

Заключение по содержанию диссертации

Баранов Антон Дмитриевич
(Ф.И.О. члена диссертационного совета)

Гумеров Ренат Нельсонович
(Ф.И.О. соискателя ученой степени)

Диссертация «Групповые структуры и их приложения в анализе и топологической алгебре», представленная на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.
(Название диссертации, ученая степень, на которую представлена диссертация, специальность)

Дата защиты: 1 июля 2020 года

Оценка соответствия диссертации требованиям Положения о присуждении ученых степеней кандидата наук, доктора наук в МФТИ (далее – Положение):

1. Актуальность тематики диссертации:

Диссертация посвящена исследованию важного класса отображений топологических пространств – накрытий – в ситуации, когда база накрытия представляет собой топологическую группу. В этом случае классическая теорема Л.С. Понтрягина утверждает, что групповая структура может быть «поднята» на накрывающее пространство в том случае, когда база накрытия локально линейно связна. В работах Григоряна, Казанцева и автора эта задача была рассмотрена для случая компактных групп без условия линейной связности, подобная постановка рассматривалась также в работах Кларка, Эда и Матиевич, Дыдака.

Естественная задача состоит в описании структуры таких накрытий. В работах Хансена 1980-х годов был установлен критерий реализации накрытия многочленом Вейерштрасса, а также установлено, что любое конечнолистное накрытие окружности эквивалентно полиномиальному. Многочлены Вейерштрасса – классический объект теории функций, восходящей к работам Вейерштрасса по теории функций многих комплексных переменных. Им посвящено огромное количество работ (Вальтер, Бор, Фландерс, Деккард, Пирси, Кантриман, Чирка, Жиков, Горин, Лин, Бардаков, Веснин, Миура, Кавамура).

Еще один объект изучения диссертации – интересный и важный класс групп, так называемые P -адические соленоиды, и их накрытия. P -адическим соленоидам посвящены работы ван Данцига, Бинга, Маккорда, Юйчэня, Коваррубиас, Харатоника, Матиевич, Вана, Цзяня, Чжэня. С P -адическими соленоидами тесно связаны полугрупповые S^* -алгебры для полугрупп рациональных чисел. В диссертации исследуются свойства $*$ -автоморфизмов таких S^* -алгебр. Изучением полугрупповых S^* -алгебр занимались Кобурн, Дуглас, Мерфи, Кунц, Дункан, Патерсон и многие другие аналитики.

Таким образом, диссертация посвящена актуальным проблемам современного анализа.

2. Научная новизна выносимых на защиту результатов:

Все результаты, выносимые на защиту и представленные ниже, являются новыми. Перечислим основные из них.

1. Доказана теорема о поднятии алгебраической структуры для конечнолистных накрывающих отображений в том случае, когда база накрытия представляет собой компактную связную топологическую группу. Этот результат распространяет классическую теорему Понтрягина о накрывающей группе на накрытия произвольных компактных связных групп без условия локальной линейной связности. Получены приложения доказанной теоремы к изучению структуры накрытий и к вопросу о существовании обобщенных средних на абелевых группах.
2. Показано, что каждое конечнолистное накрывающее отображение из произвольного хаусдорфова пространства на компактную связную абелеву группу эквивалентно полиномиальному накрытию, порожденному некоторым многочленом Вейерштрасса. При этом найдена явная форма такого полиномиального накрытия: оно задается как проектирование на первую координату непрерывного многообразия Вейерштрасса, задаваемого конечным набором двучленов, коэффициентами которых являются характеры группы.
3. Найдено полное описание накрывающих отображений для P -адического соленоида. Показано, что каждое конечнолистное связное накрывающее отображение эквивалентно предельному отображению, являющемуся возведением в степень элементов этого соленоида. Исследован вопрос о плотности множеств периодических точек эндоморфизмов возведения в степень элементов P -адического соленоида.
4. Для полугрупп рациональных чисел изучены свойства эндоморфизмов соответствующих полугрупповых C^* -алгебр. В работе получены критерии того, что предельные эндоморфизмы указанных полугрупповых C^* -алгебр являются *-автоморфизмами. Установлены связи этого свойства с существованием средних на P -адическом соленоиде.

3. Теоретическая и практическая значимость диссертационной работы:

Результаты диссертации носят теоретический характер. Они могут найти свое применение при исследовании задач функционального анализа и, в частности теории топологических групп и C^* -алгебр. Результаты диссертации будут полезны специалистам в области анализа из МИАН им. В.А. Стеклова, ПОМИ РАН, МГУ им. М.В. Ломоносова, СПбГУ, Института математики (Уфа), КФУ. Результаты работы уже были частично использованы при чтении спецкурсов студентам и аспирантам Казанского федерального университета и Казанского государственного энергетического университета.

4. Полнота опубликования основных результатов диссертации в рецензируемых научных изданиях в соответствии с требованиями Положения:

Основные результаты диссертации опубликованы в 20 статьях в рецензируемых научных журналах, индексируемых базами данных РИНЦ, Scopus, WoS. Личный вклад соискателя в совместные статьи подробно объяснен в автореферате и диссертации. Различные части диссертации были неоднократно доложены на международных научных конференциях в Москве, Уфе, Казани, Праге, Ереване, а также на научных семинарах в Московском

государственном университет им. М.В. Ломоносова, Московском физико-техническом институте и Казанском федеральном университете.

5. Вопросы и замечания (в соответствии с п. 4.13 Положения соискатель отвечает на сформулированные здесь вопросы и замечания на заседании по защите диссертации):

Замечание 1. Введение и раздел «Актуальность темы» автореферата на мой взгляд недостаточно хорошо структурированы. К тому же для автореферата этот раздел слишком длинен.

Замечание 2. В тексте диссертации имеется ряд опечаток, что неизбежно в работе такого значительного объема.

Эти небольшие замечания не снижают общее очень хорошее впечатление о работе.

6. Общая характеристика диссертации (не включает резолютивную часть):

Диссертация Р.Н. Гумерова представляет собой законченное фундаментальное научное исследование, посвященное актуальным задачам анализа. В ней получен целый ряд ярких и глубоких результатов, основными из которых являются теорема о накрывающей группе для конечнолистных накрытий компактных групп, теорема об эквивалентности таких накрытий полиномиальным накрытиям в случае абелевой группы и явное описание структуры таких накрытий. Большой интерес представляют также результаты о накрытиях R -адических соленидов и характеристика $*$ -автоморфизмов связанных с ними полугрупповых C^* -алгебр.

Работа оформлена аккуратно, изложение подробное и ясное, все утверждения снабжены полными доказательствами. В целом, работа хорошо структурирована. В автореферате верно отражено содержание диссертации, тематика которой соответствует специальности 01.01.01– вещественный, комплексный и функциональный анализ. Диссертация соответствует требованиям Положения о присуждении ученых степеней кандидата наук, доктора наук в МФТИ.

Дата: 7 июня 2020 года

Профессор кафедры математического анализа Санкт-Петербургского государственного университета, доктор физико-математических наук

Подпись



/ Баранов Антон Дмитриевич/

