

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»

УТВЕРЖДЕНО  
Проректор по учебной работе  
и довузовской подготовке  
А. А. Воронов  
30 июня 2020 г.

## ПРОГРАММА

по дисциплине: Кинетическая теория газов

по направлению подготовки:

03.04.01 «Прикладная математика и физика»

физтех-школа: ФАКТ

кафедра: теоретической физики

курс: 1 (магистратура)

семестр: 1

Трудоемкость:

теор. курс: вариативная часть – 3 зачет. ед.

лекции – 30 часов Экзамен – 1 семестр

практические (семинарские)

занятия – 30 часов

Курсовые и контрольные работы – 4

ВСЕГО АУДИТОРНЫХ ЧАСОВ – 60 Самостоятельная работа  
– 45 часов

Программу и задание составил к.ф.-м.н., доц.  
Е.А. Дорофеев

Программа принята на заседании  
кафедры теоретической физики  
23 мая 2020 года

Заведующий кафедрой  
д.ф.-м.н., профессор

Ю.М. Белоусов

# **I. Кинетическая теория**

## **1. Уравнение Больцмана**

Уровни описания большого числа частиц. Функция распределения. Физические предположения при выводе кинетического уравнения. Принцип детального равновесия. Кинетическое уравнение Больцмана. Свойства интеграла столкновений. Вывод формулы, связывающей энтропию газа с функцией распределения.  $H$ -теорема. Длина свободного пробега молекул. Число Кнудсена.

## **2. Переход к макроскопическим уравнениям**

Гидродинамические величины. Общее уравнение переноса. Вывод уравнений газовой динамики из кинетического уравнения Больцмана. Законы сохранения массы, импульса и энергии. Замыкание системы уравнений газовой динамики.

## **3. Приближенное решение уравнения Больцмана при малых числах Кнудсена**

Кинетическое уравнение для слабо неоднородного газа. Линеаризация интеграла столкновений. Метод Чепмена–Энскога. Вычисление коэффициентов теплопроводности и вязкости одноатомного газа.

## **4. Кинетика смеси газов**

Уравнение Больцмана для смеси газов. Метод Чепмена–Энскога для бинарной смеси. Диффузия и термодиффузия. Диффузия легкого газа в тяжелом. Газ Лоренца. Коэффициент диффузии и термодиффузии в модели Лоренца. Диффузия тяжелого газа в легком. Броуновское движение. Уравнение Ланжевена. Уравнение Фоккера–Планка.

## **5. Явления в слабо разреженных газах**

Граничные условия на поверхности твердого тела. Коэффициент температурного скачка. Тепловое скольжение. Слабое и сильное испарение, термофорез. Уравнения Барнетта. Температурные напряжения в газах. Неприменимость уравнений Навье–Стокса для описания медленных изотермических течений. Термострессовая конвекция. Кинетические явления в поле лазерного излучения. Светоиндуцированные диффузия и дрейф.

## **6. Явления в сильно разреженных газах**

Свободномолекулярное течение газа. Потoki массы, импульса и энергии. Взаимодействие с поверхностью тела. Коэффициенты accommodation. Эффект Кнудсена.

## 6. Введение в неравновесную термодинамику

Релаксация слабо неравновесной системы. Релаксационные уравнения. Кинетические коэффициенты. Принцип симметрии кинетических коэффициентов Онзагера. Обобщенная восприимчивость. Флуктуационно-диссипационная теорема. Формула Кубо.

## 7. Динамический вывод кинетического уравнения

Уравнение Лиувилля. Цепочка Боголюбова. Проблема замыкания. Анзац Больцмана. Динамический вывод уравнения Больцмана. Возможные обобщения уравнения Больцмана.

### Литература

#### Основная

1. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 10 — Москва : Физматлит, 2001–2007.
2. *Коган М.Н.* Динамика разреженного газа. — Москва : Наука, 1967.

#### Дополнительная

1. *Зайцев Р.О.* Введение в современную кинетическую теорию. — Москва : УРСС, 2006.
2. *Ферцигер Дж., Капер К.* Математическая теория процессов переноса в газах. — Москва : Мир, 1976.
3. *Де Гроот С., Мазур Г.* Неравновесная термодинамика. — Москва : Мир, 1964.
4. *Балеску Р.* Равновесная и неравновесная статистическая механика. Т. 1, 2. — Москва : Мир, 1978.
5. *Боголюбов Н.Н.* Проблемы динамической теории в статистической физике — Москва–Ленинград : ГИТТЛ, 1946.

# Задания

## 1-е задание

1. Определить дифференциальное и полное сечения рассеяния для упругих шаров радиуса  $a$ .
2. Определить дифференциальное сечение рассеяния для кулоновского поля  $U(r) = \alpha/r$ .
3. Установить зависимость дифференциального сечения рассеяния от скорости  $v$  падающей частицы при рассеянии в поле  $U(r) = \alpha/r^n$ .
4. Два шарика массой  $m_1$  и  $m_2$  совершают движение на полупрямой  $x \geq 0$ , причем в точке  $x = 0$  поставлена упруго отражающая стенка. Столкновение шариков упругое. Координаты шариков  $x_1$  и  $x_2$  соответственно, при этом  $x_1 < x_2$ . Доказать, что в этой системе может произойти лишь конечное число столкновений. Найти максимально возможное число столкновений  $N_{\max}(m_1, m_2)$ .
5. Вывести обобщенную барометрическую формулу из уравнения Больцмана, считая, что на каждую молекулу действует сила  $F(x) = -\nabla U(x)$ .
6. Для функции распределения

$$f(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}) = f_0(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}) \left[ 1 + \frac{m}{2pT} p_{ij} c_i c_j - \frac{m}{pT} q_i c_i \left( 1 - \frac{mc^2}{5T} \right) \right],$$

где  $c_i = v_i - u_i$  — локальная скорость,  $p = nT$  — давление,  $p_{ij}$  — тензор с нулевым следом,  $q_i$  — произвольный вектор, а функция

$$f_0(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}) = n \left( \frac{m}{2\pi T} \right)^{3/2} \exp \left\{ -\frac{m}{2T} (\mathbf{v} - \mathbf{u})^2 \right\}$$

есть локально-равновесная функция распределения, вычислить следующие интегралы:

- a)  $\int d^3v f(t, \mathbf{x}, \mathbf{v})$ ,
- b)  $\int d^3v m v_i f(t, \mathbf{x}, \mathbf{v})$ ,
- c)  $\int d^3v m c_i c_j f(t, \mathbf{x}, \mathbf{v})$ ,

$$d) \int d^3v mc^2 f(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}),$$

$$e) \int d^3v c_i mc^2 f(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}).$$

7. Для функции распределения  $f(t, \mathbf{x}, \mathbf{v})$  из предыдущей задачи вычислить  $H$ -функцию:

$$H(\mathbf{x}) = \int d^3v f(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}) \ln(f(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}))$$

и ее поток:

$$H_i(\mathbf{x}) = \int d^3v v_i f(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}) \ln(f(t, \mathbf{x}, \mathbf{v})).$$

8. Для локально-равновесной функции распределения  $f_0(t, \mathbf{x}, \mathbf{v})$  из задачи 6, в которой величины  $n$ ,  $T$  и  $\mathbf{u}$  суть функции времени  $t$  и координат  $\mathbf{x}$ , удовлетворяющие уравнениям Эйлера, выразить левую часть кинетического уравнения Больцмана

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\mathbf{F}}{m} \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{v}}$$

через градиенты  $T$  и  $\mathbf{u}$ .

9. Сохраняя в разложении функции распределения по полиномам Сонина лишь первый член, найти теплопроводность и вязкость одноатомного газа рассматривая атомы как:

а) твердые упругие шары диаметра  $d$ ;

б) (\*) ионы с зарядом  $Z$ .

В случае б) принять, что экранировка кулоновского поля частицы происходит на расстояниях порядка величины дебаевского радиуса  $a_D$ .

10. Определить коэффициент диффузии в смеси двух газов (легкого и тяжелого), рассматривая их как твердые упругие шары диаметров  $d_1$  и  $d_2$ . Рассмотреть как случай малой концентрации легкого газа так и случай малой концентрации тяжелого газа. Сравнить коэффициенты диффузии.

## 2-е задание

1. Определить скорость дрейфа шара радиуса  $R$  в газе, в котором поддерживается постоянный градиент температуры  $\mathbf{A} = -\nabla T$ . Считать, что известны коэффициенты теплопроводности газа  $\kappa_1$  и материала шара  $\kappa_2$ , вязкость газа  $\eta$  и коэффициент теплового скольжения  $\mu$ . Давление газа атмосферное.
2. В воздухе при нормальных условиях помещена трубка длиной  $L$  и диаметром  $d$ , концы которой придерживаются при температурах  $T_1$  и  $T_2$ . Найти расход воздуха через трубку.
3. Две трубки (с длинами  $L$ ) различных радиусов ( $R_1 < R_2$ ) соединены своими концами; места соединения поддерживаются при различных температурах ( $T_2 > T_1$ ; разность  $\Delta T = |T_2 - T_1|$  мала). В результате теплового скольжения устанавливается круговое движение газа по трубкам; определить полный расход газа через сечение трубок.

4. Определить поток массы, импульса и энергии из сосуда через отверстие, диаметр которого много меньше длины свободного пробега.
5. Определить значение коэффициентов  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \theta$  из соотношений:

$$q = \alpha\tau + \beta V_n, \quad F_n = \gamma\tau + \delta V_n, \quad \mathbf{F}_t = \theta \mathbf{V}_t$$

при полной аккомодации.

6. В начальный момент  $t = 0$  газ занимает полупространство  $x < 0$ . В пренебрежении столкновениями определить распределение плотности в последующие моменты времени.
7. Выразить силу, действующую на шар радиуса  $R$ , движущегося со скоростью  $\mathbf{V}$  в разреженном газе через коэффициенты из предыдущей задачи. Определить количество тепла, получаемое шаром в единицу времени. Температуру шара и газа считать одинаковыми.
8. В воздухе посередине между стенками с температурами  $T_1$  и  $T_2$  ( $T_2 > T_1$ ) и находящимися на расстоянии  $L$  друг от друга находится малая шаровидная частица с диаметром  $d$ . Найти, на какую из стенок осядет частица и за какое время, если давление воздуха настолько низко, что молекулы двигаются между стенками без столкновений.

9. Круглая пластина из абсолютно нетеплопроводного материала находится в газе, длина свободного пробега молекул в котором много больше диаметра пластины. Одна сторона нагрета светом так, что ее температура  $T$  больше температуры  $T_0$  — температуры холодной стороны пластинки, равной температуре газа. Найти силу, действующую на пластинку при условии полной аккомодации.
10. На какой высоте над поверхностью Земли скорость термострессовой конвекции будет по порядку величины соизмерима со скоростью гравитационной конвекции около нагретых частиц с характерным размером 1 см?
11. (\*) Используя формулу Кубо, выразить проводимость металла  $\sigma_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k})$  через гиббсовское среднее значение коммутатора операторов плотности тока:

$$K_{\alpha\beta}(t_1 - t_2, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = \langle [j_\alpha(t_1, \mathbf{r}_1), j_\beta(t_2, \mathbf{r}_2)] \rangle$$

Срок сдачи задания 1: 19.10 – 26.10.2020 г.

Срок сдачи задания 2: 14.12 – 21.12.2020 г.

Подписано в печать 30.06.2020. Формат  $60 \times 84^1/16$ .

Усл. печ. л. 0,5. Уч.-изд. л. 0,4. Тираж 80 экз. Заказ № 87.

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)»

тел.: +7(495)408-58-22, E-mail: rio@mipt.ru

---

Отдел оперативной полиграфии «Физтех-полиграф»

141700, Моск. обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9

тел.: +7(495)408-84-30, E-mail: polygraph@mipt.ru