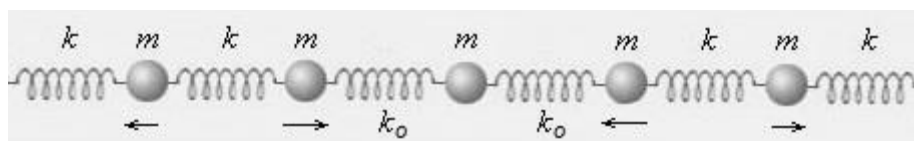


Задачи по первому заданию 6 семестра

1. Распространение продольных фононов вдоль главной диагонали элементарного куба в кристалле KBr (структура хлористого натрия) хорошо описывается моделью двухатомной одномерной цепочки. Найти скорость продольного звука, если минимальная частота оптических фононов в этом направлении составляет $\Omega_{\text{МИН}} = 2,73 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$. Ребро элементарного куба (расстояние между ионами одноимённого знака) составляет $2a = 6,6 \text{ \AA}$. В качестве периода цепочки следует брать расстояние между плоскостями одинаковых ионов, перпендикулярных главной диагонали куба.
2. Энергетический спектр фононов в кристаллах конечных размеров имеет дискретный характер. Оценить, при каких размерах кристаллов поваренной соли это сказывается на удельной теплоемкости при температуре 1 К. Для NaCl температура Дебая $\theta \sim 310 \text{ К}$, плотность $\rho \sim 2,2 \text{ г/см}^3$, молярная масса $\mu \sim 58 \text{ г/моль}$.
3. Найти скорость Ферми электронов в металле с одним электроном на элементарную ячейку и «одномерным» законом дисперсии $E(k_z) = W_0 \cos k_z a$, если $W_0 = 1 \text{ эВ}$ и $a = 3 \text{ \AA}$. Волновой вектор $k = p/\hbar$.
4. Плотность молекулярного водорода, кристаллизующегося при нормальном давлении при низких температурах, равна $\rho = 0,076 \text{ г/см}^3$. На сколько надо увеличить плотность, чтобы он стал металлом? При каком давлении это произойдет?
5. При облучении золотого фотокатода ультрафиолетовым излучением с энергией кванта 16,9 эВ образуются фотоэлектроны с энергией от 7,1 эВ до 11,6 эВ. Оценить по этим данным концентрацию электронов в материале фотокатода.
6. В результате введения в одномерный кристалл примеси замещения с той же массой изменились силовые постоянные вокруг введенного атома и стало возможным существование локальной моды колебаний с частотой выше, чем максимальная частота акустических колебаний. Найти частоту локальной моды, для которой смещения атомов удовлетворяют соотношению $u_{-n} = -u_n$, где n – номер атома, отсчитываемый от положения примеси $n = 0$. Массы атомов m , силовые постоянные между атомами k , силовые постоянные в районе примеси замещения $k_0 > k$ считать заданными.



Указание. Амплитуды колебаний атомов в локальной моде экспоненциально убывают в обе стороны при удалении от примесного атома по закону $\propto \lambda^{-n}$ ($n \geq 1$), а $|\lambda| > 1$ – величина, подлежащая определению, так как ω является функцией λ .

7. Искусственный алмаз, выращенный из изотопически чистого углерода ^{12}C , обладает при комнатной температуре теплопроводностью $\kappa = 25 \text{ Вт/(см}\cdot\text{К)}$. Теплопроводность же алмаза, выращенного из естественной смеси изотопов (с 1%-м содержанием изотопа ^{13}C), на 1% меньше. Оценить длину свободного пробега фононов, обусловленную рассеянием на дефектах, роль которых играют атомы ^{13}C . Температура Дебая алмаза $\Theta = 2250 \text{ К}$, скорость звука $s = 17,5 \text{ км/с}$, ребро элементарного куба решетки алмаза, содержащего 8 атомов, равно $a = 3,57 \text{ \AA}$.
8. При нагреве одного и того же образца одновалентного металла с ГЦК-решеткой от двух начальных температур T_1 и $T_2 = T_1 + \Delta T$ ($\Delta T = 600 \text{ К}$) на одинаковую величину δT , оказалось, что во втором случае количество подведенного тепла было на $\xi = 1,5\%$ больше. Найти энергию Ферми этого металла. Считать, что решеточная теплоемкость металла в рассматриваемой области температур постоянна.
9. Изотопически чистый алмаз, состоящий только из изотопов углерода ^{12}C , обладает при комнатной температуре теплопроводностью $\kappa = 25 \text{ Вт/(см}\cdot\text{К)}$. Найдите температуру, до которой нужно охладить кристалл алмаза ограниченного размера $d = 1 \text{ мм}$, чтобы его теплопроводность оказалась равной тому же самому значению. При низких температурах длина свободного пробега фонона ограничена размерами кристалла. Температура Дебая для алмаза $\Theta = 2250 \text{ К}$, скорость звука $s = 17,5 \text{ км/с}$, ребро элементарного куба решетки алмаза, содержащего 8 атомов, равно $a = 3,57 \text{ \AA}$.
10. При нагреве одного и того же образца двухвалентного металла с ОЦК-решеткой от двух начальных температур T_1 и $T_2 = T_1 + \Delta T$ ($\Delta T = 700 \text{ К}$) на одну и ту же величину δT , оказалось, что во втором случае количество подведенного тепла было на $\xi = 5,5\%$ больше. Найти энергию Ферми этого металла. Считать, что решеточная теплоемкость в рассматриваемой области температур постоянна.
11. Известно, что при комнатной температуре $t_0 = 20^\circ\text{C}$ теплопроводность алмаза высокой чистоты $\alpha_1 = 628 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}$ почти в два раза превосходит теплопроводность золота $\alpha_2 = 3 \cdot 10^2 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}$. Оцените, при какой температуре теплопроводности золота и алмаза сравняются. Температура Дебая для алмаза $\theta_1 = 2250 \text{ К}$, золота $\theta_2 = 162 \text{ К}$. Для алмаза при $T \ll \theta_1$ α_1 зависит от температуры как $\exp(\theta_1/2T)$.
12. Дана цепочка из чередующихся атомов двух сортов с соотношением масс $M_1:M_2=1:3$. Как изменится отношение амплитуд колебаний тяжелого и легкого атомов на акустической моде, если волновой вектор сместится из центра зоны Бриллюэна в точку, где он равен половине максимального значения?
13. Дана цепочка из чередующихся атомов двух сортов с соотношением масс $M_1:M_2=1:2$. Как изменится отношение амплитуд колебаний тяжелого и легкого атомов на оптической моде, если волновой вектор сместится из центра зоны Бриллюэна в точку, где он равен половине максимального значения?

14. При температуре 3К и атмосферном давлении плотность жидкого гелия-3 равна $0,08 \text{ г/см}^3$, а плотность жидкого гелия-4 равна $0,14 \text{ г/см}^3$. Оценить по этим данным скорость звука в жидком гелии-3 при этих условиях.

