

Задачи олимпиады по теоретической физик МФТИ

24 апреля 2021 г.
10:00–14:00, аудитории 2.35, 2.36 «Физтех.цифра»

1) Ф.И.О. (полностью):		
2) ВУЗ:		
3) Факультет:	4) Курс:	5) Группа:
6) e-mail:	7) телефон:	

Оформляйте **каждую задачу на отдельном листе**, чтобы их можно было проверять параллельно!

1 Энергия в лагранжевой механике с высшими производными (М.Г. Иванов)

Дано действие с высшими производными

$$S[x_\alpha(t)] = \int_{t_1}^{t_1} L(x_\alpha, \dot{x}_\alpha, \ddot{x}_\alpha, \dots, x_\alpha^{(n)}, t) dt, \quad \dot{x}_\alpha = \frac{dx_\alpha}{dt}, \quad \ddot{x}_\alpha = \frac{d^2 x_\alpha}{dt^2}, \quad \dots \quad x_\alpha^{(n)} = \frac{d^n x_\alpha}{dt^n}.$$

- 1) Из принципа экстремального действия найдите уравнения движения.
- 2) Определите энергию через функцию L .
- 3) Вычислите для определённой вами энергии $\frac{d\mathcal{E}}{dt}$ при условии выполнения уравнений движения.
- 4) Убедитесь, что для автономного лагранжиана (при $\frac{\partial L}{\partial t} = 0$) введённая энергия сохраняется.
- 5) Выпишите уравнения движения и энергию в частном случае $n = 2$.
- 6) Проверьте, что предложенное определение энергии работает для лагранжиана вида

$$L(x, \dot{x}, \ddot{x}) = -\frac{m x \ddot{x}}{2} - U(x).$$

2 Протоны солнечного ветра на экваторе (В.П. Крайнов)

Протон солнечного ветра с кинетической энергией \mathcal{E} движется в плоскости магнитного экватора Земли. Магнитный момент Земли равен μ .

- 1) Найти *сепаратрису* — неустойчивую траекторию, разделяющую финитные и инфинитные траектории.
- 2) Найти уходящую на бесконечность траекторию, для которой момент импульса частицы на бесконечности стремится к нулю.

3 Электроны в нанотрубке (В.П. Крайнов)

Одномерная задача взаимодействующих пи-электронов в углеродной одностенной нанотрубке качественно моделируется двумя электронами в притягивательном дельта-функциональном внешнем потенциале и их дельта-функциональным отталкиванием друг от друга. Используя вариационное приближение, найти энергию основного состояния.

4 Геометрия квантовых газов (А.А. Пухов)

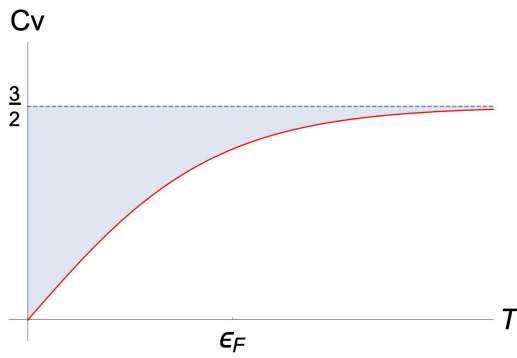


Рис. 1

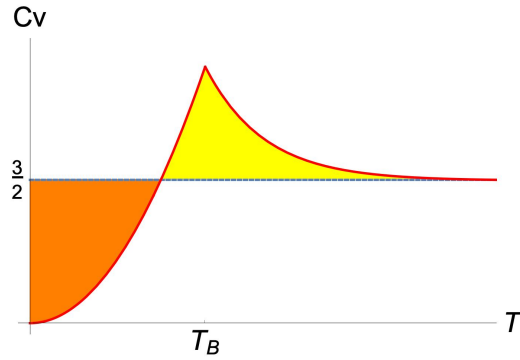


Рис. 2

1. На рис.1 изображена зависимость теплоемкости $c_V(T)$ идеального электронного газа (в расчете на один электрон) от температуры T . Энергия Ферми газа равна ϵ_F . Чему равна выделенная на рис.1 серым цветом площадь?

2. На рис.2 изображена зависимость теплоемкости $c_V(T)$ идеального бесспинового бозе-газа (в расчете на один атом) от температуры T . Температура бозе-конденсации газа равна T_B . Покажите, что выделенные на рис.2 разными цветами площади равны. Чему равна каждая из этих площадей?