

Заключение по содержанию диссертации

Амосов Григорий Геннадьевич

(Ф.И.О. члена диссертационного совета)

Гумеров Ренат Нельсонович

(Ф.И.О. соискателя ученой степени)

Групповые структуры и их приложения в анализе и топологической алгебре, доктор физико-математических наук, 01.01.01 - действительный, комплексный и функциональный анализ

(Название диссертации, ученая степень, на которую представлена диссертация, специальность)

Дата защиты 01.07.2020

Оценка соответствия диссертации требованиям Положения о присуждении ученых степеней кандидата наук, доктора наук в МФТИ (далее - Положение):

1. Актуальность тематики диссертации:

Диссертация посвящена исследованию конечнолистных накрывающих отображений на группу. В последние 10-15 лет данная тематика, восходящая к теореме Понтрягина о накрывающей группе, плодотворно развивается в целом калейдоскопе различных исследований от прямого обобщения теоремы Понтрягина (С.А. Григорян, Р.Н. Гумеров, А.Кларк, В. Матиевич и К. Эда), до исследования структуры произвольных накрывающих отображений с помощью модельной конструкции В.Л. Хансена, основанной на полиномах Вейрштрасса над группой (В.Г. Бардаков, А.Ю. Веснин, Р.Н. Гумеров). Отдельный интерес представляет изучение конкретных примеров для накрывающих отображений группы P -адических соленидов (Р.Н. Гумеров, В. Матиевич, С. Ван, Б. Цзян, Х. Чжэн и др.). Дальнейшее логическое развитие таких идей приводит к исследованию C^* -алгебр Тёплица над полугруппами, где основным инструментом выступает теорема Кобурна о изометриях в C^* -алгебрах. В качестве полугруппы автор диссертации здесь берёт полугруппу неотрицательных рациональных чисел, порождённых набором простых чисел P , то есть двойственную к группе P -адических соленидов. Научные идеи, заложенные в работе Понтрягина, столь глубоки, что остаются актуальными и на настоящий момент времени, о чём говорит как большое количество работ по теме, так и то, что оставаясь в одном и том же идеологическом круге, авторы находят всё новые задачи, не повторяющие несколько уже решённые.

2. Научная новизна выносимых на защиту результатов:

Теорема Понтрягина обобщена на накрытия произвольных компактных связных групп.

Доказана структурная теорема для k -листного накрытия компактной связной абелевой группы, использующая многочлены Вейрштрасса над группой. Показано, что такое отображение задаётся конечным набором двучленов Вейрштрасса, коэффициентами которых являются характеры группы.

Доказано, что всякое конечнолистное накрытие P -адического соленоида порождается эндоморфизмом возведения в степень элементов исходного соленоида. Установлено также условие, при котором не существует k -листного накрытия данного P -адического соленоида.

Установлены условия, при которых эндоморфизм C^* -алгебры, порождённой полугруппой неотрицательных рациональных чисел, знаменатели которых порождаются последовательностью простых чисел P , является $*$ -автоморфизмом.

3. Теоретическая и практическая значимость диссертационной работы:

Работа носит чисто теоретический характер. Результаты работы должны найти применения для построения k -листных накрытий компактных абелевых групп с помощью многочленов Вейрштрасса и для исследования эндоморфизмов C^* -алгебр, порождённых полугруппами характеров P -адических соленоидов.

4. Полного опубликования основных результатов диссертации в рецензируемых научных изданиях в соответствии с требованиями Положения:

Все результаты диссертации опубликованы в 20 статьях в научных журналах, 19 из которых индексируются Scopus (Сибирский матем. журнал, Proc. Amer. Math. Soc., Topology and Appl., Lobachevskii J. Math. и др.) и одна RSCI (Труды МФТИ).

5. Вопросы и замечания (в соответствии с п. 4.13 Положения соискатель отвечает на сформулированные здесь вопросы и замечания на заседании по защите диссертации):

На стр. 113 диссертации поясняется, что переход от буквы M к букве P в обозначении P -адического соленоида связан с тем, что набор произвольных натуральных чисел M порождает тот же соленоид, что набор их простых делителей P . К сожалению, в автореферате работы на стр. 20 это пояснение полностью купировано, так что читатель с удивлением обнаруживает, что M превратилось в P .

Для определения C^* -алгебры, порождённой полугруппой неотрицательных рациональных чисел со знаменателями, определяемыми последовательностью простых чисел P (характерами P -адического соленоида), автор использует два способа: индуктивный предел C^* -алгебр Тёплица и редуцированную C^* -алгебру, порождённую изометриями. Какой способ следует считать наиболее естественным и в чём нетривиальность изоморфности этих двух C^* -алгебр?

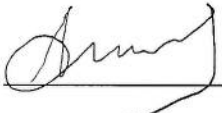
6. Общая характеристика диссертации (не включает резюмирующую часть):

В работе можно выделить четыре части, взаимосвязанные друг с другом на глубоком уровне. Во-первых, автор обобщает теорему Понтрягина о накрывающем отображении на произвольную компактную связную группу. Далее для случая k -листного накрывающего отображения доказывается структурная теорема, использующая многочлены Вейрштрасса над группой. Затем автор переходит к примеру групп P -адических соленоидов и исследует k -листные накрытия для такой группы. Группой характеров для группы P -адических соленоидов будет группа рациональных чисел, порождённых набором простых чисел P . В последней части своей работы автор исследует эндоморфизмы C^* -алгебр над полугруппой неотрицательных рациональных чисел,

состоящих из характеров группы Р-адического соленида. Тем самым, работа не только содержит разрозненные сильные результаты из разных областей, но и представляет из себя целостное научное исследование, все части которого едины, а изложение построено как переход от абстрактных предметов к максимально конкретным. Диссертация посвящена актуальным вопросам теории накрытий топологических групп и является законченным научным исследованием. Результаты диссертационного исследования являются новыми, имеют ясное изложение и строгое математическое обоснование. Тема диссертации соответствует специальности 01.01.01 — действительный, комплексный и функциональный анализ. Диссертация удовлетворяет требованиям Положения о присуждении ученых степеней кандидата наук, доктора в МФТИ, предъявляемым к диссертациям на соискание учёной степени доктора физико-математических наук.

Дата 03.06.2020

Ведущий научный сотрудник МИАН, доктор физико-математических наук

Подпись  / Амосов Григорий Геннадьевич

Подпись Амосова Г.Г. подтверждаю

