

УДК 534.142:536.24

Б. И. Басок, В. В. Гоцуленко

Институт технической теплофизики НАН Украины

Автоколебания, возбуждаемые теплоотводом от потока нагретого газа

Получена простейшая математическая модель для определения параметров автоколебаний, самовозбуждающихся в установке Леманна при локальном отводе теплоты от потока нагретого газа. Установлено, что при определенных условиях отвод теплоты от газа изменяет гидравлические характеристики течения, порождая эффект «отрицательного» сопротивления. Полученная математическая модель позволяет теоретически определить условия самовозбуждения рассматриваемых автоколебаний, а также оценить влияние различных параметров на их форму.

Ключевые слова: термоакустические автоколебания, предельный цикл, напорная характеристика теплоотвода, неустойчивость, явление Рисса.

B. I. Basok, V. V. Gotsulenko

Institute of Engineering Thermophysics of National Academy of Sciences of Ukraine

Self-oscillations excited by a heat sink from the heated gas flow

We develop the simplest mathematical model of determining the parameters of selfoscillations selfexcited in the Lehmann installation with local heat removal from the heated gas flow. It is established that under certain conditions the heat removal from the gas changes the hydraulic characteristics of the flow generating the effect of «negative» resistance. The developed mathematical model allows one to theoretically determine the conditions for selfexcitation of the studied selfoscillations, and assess the effect of various parameters on their shape.

Key words: thermoacoustic selfoscillations, limit cycle, pressure characteristics of heat sink, instability, Riesz phenomenon.

1. Введение

Автоколебания в теплофизических системах, представляющие собой периодические по времени изменения гидродинамических и термодинамических параметров, являются широко распространенным явлением [1–4].

Фундаментальные исследования автоколебаний газа в установках с источниками теплоты и массы выполнили Рэлей, Б.В. Раушенбах, М.С. Натанзон, А.Д. Марголин, С.А. Аbruков, М.А. Ильгамов, В.Л. Эпштейн, К.И. Артамонов, В.Н. Подымов, В.И. Кондратьев, Л. Сроссо, D. T. Harrje, F. H. Reardon, H. J. Merk, A. A. Putnam, N. Rott и другие.

Неустойчивость потока жидкости или газа при теплоотводе или преобразовании различных форм энергии в его напор возникает во многих потенциально неустойчивых элементах теплоэнергетического оборудования. Значительные проблемы возникают перед практиками, когда они сталкиваются с явлением возбуждения термоакустических автоколебаний

и автоколебаний вибрационного горения, возбуждающихся соответственно при конвективном теплоподводе или при сжигании топливных смесей в самых различных тепловых агрегатах – от простейших топочных устройств до камер горения воздухонагревателей доменных печей и камер сгорания мощных современных ракетных двигателей. Автоколебания давления не только создают большую знакопеременную механическую нагрузку на конструкцию топочного устройства, что нередко приводит к его механическому разрушению, но и изменяют условия теплообмена. В камерах сгорания, которые надежно работают в стационарном режиме, при возникновении автоколебаний резко возрастает поток теплоты в стенки, что также приводит к их термическому разрушению.

По-видимому, одна из первых авторских научных публикаций по проблеме возбуждения автоколебаний теплоподводом относится к 1859 г., когда Рийке описал ставший классическим эксперимент с трубой, получившей его имя [2]. Эксперимент был чрезвычайно прост, но не очевиден. В вертикально расположенную трубу на расстоянии четверти ее длины от нижнего основания помещалась частая сеточка. Сеточка нагревалась открытым пламенем, и, после того как пламя убиралось, возникал звук на частоте, близкой к частоте полуволнового резонанса при продольных колебаниях газа в трубе. При этом звучание продолжалось до тех пор, пока сеточка не остывала [2–3]. Несколько иначе выглядели результаты опытов тех же лет Рисса и Босша, которые помещали сеточку на расстоянии четверти длины трубы от ее верхнего основания. Автоколебания также возникали, но лишь в том случае, когда сеточка охлаждалась. В монографии [2] отмечается, что явление Рисса вполне сходно по механизму с явлением Рийке.

Если в опыте Рийке сеточка помещалась в верхней части трубы или в опытах Рисса и Босша – в нижней, то колебания не возникали. При кажущейся простоте этих опытов они до настоящего времени не имеют более или менее строгого аналитического описания, несмотря на предпринимавшиеся попытки [1–4].

Предложенный ранее механизм запаздывания сгорания топлива, предложенный Л. Крокко [3], совместно с механизмами обусловленных теплоподводом [4], проявляются в явлении «поющего» пламени Хиггинса, а также при вибрационном горении в печах и тепловых двигателях. Причем автоколебания, возбуждаемые механизмами теплоподвода, в большинстве случаев обладают диаметрально противоположными свойствами [4] в сравнении с автоколебаниями, причиной которых является запаздывание сгорания топлива.

Известно, что в ламинарном режиме движения потока причиной феномена Рийке является образование нисходящей ветви на зависимости гидравлических потерь по длине канала [5–6]. Другим механизмом данного феномена является образование «нисходящей» ветви на зависимости теплового сопротивления как функции объемного расхода воздуха [7–8]. Особенностью последнего механизма является независимость возбуждения автоколебаний от режима движения потока.

Отметим, что «нисходящие» ветви («отрицательное» сопротивление) зависимостей сопротивлений различной природы являются причиной возбуждения автоколебаний, например в электрических системах, включающих триод, при образовании вольтовой дуги, а также в различных задачах механики [9]. Однако как при теплоподводе, так и теплоотводе механизмы неустойчивости, основанные на «отрицательном» сопротивлении, оставались неизвестными.

2. Постановка задачи

В данной работе рассматривается задача возбуждения термоакустических автоколебаний явления Рисса в установке Леманна, состоящей из вертикально расположенной трубы, в нижней части которой расположено устройство охлаждения воздуха и на ее входе присоединен рессивер (рис. 4). При этом, в отличие от классической установки Леманна [2], предполагается, что в рессивер воздух подается нагретым, а на входе в вертикальную трубу воздух локально охлаждается (эффект Босша–Рисса).

3. Гидравлическая характеристика теплового сопротивления $h_T(Q)$ при теплоотводе

В пневмосистеме (рис. 1) вентилятором осуществляется напорное движение нагретого воздуха и между сечениями 1 – 1 и 2 – 2 осуществляется отвод теплоты.

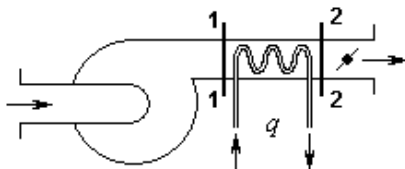


Рис. 1. Схема пневмосистемы для определения теплового сопротивления при теплоотводе

Запишем уравнение энергии для сечений 1 – 1 и 2 – 2 (рис. 1):

$$\frac{p_1}{\rho_1} + \frac{w_1^2}{2} + u_1 = \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{w_2^2}{2} + u_2 + q + \Delta h_T. \quad (1)$$

При политропном теплоотводе с показателем политропы n для удельного теплового потока имеем следующее выражение $q = c_n(T_1 - T_2)$. Далее, воспользовавшись известными формулами термодинамики идеального газа:

$$c_n = c_v \frac{n - k}{n - 1}, \quad p = \rho R T, \quad c_p - c_v = R, \quad u_1 - u_2 = c_v(T_1 - T_2), \quad \frac{c_p}{c_v} = k, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^{n-1},$$

а также уравнением неразрывности

$$\rho_1 w_1 = \rho_2 w_2,$$

из уравнения (1) получается представление

$$\Delta h_T = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} + c_v \frac{n - k}{n - 1} (T_1 - T_2),$$

откуда для потерь давления $h_T = \Delta h_T \rho_1$ из-за теплового сопротивления получается выражение

$$h_T(Q, n) = \rho_1 c_v \frac{n - k}{n - 1} (T_1 - T_2) + \frac{\rho_1 Q^2}{2S^2} \left[1 - \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{2}{n-1}} \right], \quad (2)$$

где $Q = w_1 S$ – объемный расход нагретого воздуха, S – площадь поперечного сечения проточного тракта (рис. 1). Зависимости теплового сопротивления $h_T(Q, n)$ при различных значениях показателя политропы n приведены на рис. 2.

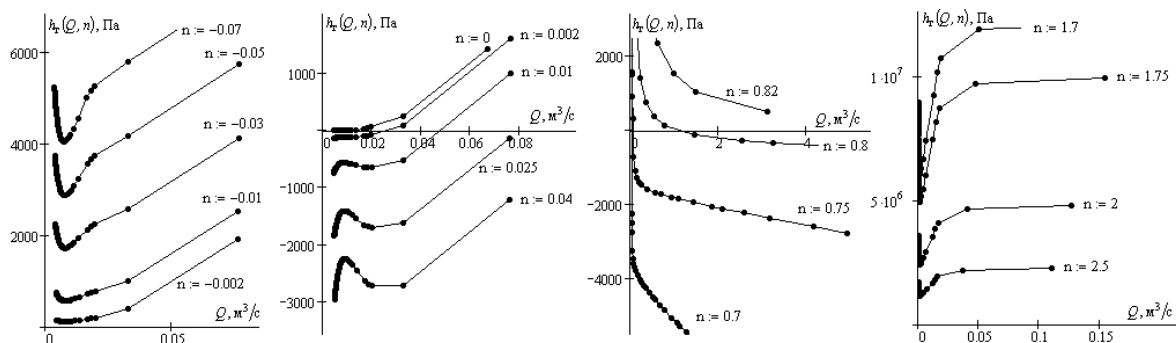


Рис. 2. Характер изменения $h_T(Q, n)$ при различных показателях политропы n

При изобарном теплоотводе показатель политропы $n = 0$. Из (1) получается следующее представление для теплового сопротивления изобарного теплоотвода:

$$h_T(Q) = k_T Q^2, \quad k_T = \frac{\rho_1}{2S} \left[1 - \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^2 \right]. \quad (3)$$

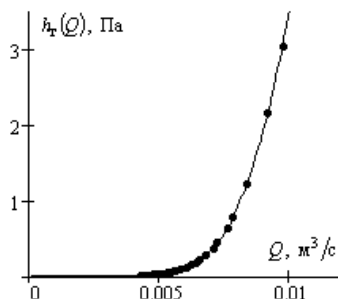


Рис. 3. График зависимости $h_T(Q)$ при изобарном теплоотводе

Зависимость $h_T(Q)$ при изобарном теплоотводе ($T_1 > T_2$) в явлении Рисса представлена на рис. 3. Поскольку $h_T(Q)$ с увеличением расхода Q возрастает, то тепловое сопротивление в отличие от феномена Рийке не является механизмом возбуждения автоколебаний в явлении Рисса, когда теплоотвод осуществляется изобарно.

4. Автоколебания в установке Леманна при теплоотводе

В экспериментальных и теоретических исследованиях термоакустические колебания удобно изучать в различных модельных установках, являющихся прототипами соответствующих элементов теплоэнергетического оборудования [2]. Классическая установка Леманна представляет собой трубу Рийке, в нижней части которой расположен ресивер, воздух в который подается нагнетателем [2]. В трубе Рийке автоколебания самовозбуждаются в результате потери устойчивости естественного конвективного течения нагретого воздуха. Отметим, что наличие нагнетателя в установке Леманна не является необходимым атрибутом для возбуждения термоакустических автоколебаний. Известно, что в установке Леманна с реверсным движением теплоносителя при достаточной емкости ресивера самовозбуждаются релаксационные автоколебания [10].

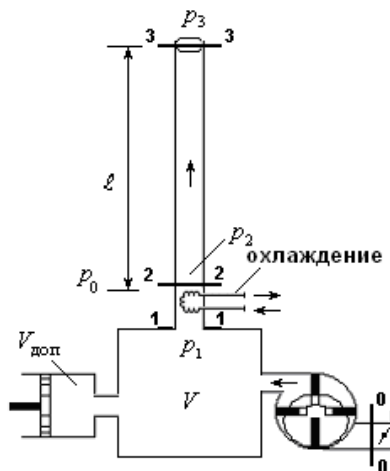


Рис. 4. Схема установки Леманна при теплоотводе с ротационным нагнетателем

Составим уравнения движения воздуха в установке Леманна (рис. 4). Согласно принципу Даламбера, уравнение движения воздуха между сечениями 2–2 и 3–3 имеет следующий

вид:

$$m_2 \frac{dw_2}{dt} = (p_2 - p_3) S - \rho_2 g \ell S - F_{\text{тр}}, \quad (4)$$

где w_2 – скорость движения потока после охлаждения, $\rho_2 g \ell S$ – его масса, $F_{\text{тр}}$ – сила вязкостного трения. Полагая $h_{\text{тр}} = \frac{F_{\text{тр}}}{S}$ и используя соотношения $p_1 - p_2 = h_{\text{т}} + h_{\text{охл}}$, где $h_{\text{охл}}$ – потери давления при обтекании устройства охлаждения, и $p_0 = p_3 + \rho_0 g \ell S$, где p_0 – давление в сечении 2 – 2 снаружи трубы (рис. 4), уравнение (4) окончательно представим в виде

$$L_a \frac{dQ_2}{dt} = F(Q_2) - P, \quad (5)$$

где $L_a = \frac{\rho_2 \ell}{S}$ – акустическая масса охлажденного столба воздуха, $P = p_0 - p_1$, $F(Q_2) = A(Q_2) - h_{\text{тр}}(Q_2) - h_{\text{охл}}(Q_2) - h_{\text{т}}(Q_2)$ – напорная характеристика теплоотвода вертикальной трубы, $A(Q_2) = g \ell (\rho_0 - \rho_2)$ – давление подъемной силы, $Q_2 = S w_2$ – объемный расход воздуха через сечение 2 – 2 (рис. 4).

Запишем уравнение сохранения массы между сечениями 0 – 0 и 2 – 2:

$$dm = (\rho_0 Q_{\text{вх}} - \rho_2 Q_2),$$

где $dm = V d\rho_1$ – изменение массы воздуха в объеме $V = \ell S$ ресивера в единицу времени, или используя соотношение $\frac{d\rho_1}{d\rho_1} = c_1^2$, где c_1 – скорость распространения звука в объеме нагретого воздуха перед его охлаждением, запишем в форме [5–6]:

$$C_a \frac{dP}{dt} = Q_2 - \varphi(P), \quad (6)$$

где $\varphi(P) = \frac{\rho_0}{\rho_2} Q_{\text{вх}}$, обращение функции $\varphi(P)$ представляет потери $P = h_{\text{др}}(Q_{\text{вх}})$ при обтекании дросселя в зависимости от входящего расхода приведенного к температуре охлажденного воздуха, $C_a = \frac{V}{\rho_2 c_1^2}$ – акустическая гибкость объема V . При включении в работу ротационного нагнетателя функция $\varphi(P)$ заменяется характеристикой нагнетателя.

Таким образом, задача о возбуждении термоакустических автоколебаний явления Рисса в установке Леманна теоретически свелась к определению периодических решений нелинейной автономной системы дифференциальных уравнений (5) – (6). Периодическое автоколебательное решение этой системы определяется предельным циклом на фазовой плоскости соответствующего уравнения интегральных кривых:

$$C_a (F(Q_2) - P) dP = L_a (Q_2 - \varphi(P)) dQ_2, \quad (7)$$

геометрические размеры которого определяется величиной волнового сопротивления $Z = \sqrt{\frac{L_a}{C_a}}$ и интенсивностью $\frac{dF(Q_2)}{dQ_2}$ восходящей (неустойчивой) ветви напорной характеристики $F(Q_2)$.

На рис. 5 приведены предельные циклы и соответствующие им формы автоколебаний явления Рисса в установке Леманна при естественном движении воздуха а) и при включении ротационного нагнетателя б).

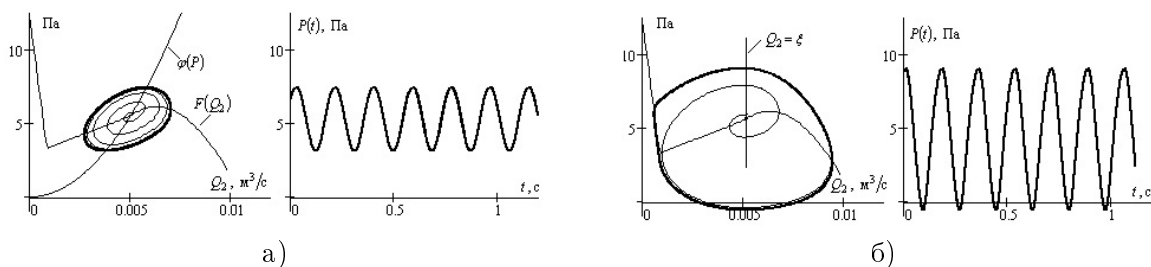


Рис. 5. Автоколебания явления Рисса в установке (рис. 4)

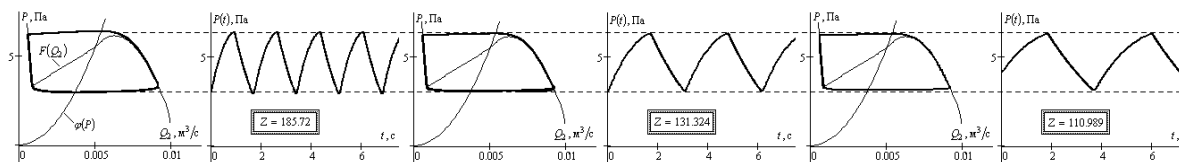


Рис. 6. Деформация предельного цикла и форма релаксационных автоколебаний неизменной амплитуды при увеличении дополнительного объема $V_{\text{доп}}$

С увеличением объема V при помощи присоединенной к нему емкости изменяемого объема $V_{\text{доп}}$ (рис. 4) снижается волновое сопротивление $Z = \sqrt{\frac{\ell}{S}} \frac{\rho_2 c_1}{\sqrt{V+V_{\text{доп}}}}$, и автоколебания явления Рисса переходят в релаксационные (рис. 6), амплитуда которых от дальнейшего уменьшения Z не изменяется, а определяется лишь структурой напорной характеристики тепловода $F(Q_2)$. Однако при этом уменьшается частота релаксационных автоколебаний (рис. 6).

5. Условия самовозбуждения автоколебаний

Самовозбуждение автоколебаний происходит в результате потери устойчивости стационарного течения. Значения объёмного расхода воздуха Q_2^* и относительного давления P^* на стационарном режиме определяются из системы (5) – (6), полагая в ней

$$\left. \frac{dQ_2}{dt} \right|_{Q_2=Q_2^*} = 0, \quad \left. \frac{dP}{dt} \right|_{P=P^*} = 0.$$

Для исследования характера устойчивости стационарного течения воздуха рассмотрим малые возмущения

$$Q(t) = Q^* + \xi \exp\{\lambda t\}, \quad P(t) = P^* + \eta \exp\{\lambda t\} \quad (\xi, \eta = \text{const}).$$

Подставляя данные возмущения в исходную динамическую систему (5) – (6), после ее линеаризации приходим к следующему характеристическому уравнению:

$$\lambda^2 + \left(\frac{\varphi'(P^*)}{C_a} - \frac{F'(Q_2^*)}{L_a} \right) \lambda + \frac{1}{L_a C_a} (1 - F'(Q_2^*) \varphi'(P^*)) = 0,$$

где обозначено $F'(Q_2^*) = \left. \frac{dF(Q_2)}{dQ_2} \right|_{Q_2=Q_2^*}$, $\varphi'(P^*) = \left. \frac{d\varphi(P)}{dP} \right|_{P=P^*}$.

Согласно критерию Рауса–Гурвица [9], условие устойчивости стационарного течения определяется положительностью коэффициентов полученного характеристического полинома второго порядка, откуда следует

$$C_a F'(Q_2^*) < L_a \varphi'(P^*), \quad F'(Q_2^*) \varphi'(P^*) < 1. \quad (8)$$

Отметим, что $\frac{d\varphi(P)}{dP} > 0$ при любых значениях $P > 0$. Таким образом, нарушение условий (8) возможно, только когда $F'(Q_2^*) > 0$.

При выполнении условий самовозбуждения (8) стационарное течение является неустойчивым и в результате даже бесконечно малых возмущений переходит в автоколебательный режим движения. Амплитуда автоколебаний определяется диаметром предельного цикла уравнения интегральных кривых (7).

6. Выводы

Получена динамическая система для определения параметров термоакустических автоколебаний, самовозбуждающихся в установке (рис. 4), представляющей модель установки

Леманна при охлаждении теплоносителя. Данная нелинейная система уравнений формально подобна системе уравнений, описывающей помпаж в сосредоточенной пневмосистеме с лопастным нагнетателем. Однако, в отличие от напорной характеристики нагнетателя, определяемой экспериментально, в данной системе введена в рассмотрение напорная характеристика теплоотода $F(Q_2)$, которая определяется расчетным путем. Установлено, что возбуждение термоакустических автоколебаний возможно только в области восходящей ветви $\frac{dF(Q_2)}{dQ_2} > 0$ рассматриваемой напорной характеристики $F(Q_2)$. При выполнении противоположного неравенства $\frac{dF(Q_2)}{dQ_2} < 0$ стационарный режим течения является абсолютно устойчивым.

Численный анализ полученной автономной динамической системы (5) – (6) позволяет теоретически оценить характер влияния различных параметров на форму возбуждающихся автоколебаний, а также определить условия их полной нейтрализации, или, наоборот, условий, при выполнении которых их амплитуда является максимальной, что может быть использовано в практике при разработке различных генераторов термоакустических колебаний.

Установлено, что причиной возбуждения автоколебаний явления Рисса является образование нисходящей ветви вязкостных потерь по длине канала, возникающих при теплоотводе. При этом тепловое сопротивление [7–8], зависимость которого по расходу является монотонно возрастающей (рис. 3), оказывает стабилизирующее влияние на устойчивость стационарного течения. Показано, что при замене дросселя на входе в установку (рис. 4) ротационным нагнетателем, амплитуда автоколебаний увеличивается.

Литература

1. Melkikh A.V., Seleznev V.D. Self-oscillations of nonisothermal flow of viscous liquid in a channel. High Temperature. 2008. V. 46, N 1. P. 91–99.
2. Раушенбах Б.В. Вибрационное горение. М.: Физматгиз, 1961.
3. Беляев Н.М., Белик Н.П., Польшин А.В. Термоакустические колебания газожидкостных потоков в сложных трубопроводах энергетических установок. Киев: Высшая школа, 1985.
4. Ларинов В.М., Зарипов Р.Г. Автоколебания газа в установках с горением. Казань: Казанский гос. тех. университет, 2003.
5. Басок Б.И., Гоцуленко В.В. Термогидродинамическая неустойчивость потока теплоносителя. Киев: ТОВ ВД «КАЛИТА», 2015.
6. Гоцуленко В.В. Математическое моделирование особенностей феномена Рийке // Математическое моделирование. 2004. Т. 16, № 9. С. 23–28.
7. Басок Б.И., Гоцуленко В.В. Теория феномена Рийке в системе с сосредоточенными параметрами // Акустический вестник. 2010. Т. 13, № 3. С. 3–8.
8. Басок Б.И., Гоцуленко В.В. Отрицательное тепловое сопротивление в одномерном установившемся течении совершенного невязкого газа // Труды МФТИ. 2014. Т. 6, № 4(24). С. 153–157.
9. Басок Б.И., Гоцуленко В.В. Автоколебания газа, вызванные теплотой сгорания топлива или конвективным теплоподводом // Труды МФТИ. 2016. Т. 8, № 4(32). С. 130–140.
10. Ланда П.С. Нелинейные колебания и волны. М.: ЛИБРОКОМ, 2010.
11. Басок Б.И., Гоцуленко В.В. Закономерности термоакустических колебаний в установке Леманна при реверсном движении теплоносителя // Математическое моделирование. 2017. Т. 29, № 4. С. 75–87.

References

1. *Melkikh A.V., Seleznev V.D.* Self-oscillations of nonisothermal flow of viscous liquid in a channel. *High Temperature*. 2008. V. 46, N 1. P. 91–99.
2. *Rauschenbach B.V.* Vibrating burning. Moscow: Fizmatgiz, 1961. (in Russian).
3. *Belyaev N.M., Belik N.P., Pol'shin A.V.* Thermoacoustic vibrations of gas-liquid flows in complex pipes of power plants. Kiev: Vysshaya shkola, 1985. (in Russian).
4. *Larinov V.M., Zaripov R.G.* Avtokolebaniia gaza v ustanovkakh s goreniem. Kazan: Kazanskii Gos. Tekh. Universitet, 2003. (in Russian).
5. *Basok B.I., Gotsulenko V.V.* Termogidrodinamicheskaya neustoychivost potoka teplosnosatelya Kiev: TOV VD «KALITA», 2015. (in Russian).
6. *Gotsulenko V.V.* Mathematical modelling of Rijke's phenomenon peculiarities when changed the heat flow power. *Matem. Mod.* 2004. V. 16, N 9. P. 23–28. (in Russian).
7. *Basok B.I., Gotsulenko V.V.* Theory Rijke's phenomenon in a system with lumped parameters. *Acoustic bulletin*. 2010. V. 13, N 3. P. 3–8. (in Russian).
8. *Basok B.I., Gotsulenko V.V.* Negative thermal resistance in the one-dimensional steady flow of a perfect inviscid gas. *Proceedings of MIPT*. 2014. V. 6, N 2(24). P. 153–157. (in Russian).
9. *Basok B.I., Gotsulenko V.V.* Selfoscillations of gas caused by combustion heat or convective heat supply. *Proceedings of MIPT*. 2016. V. 4, N 2(32). P. 130–140. (in Russian).
10. *Landa P.S.* Nonlinear oscillations and waves. M.: LIBROKOM, 2010. (in Russian).
11. *Basok B.I., Gotsulenko V.V.* Regularities of Thermoacoustic Oscillations in Lehmann's Plant with a Coolant Moving in Reverse. *Matematicheskoye modelirovaniye*. 2017. V. 29, N 4. P. 75–87.

Поступила в редакцию 18.11.2018