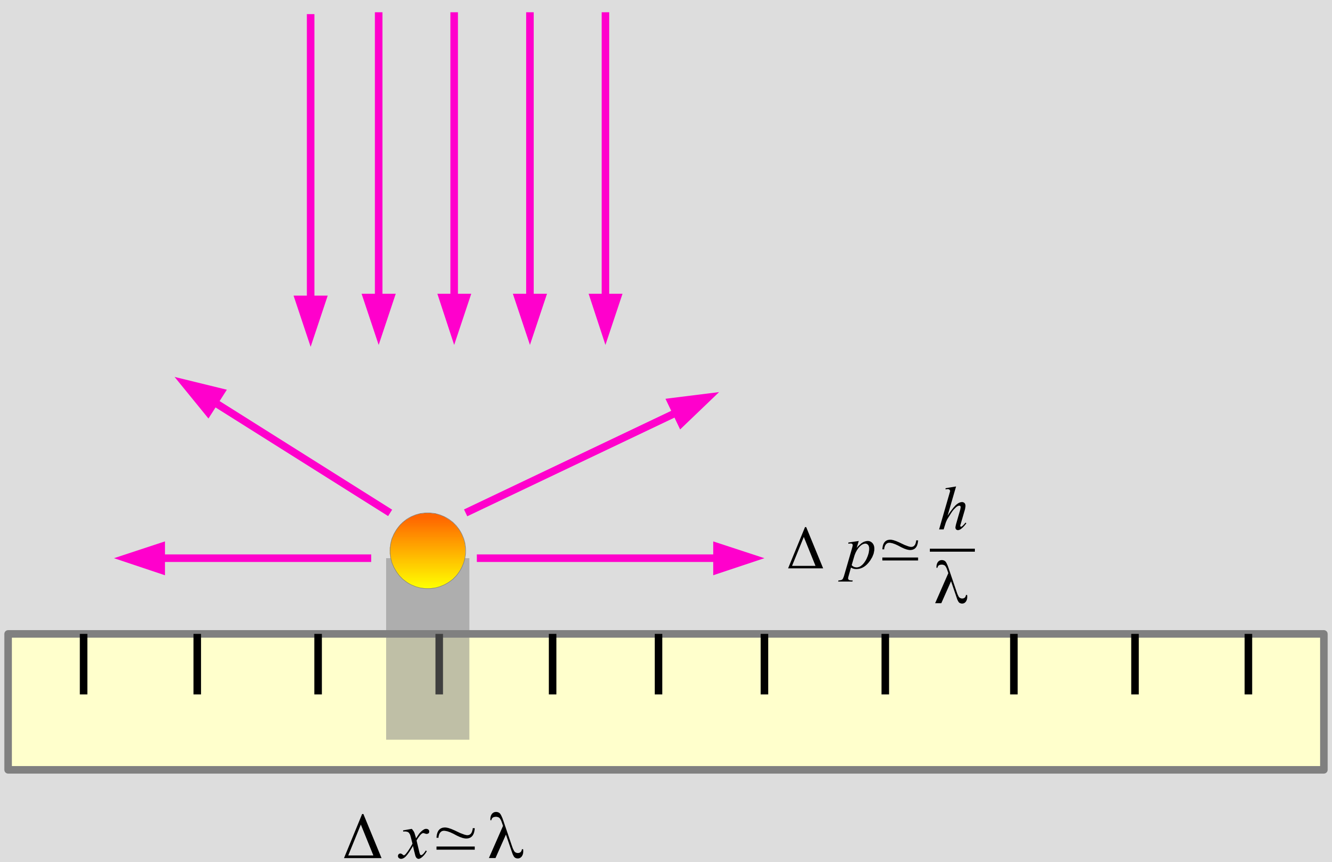
Лекция 3. Формализм квантовой механики.

В.Н.Глазков, МФТИ 2019

Проблема измерения в квантовой механике



Проблема измерения в квантовой механике



$\boxed{\Delta p \times \Delta x \simeq h}$

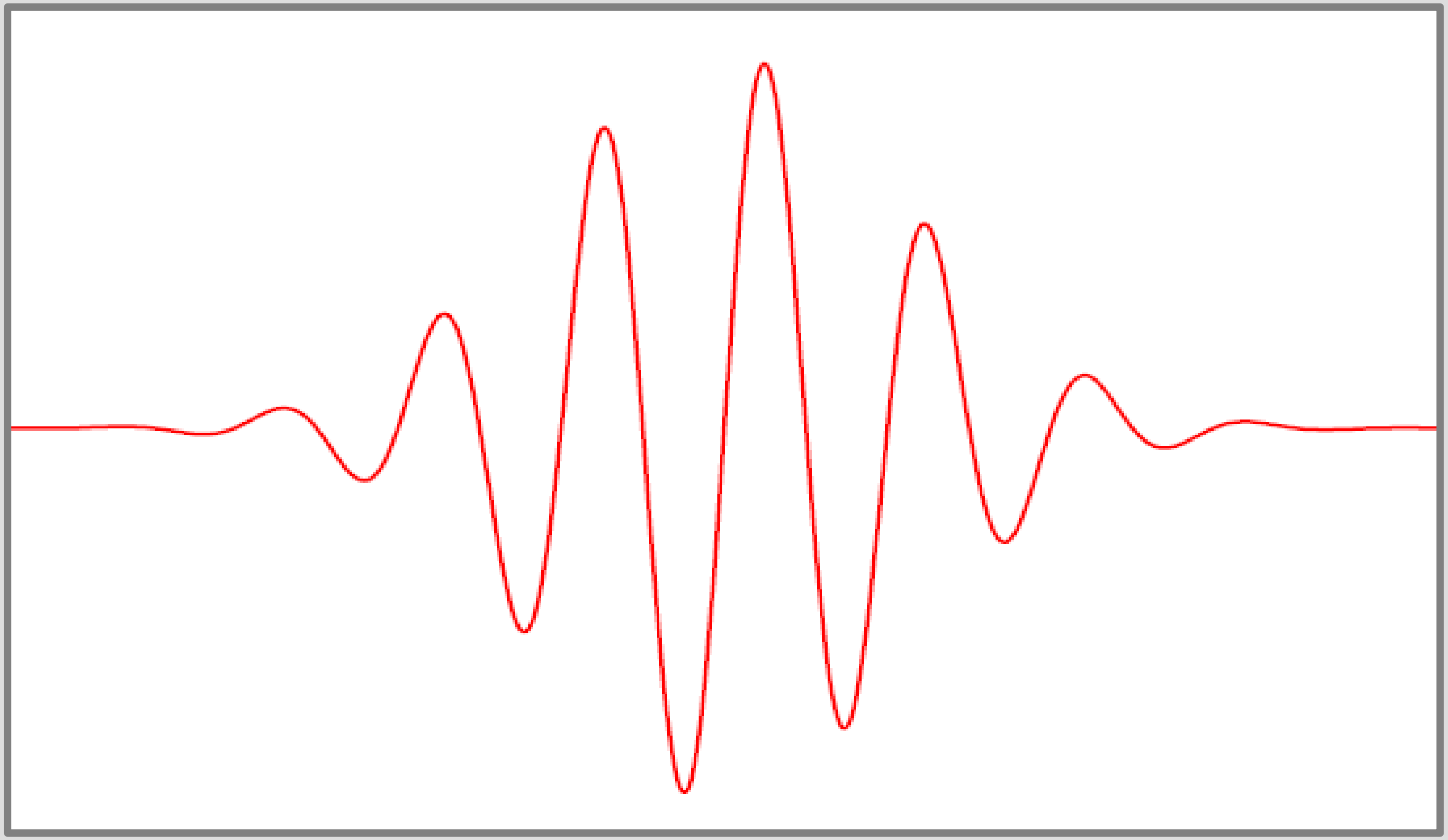
HITACHI Experiment: результат

https://www.youtube.com/watch?v=PanqoHa_B6c

Волновая функция

$$\Psi(x)$$

$$w(a<x<b)=\int_a^b \Psi^* \Psi \, dx$$



Волновая функция

$$\Psi(x)$$

$$w(a<x<b)=\int_a^b \Psi^* \Psi \, dx$$

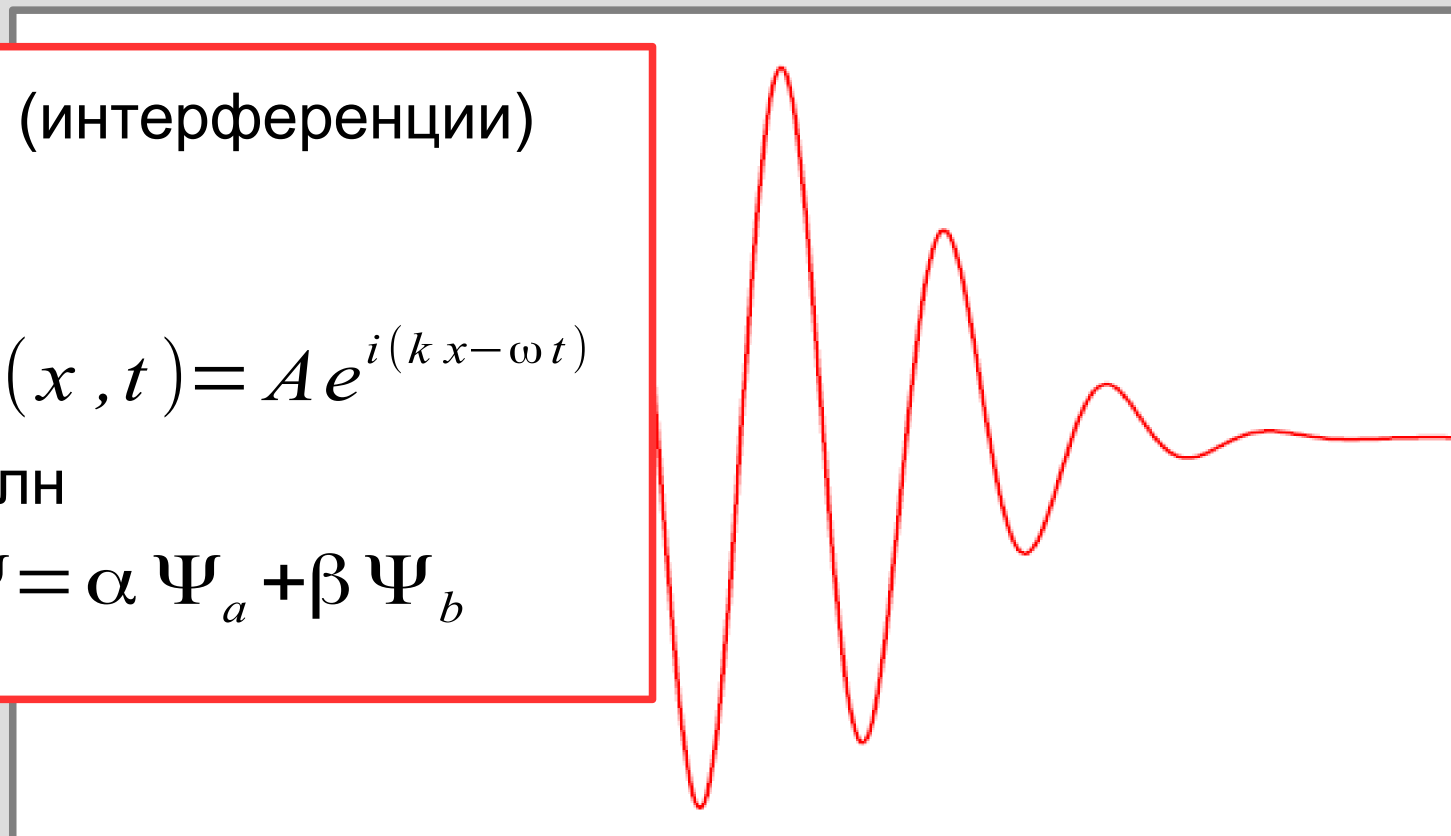
Из дифракции (интерференции) частиц:

- св.частица

$$\Psi(x,t)=A e^{i(kx-\omega t)}$$

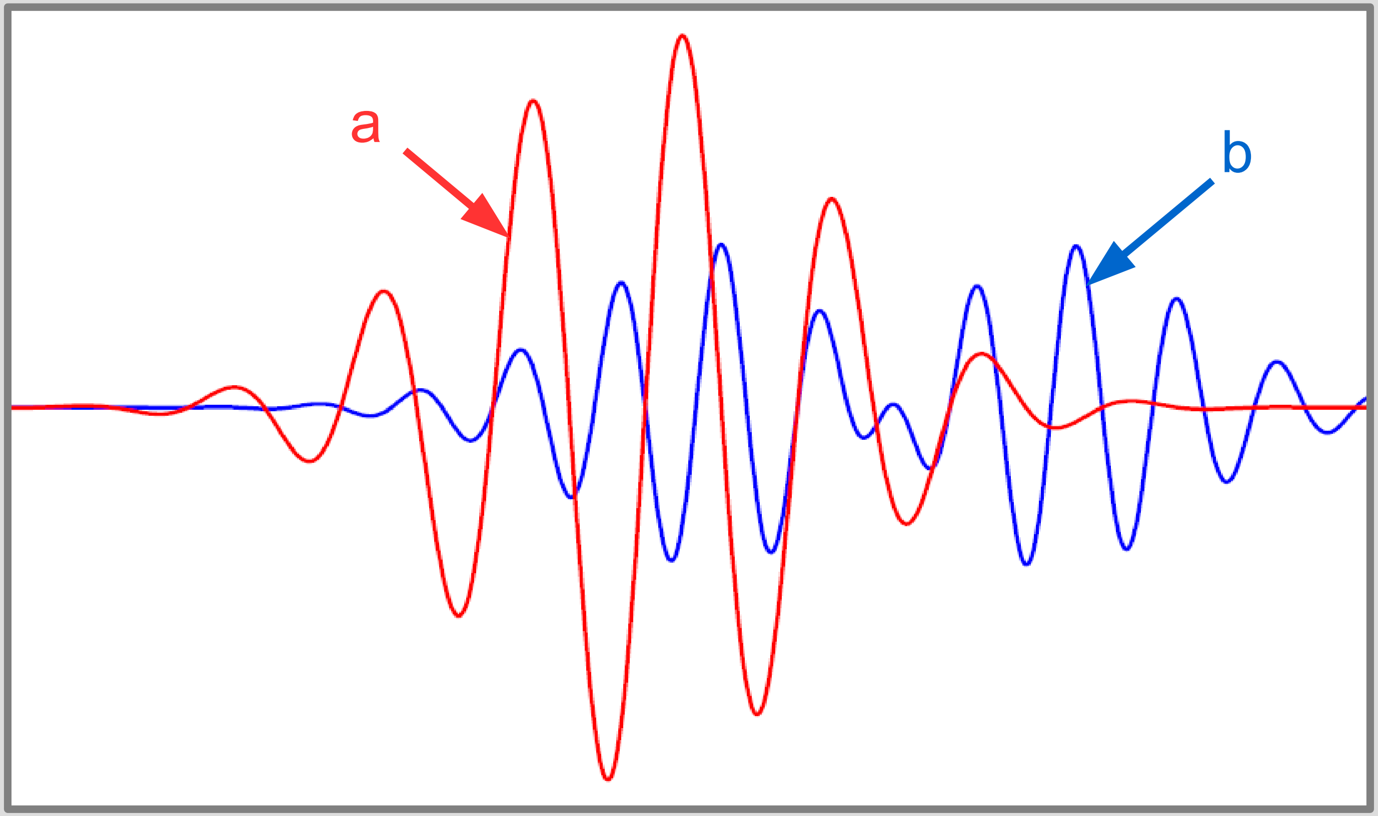
- сложение волн

$$\Psi=\alpha \Psi_a+\beta \Psi_b$$

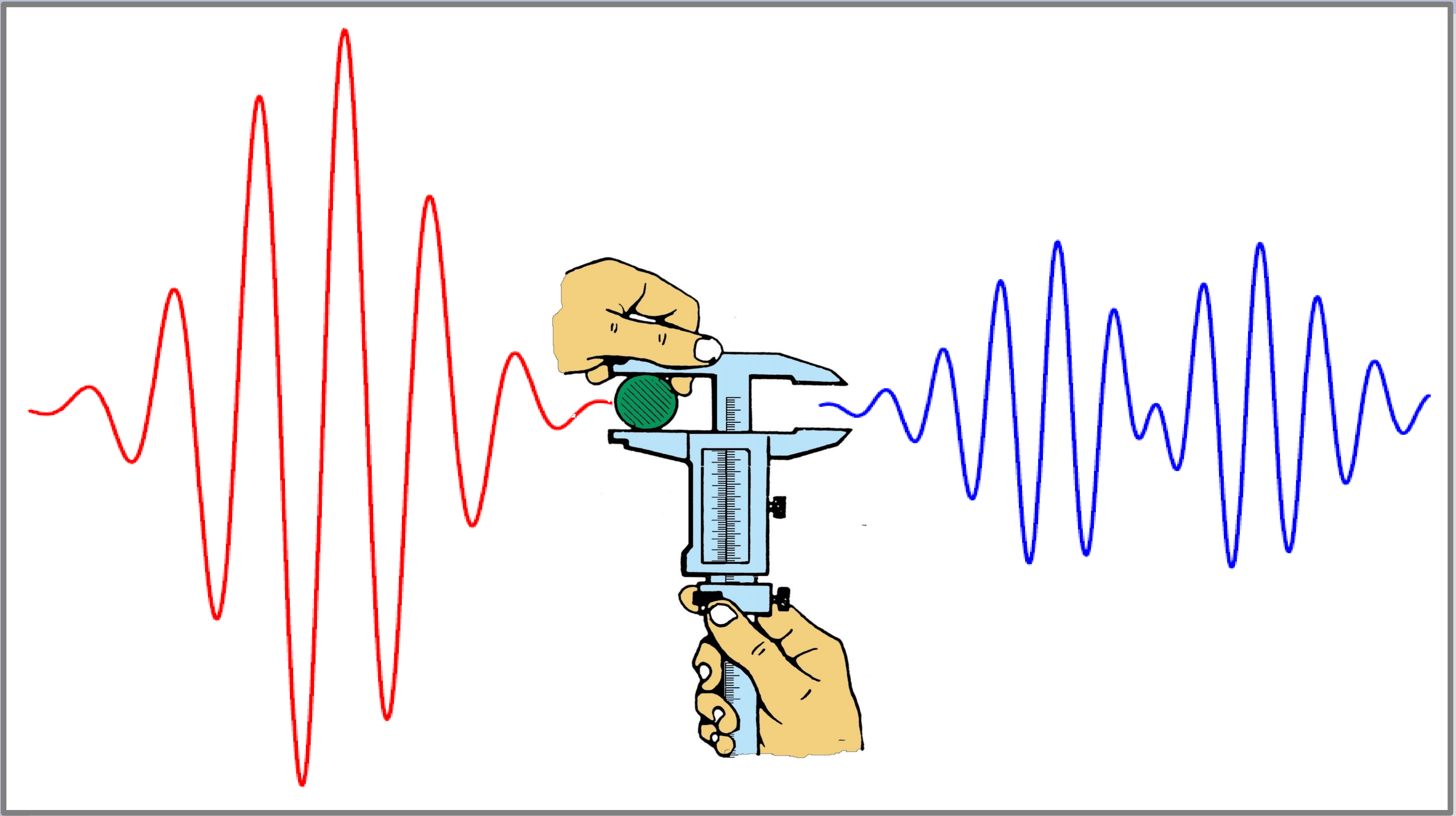


Суперпозиция состояний

$$\Psi = \alpha \Psi_a + \beta \Psi_b$$

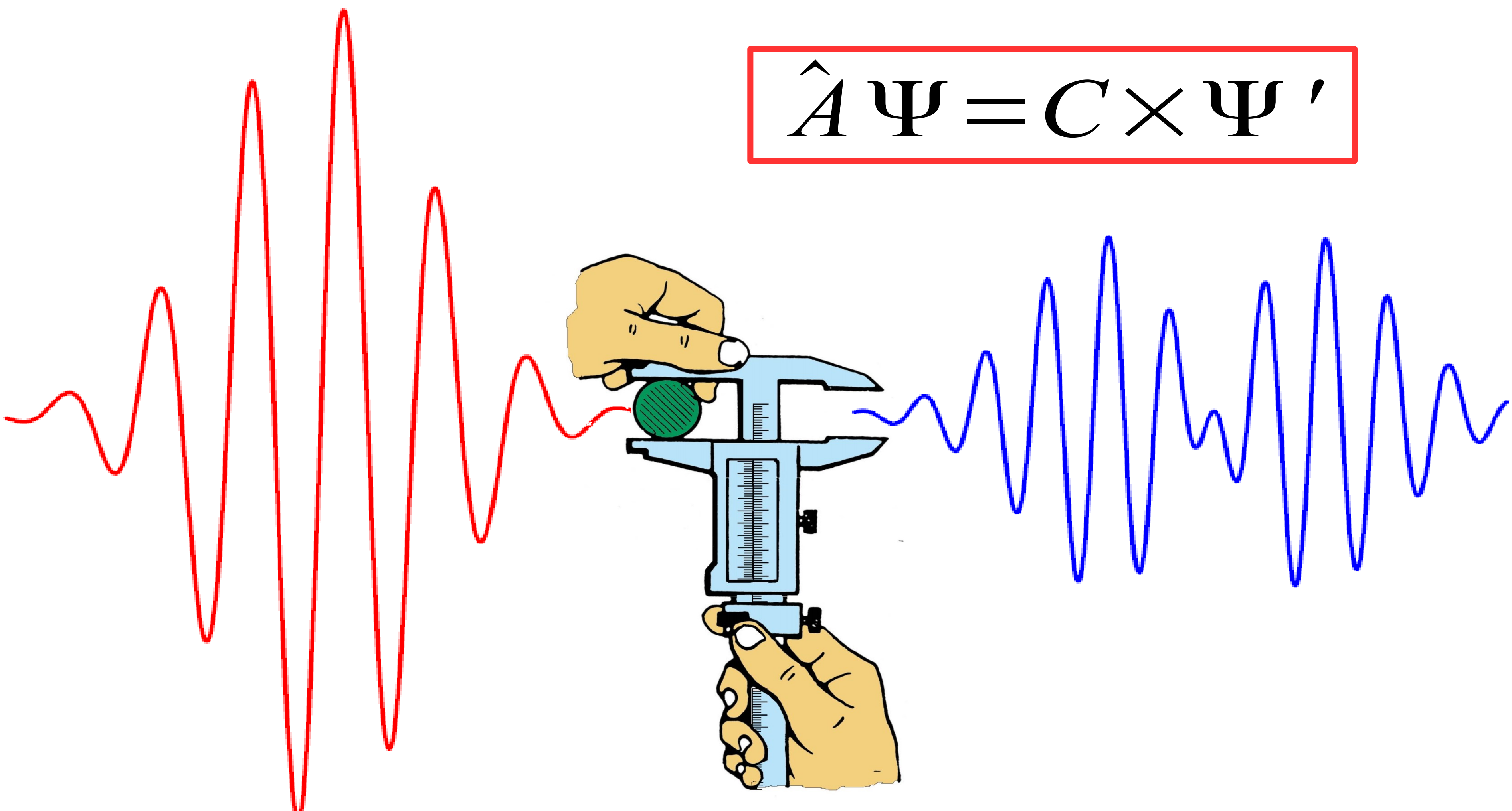


Операторы физических величин



Операторы физических величин

$$\hat{A}\Psi = C \times \Psi'$$

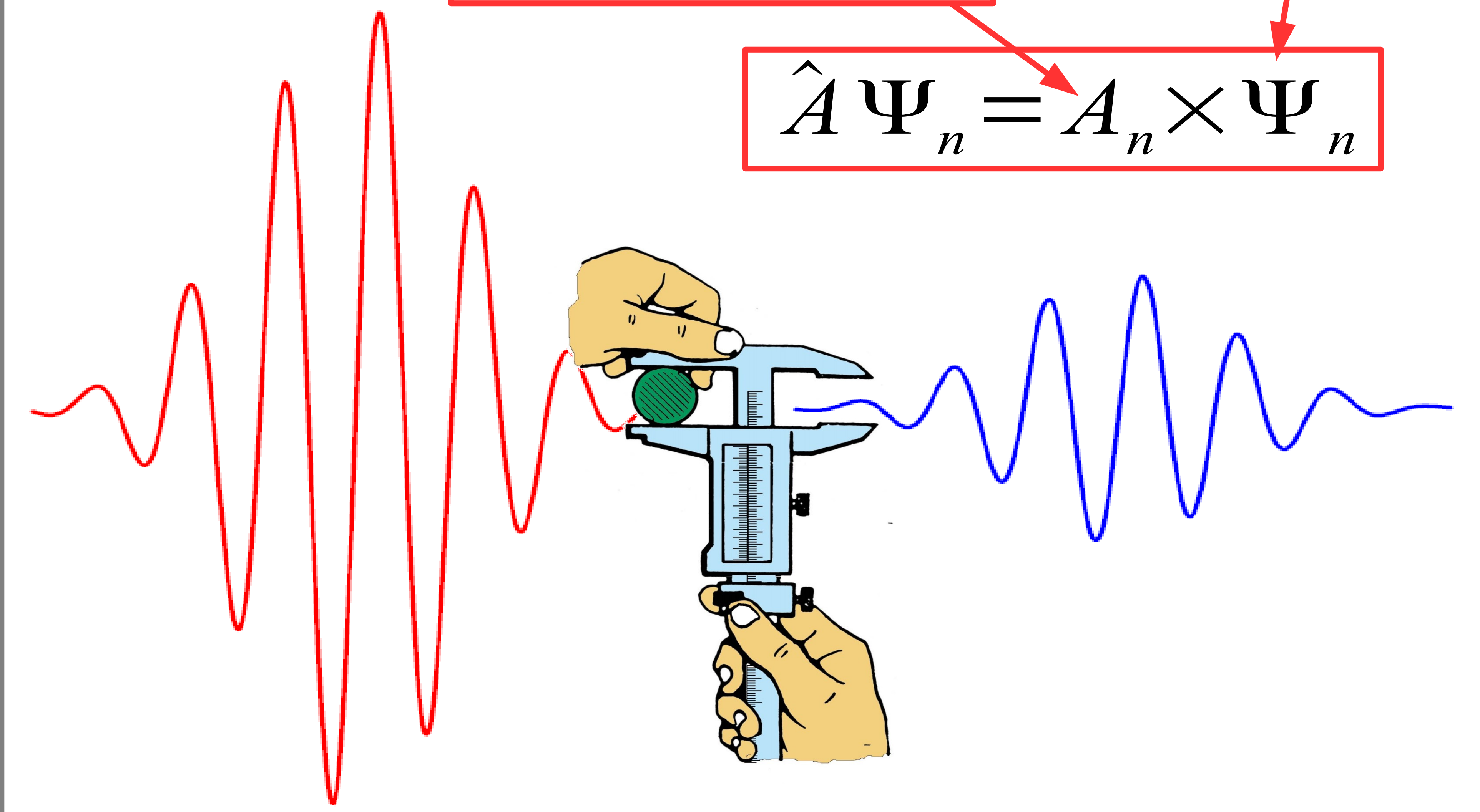


Операт

Собственное значение

Собственная функция оператора

$$\hat{A}\Psi_n = A_n \times \Psi_n$$

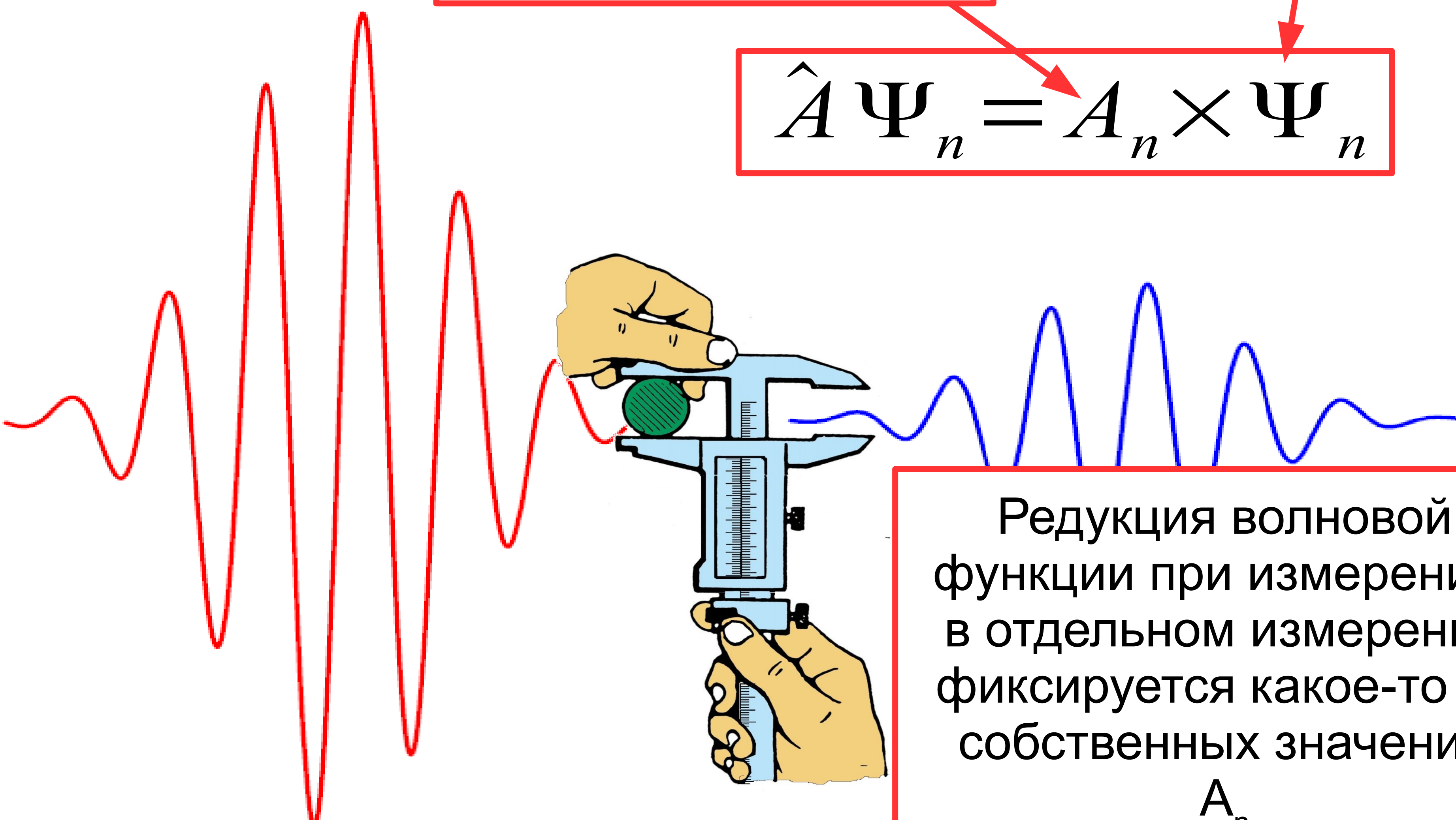


Операт

Собственное значение

Собственная функция оператора

$$\hat{A}\Psi_n = A_n \times \Psi_n$$



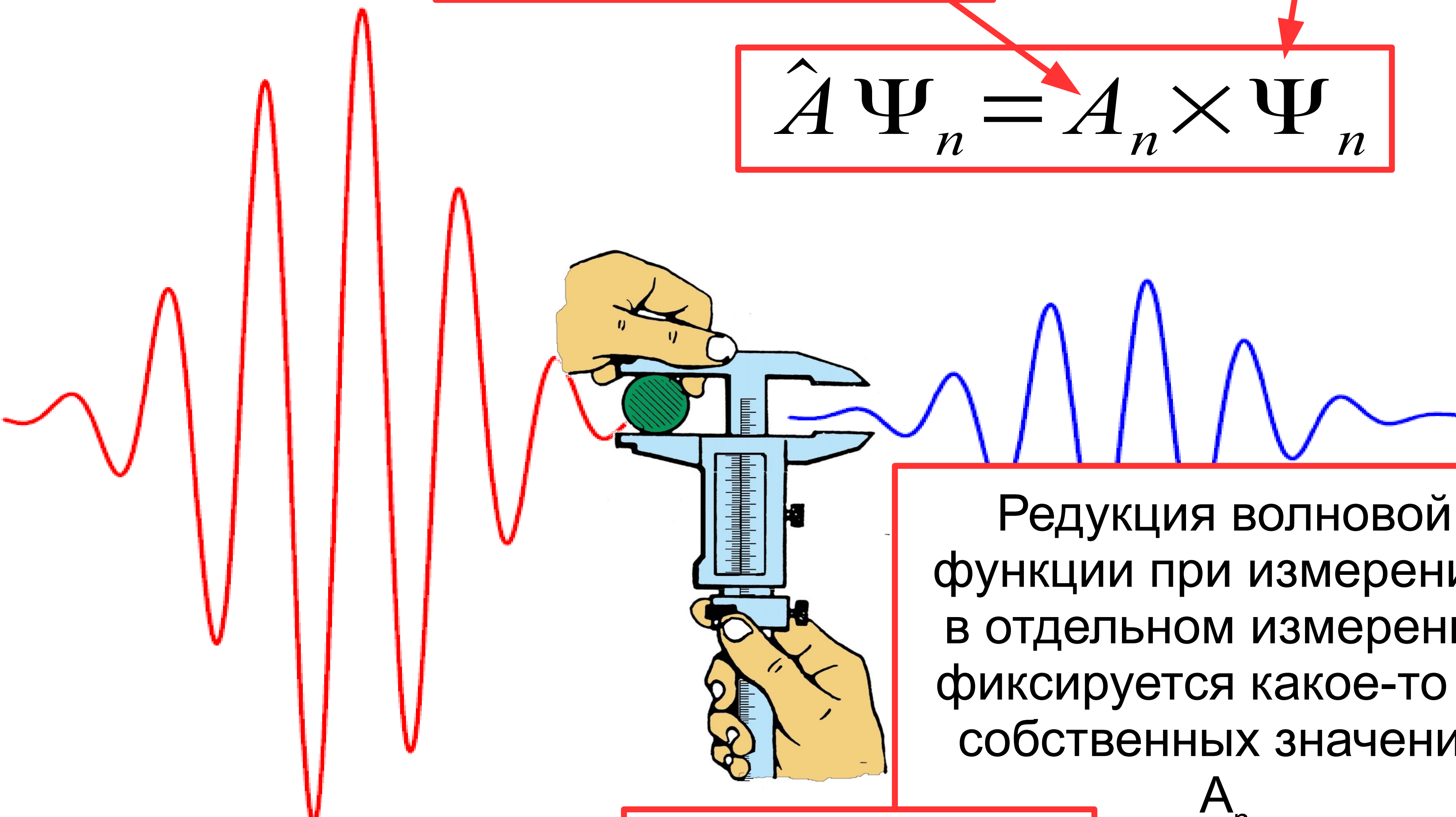
Редукция волновой функции при измерении: в отдельном измерении фиксируется какое-то из собственных значений A_n

Операт

Собственное значение

Собственная функция оператора

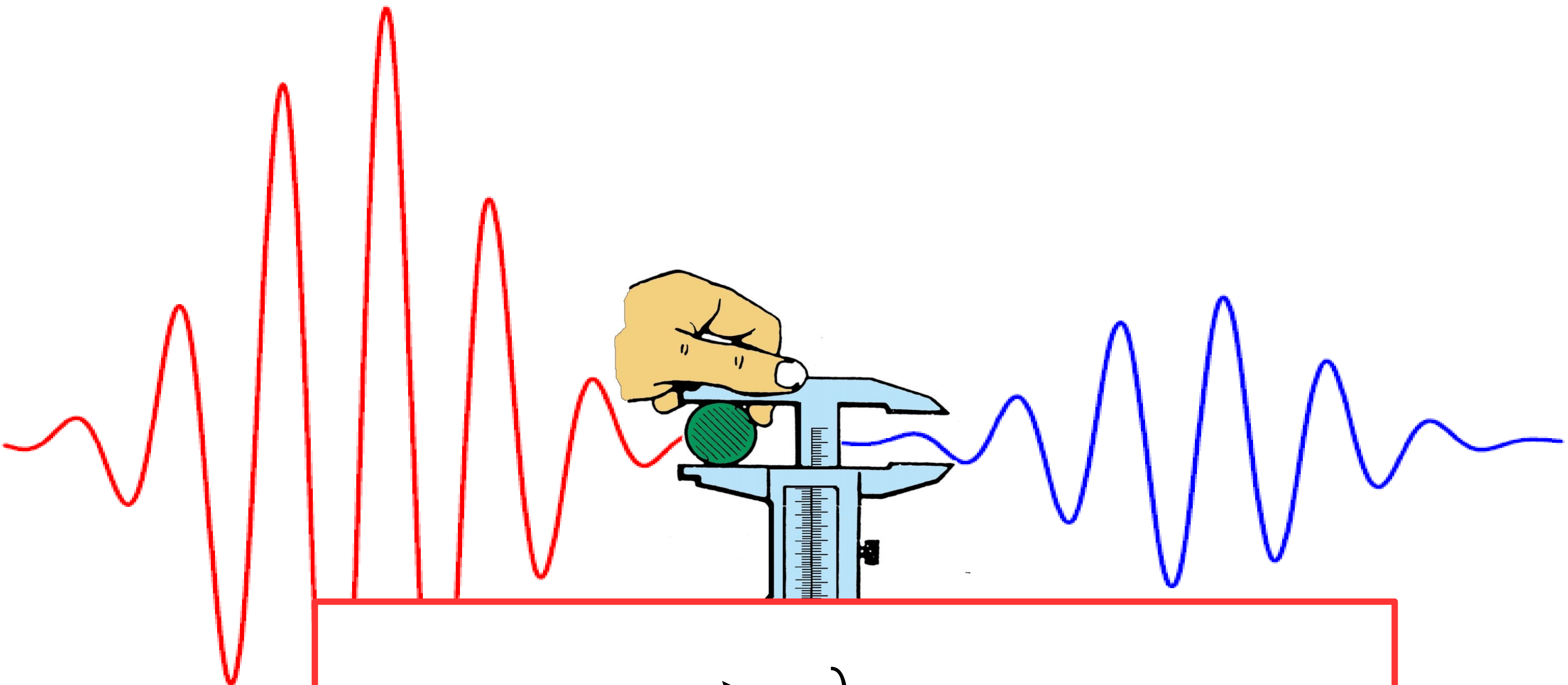
$$\hat{A}\Psi_n = A_n \times \Psi_n$$



Редукция волновой функции при измерении: в отдельном измерении фиксируется какое-то из собственных значений A_n

$$\langle A \rangle = \int \Psi^* \hat{A} \Psi \, dx$$

Оператор импульса



$$\left.\begin{array}{c}\vec{p}=\hbar\vec{k}\\ \Psi=e^{i\left(\vec{k}\vec{r}-\omega t\right)}\end{array}\right\}\rightarrow\hat{\vec{p}}=-i\hbar\vec{\nabla}$$

Соотношение неопределённости для координаты и импульса

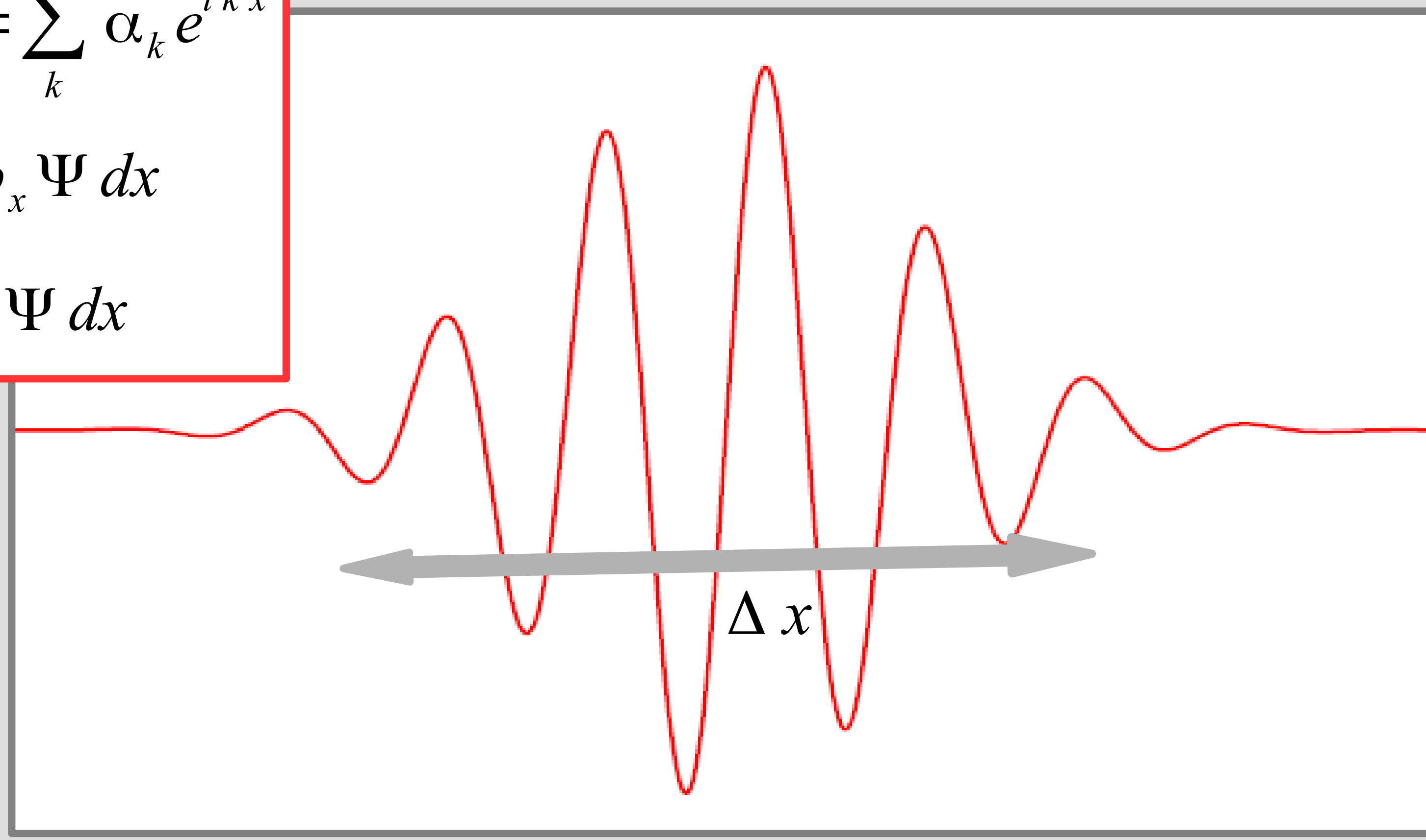
$$\Psi = \sum_k \alpha_k \Psi_k(x) = \sum_k \alpha_k e^{ikx}$$

$$\langle p_x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* \hat{p}_x \Psi \, dx$$

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* x \Psi \, dx$$

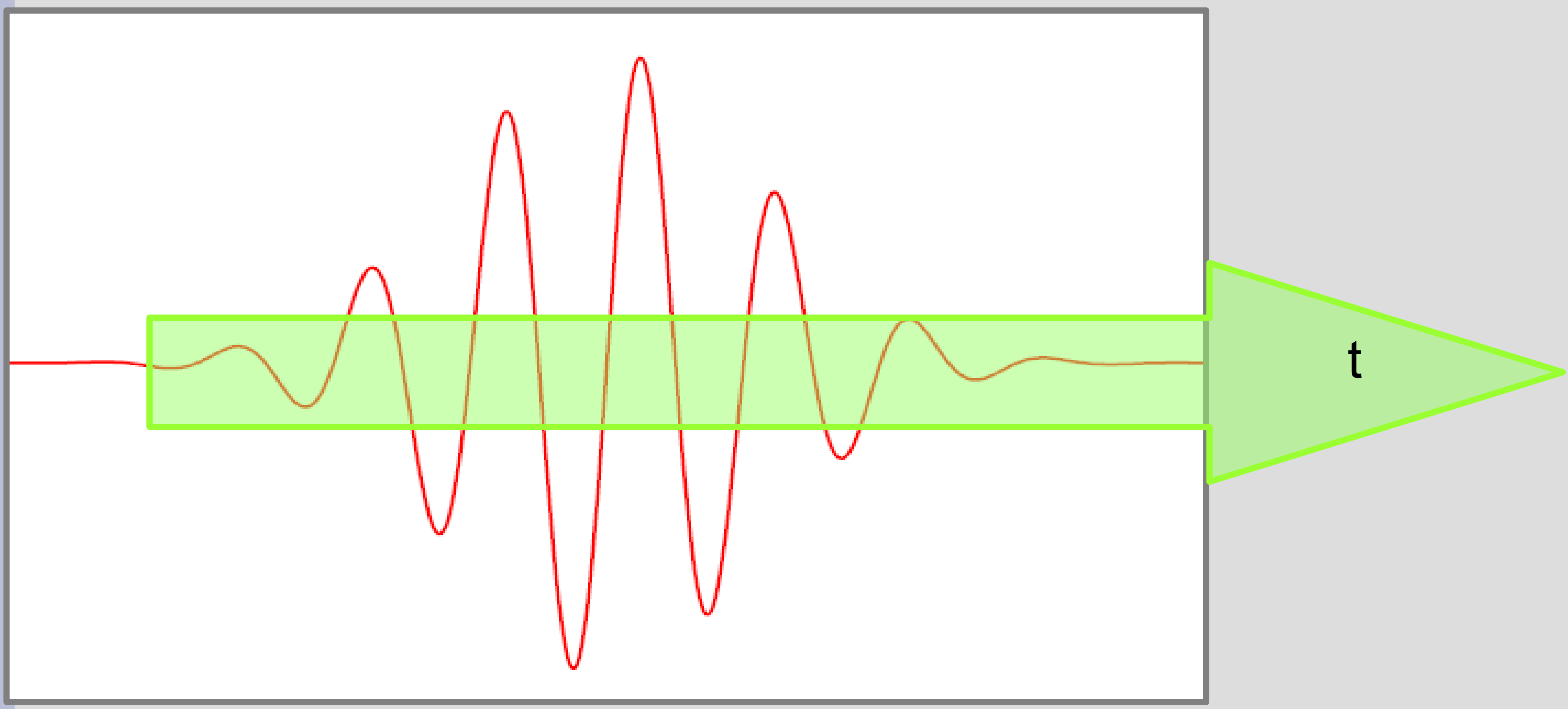
$$\hat{p}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$$

$$\hat{p}_x^2 = -\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}$$

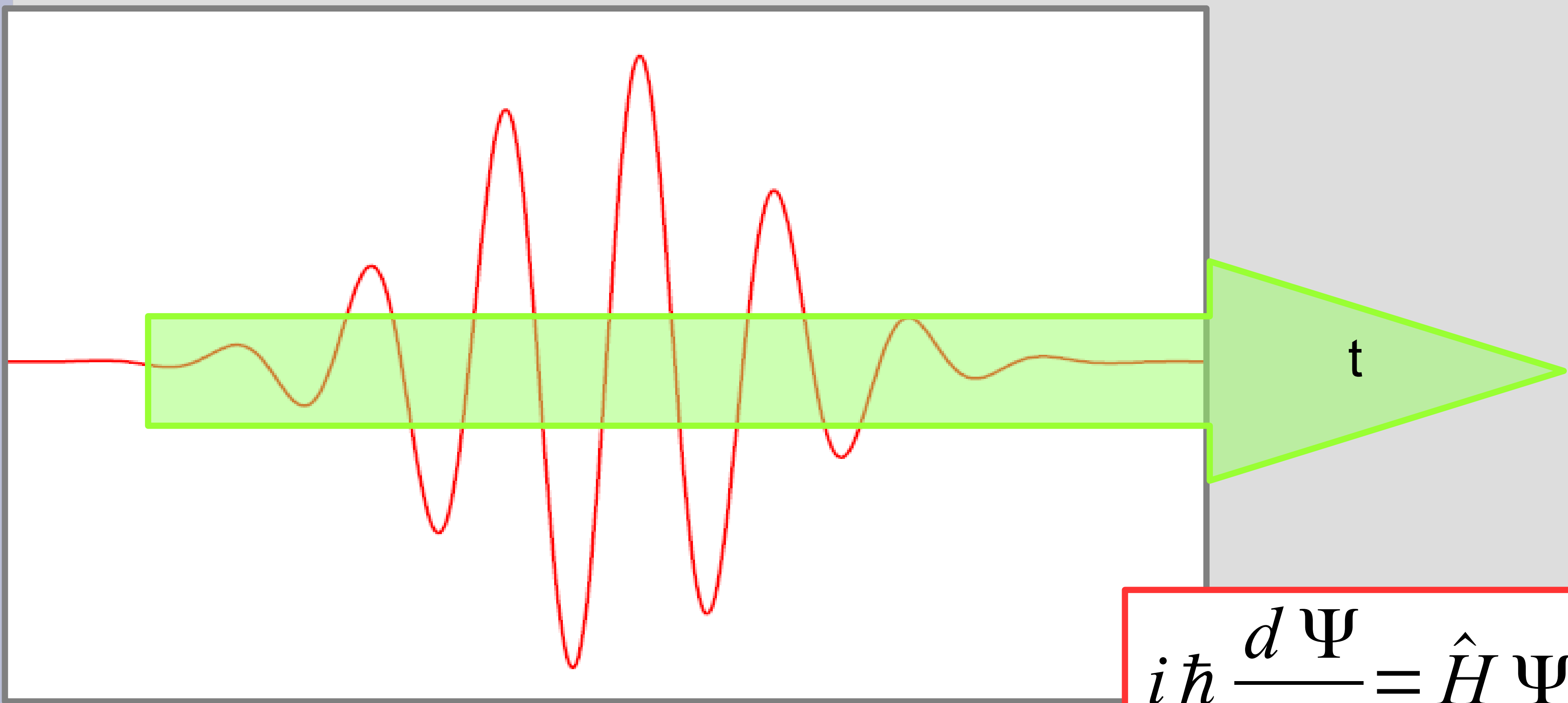


$$\Delta p_x^2 \times \Delta x^2 \geq \hbar^2 / 4$$

Уравнение Шредингера



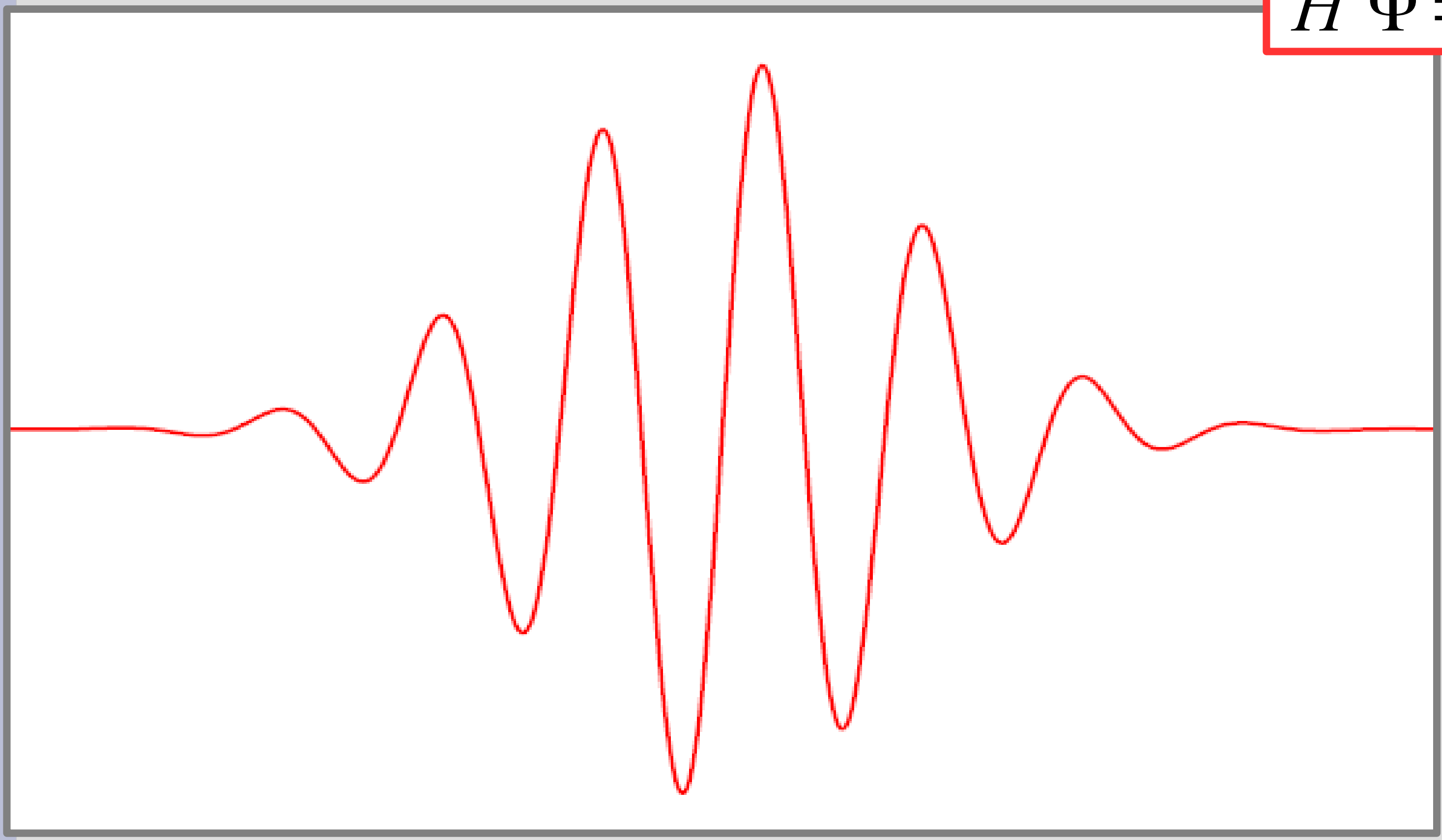
Уравнение Шредингера



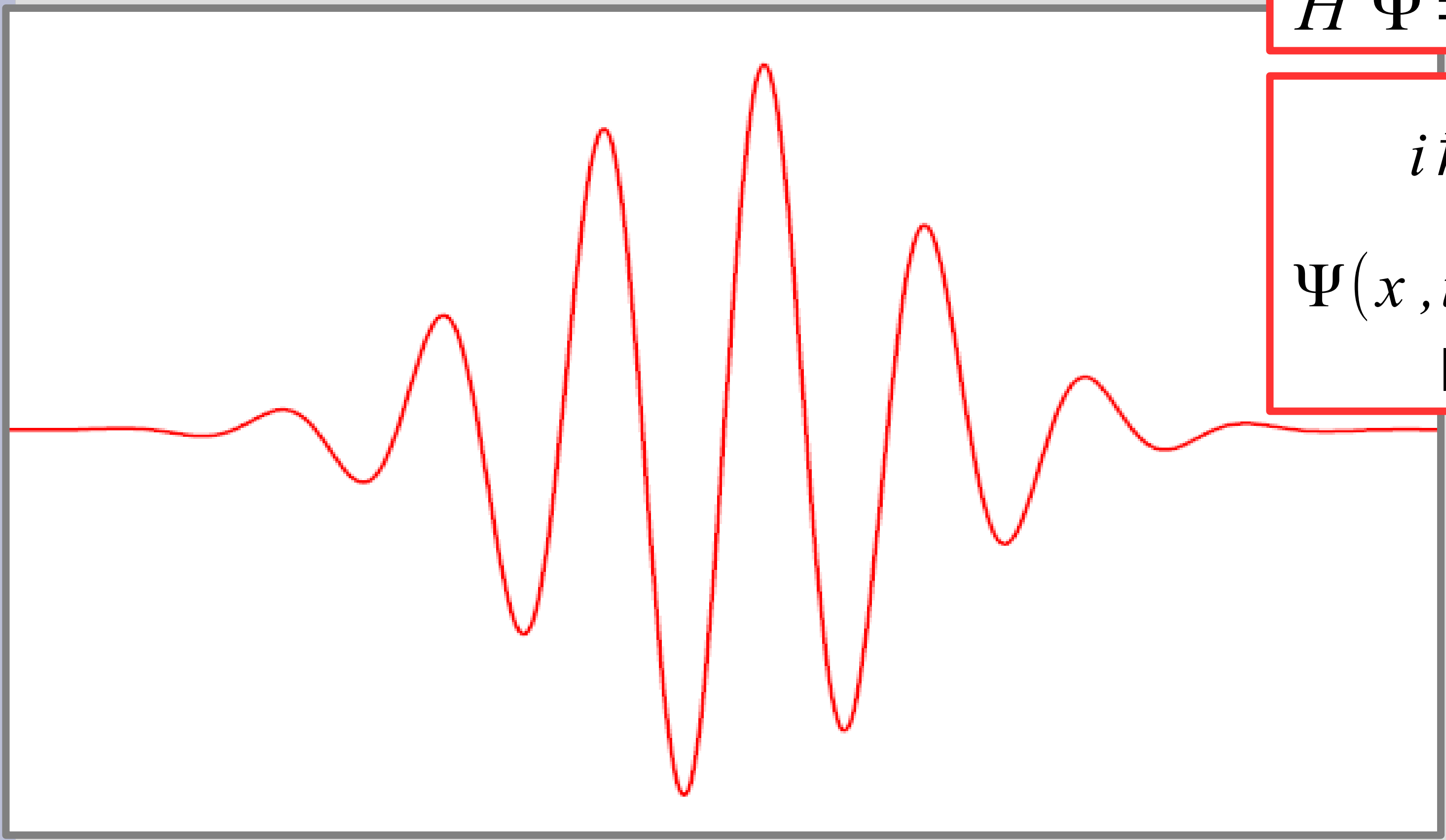
$$i\hbar \frac{d\Psi}{dt} = \hat{H}\Psi$$

Стационарное уравнение Шредингера

$$\hat{H}\,\Psi = E\,\Psi$$



Стационарное уравнение Шредингера



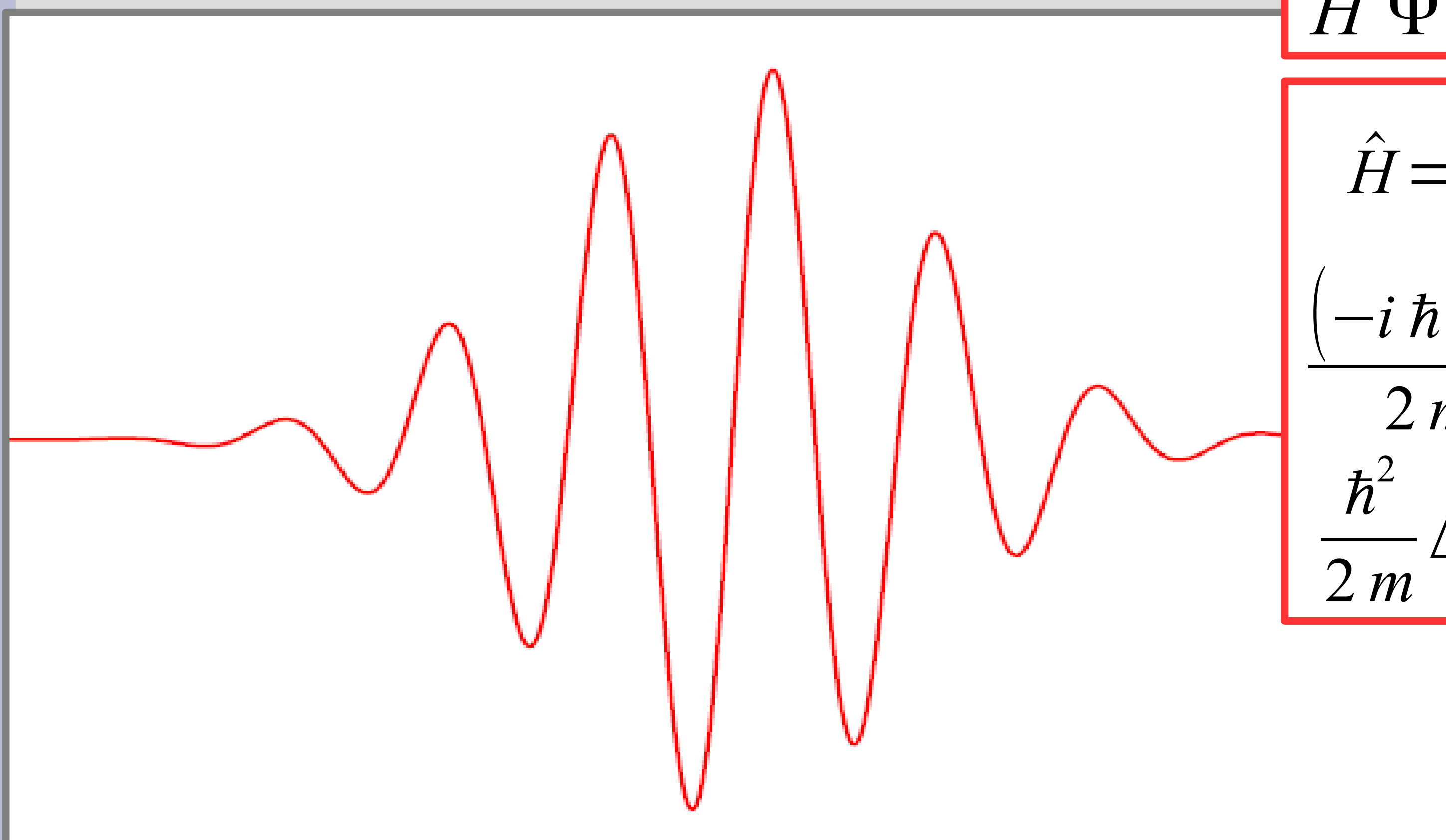
$$\hat{H}\Psi = E\Psi$$

$$i\hbar\frac{d\Psi}{dt} = E\Psi$$

$$\Psi(x,t) = A(x)\times e^{-iEt/\hbar}$$

$$|\Psi|^2 = const$$

Оператор Гамильтона



$$\hat{H}\,\Psi = E\,\Psi$$

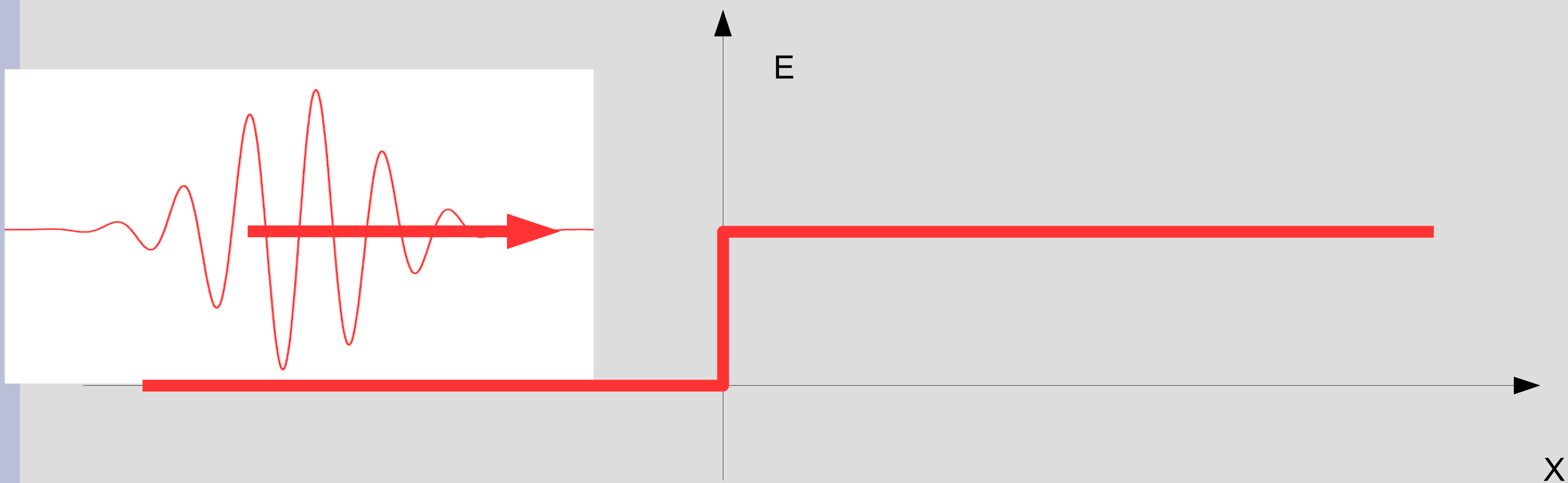
$$\hat{H} = \frac{\hat{\vec{p}}^{\,2}}{2m} + U(\vec{r})$$

$$\frac{\left(-i\hbar\vec{\nabla}\right)^2}{2m}\Psi = E\,\Psi$$

$$\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi + E\,\Psi = 0$$

Задача о барьере

$$\frac{\hbar^2}{2m}\Psi'' + \left(E - U(x)\right)\Psi = 0$$



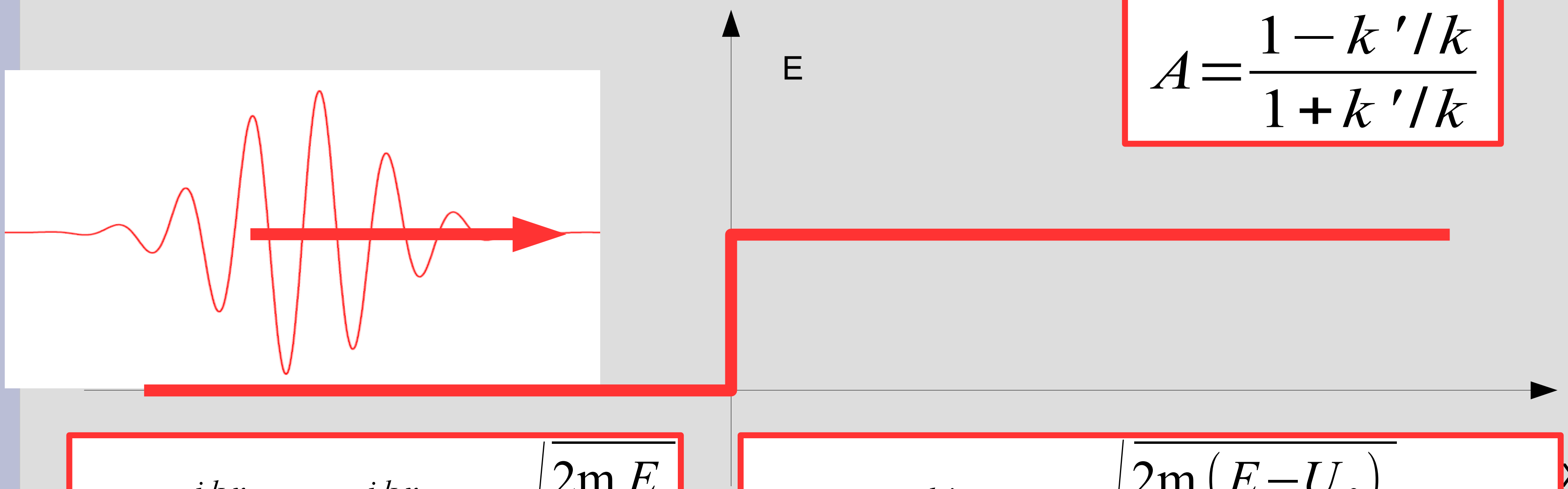
Задача о барьере

$$\frac{\hbar^2}{2m}\Psi'' + (E - U(x))\Psi = 0$$

$$E > U_0$$

$$B = \frac{2}{1 + k'/k}$$

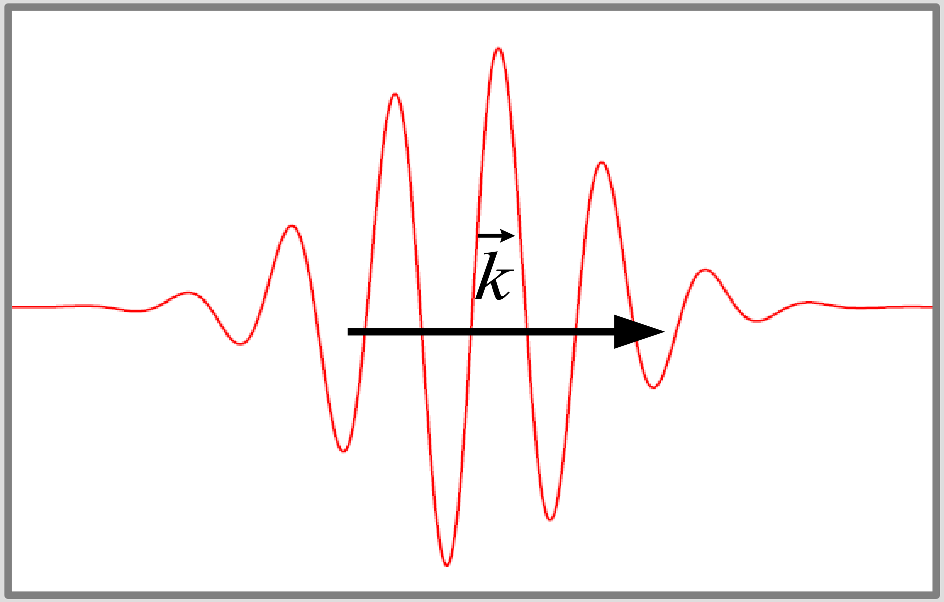
$$A = \frac{1 - k'/k}{1 + k'/k}$$



$$\Psi = e^{ikx} + A e^{-ikx}, \; k = \sqrt{\frac{2\mathrm{m}E}{\hbar^2}}$$

$$\Psi = B e^{ik'x}, \; k' = \sqrt{\frac{2\mathrm{m}(E - U_0)}{\hbar^2}}, \; E > U_0$$

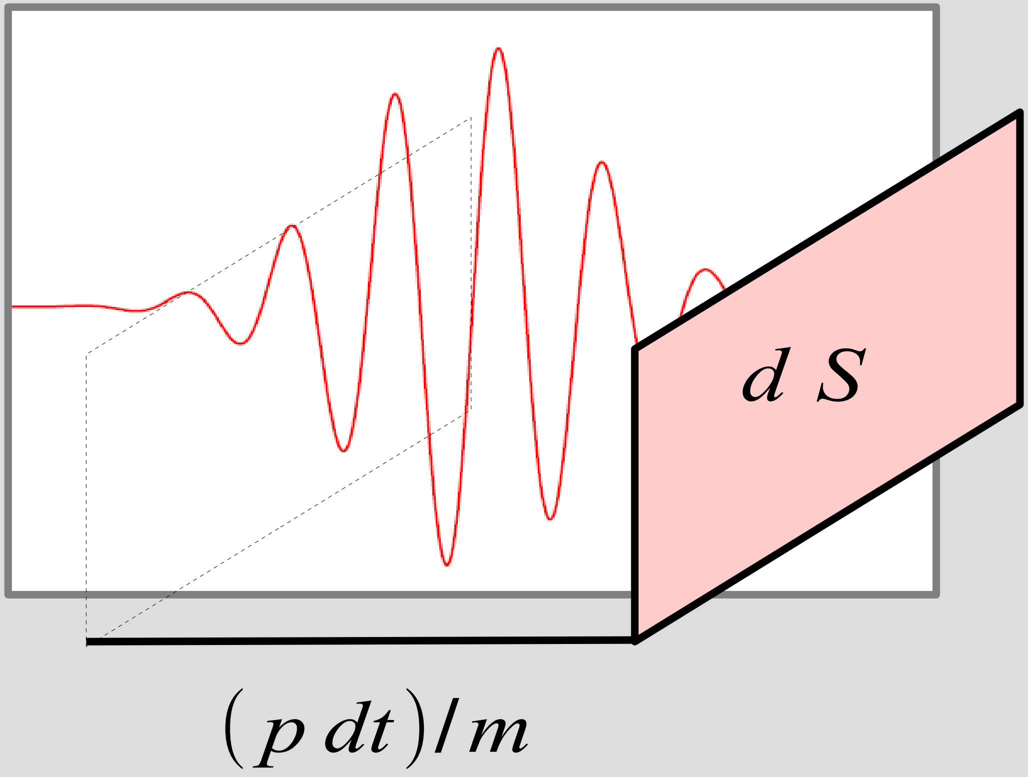
Нормировка для плоской волны: Поток вероятности



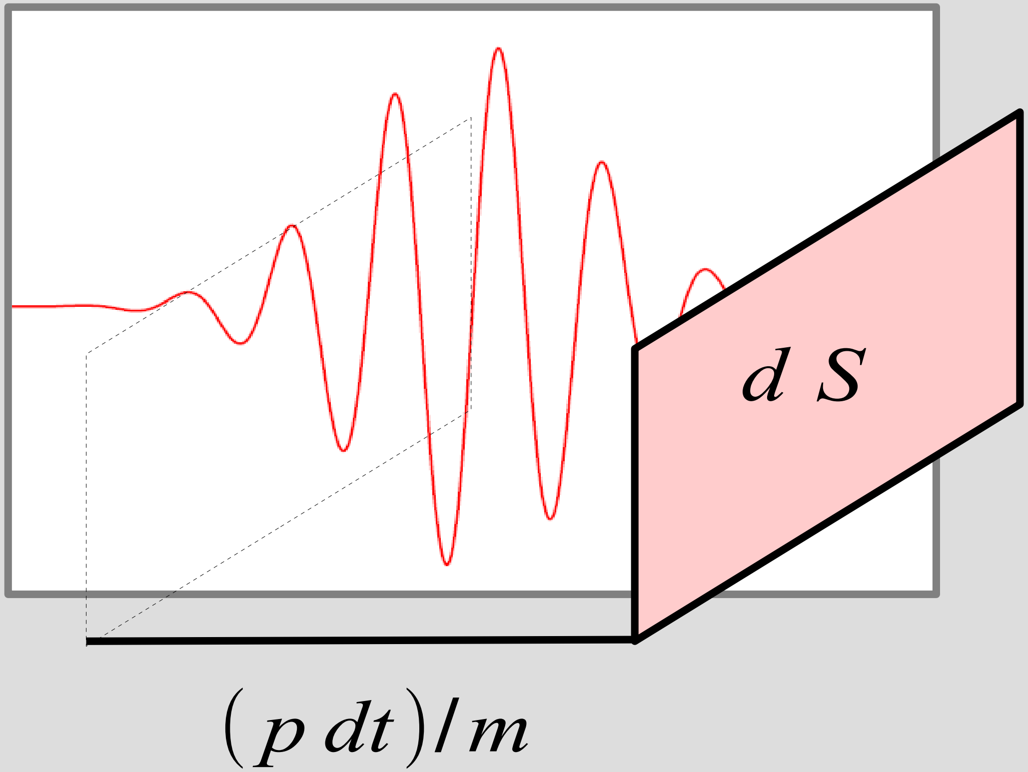
$$\Psi = A\, e^{i k x}$$

$$\int \Psi^* \Psi \, dx = ???$$

Нормировка для плоской волны: Поток вероятности



Нормировка для плоской волны: Поток вероятности

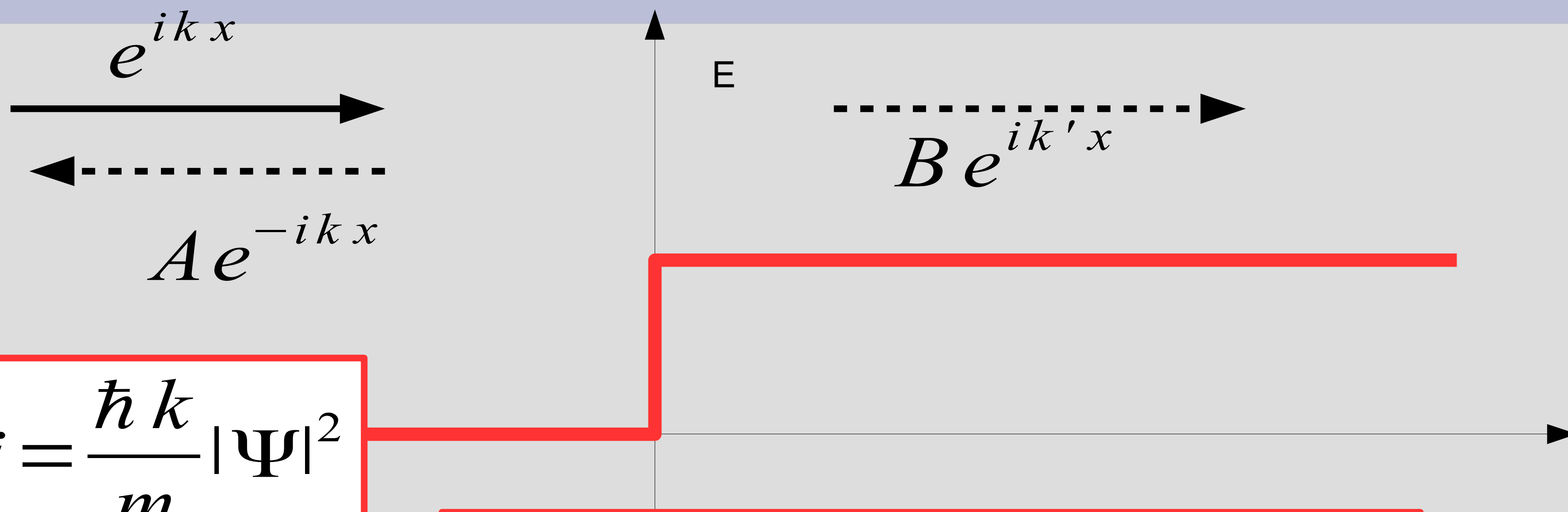


$$dV = \frac{p}{m} dt\, dS = \frac{\hbar k}{m} dt\, dS$$

$$dw = |\Psi|^2 dV = |\Psi|^2 \frac{\hbar k}{m} dt\, dS$$

$$j = \frac{dw}{dt\, dS} = |\Psi|^2 \frac{\hbar k}{m}$$

Прозрачность барьера



$$j = \frac{\hbar k}{m} |\Psi|^2$$

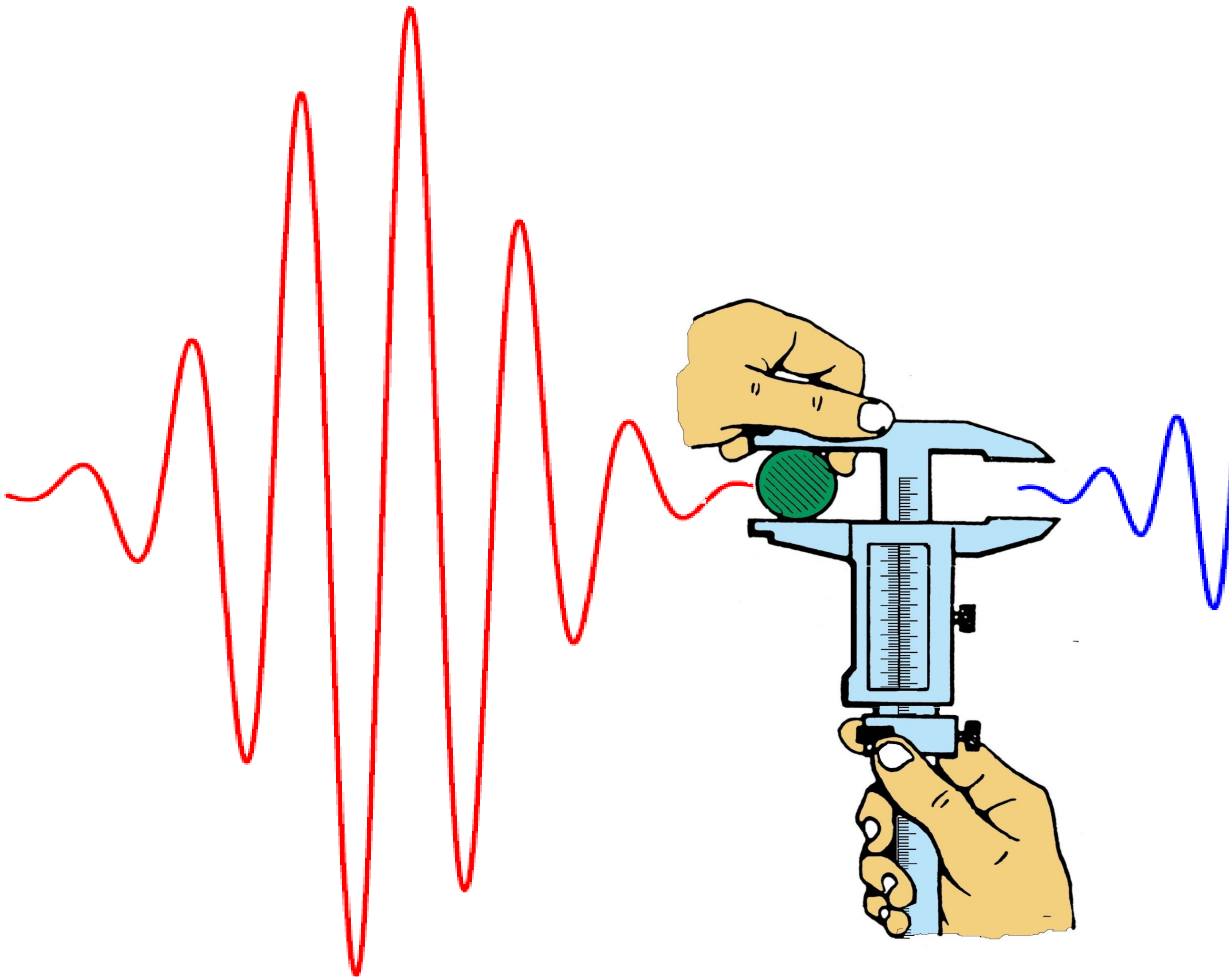
$$T = \frac{j_{прош}}{j_{пад}} = \frac{k' |B|^2}{k} = \frac{4kk'}{(k+k')^2}$$

$$B = \frac{2}{1 + k'/k}$$

$$A = \frac{1 - k'/k}{1 + k'/k}$$

$$R = \frac{j_{отр}}{j_{пад}} = \frac{k|A|^2}{k} = |A|^2 = \frac{(k-k')^2}{(k+k')^2}$$

Главное на лекции



$$\hat{\vec{p}} = -i\hbar\vec{\nabla}$$

$$\hat{H}\Psi = E\Psi$$

$$i\hbar\frac{d\Psi}{dt} = \hat{H}\Psi$$

$$\hat{H} = \frac{\hat{\vec{p}}^{2}}{2m} + U(\vec{r})$$