

## ГЛАВА 2

### КОНТАКТНАЯ РАЗНОСТЬ ПОТЕНЦИАЛОВ

При электрическом контакте двух металлических тел с различными работами выхода электронов между поверхностями тел появляется электрическое поле (рис. 2.1): возникает контактная разность потенциалов (КРП). Какова природа контактной разности потенциалов?

Рассмотрим вначале возникновение КРП между двумя *металлическими телами*.

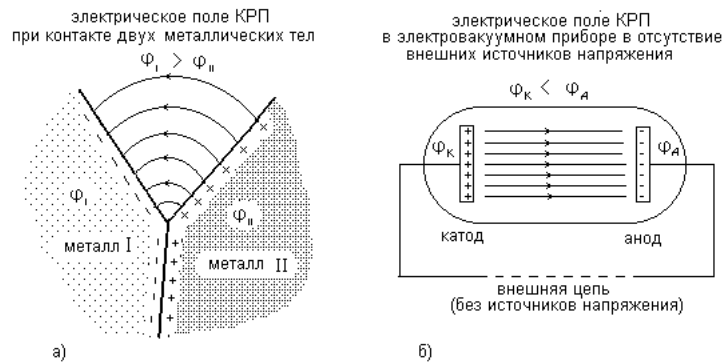


Рис. 2.1

- а) электрическое поле КРП между свободными поверхностями соприкасающихся тел;  
б) электрическое поле КРП в электровакуумном приборе

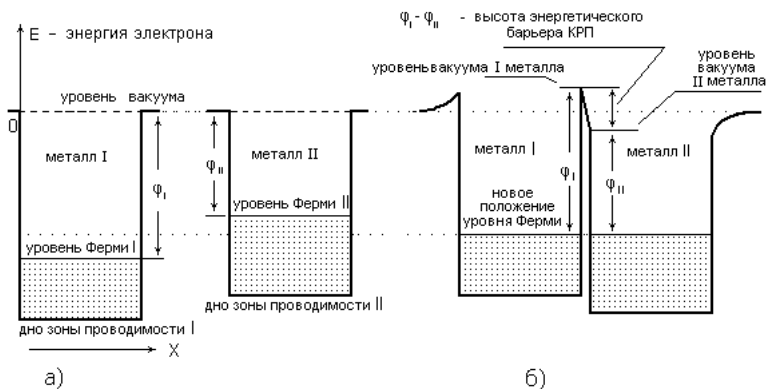


Рис. 2.2. Возникновение контактной разности потенциалов при электрическом контакте двух различных металлов:

- а) электронные энергетические диаграммы для двух незаряженных, изолированных друг от друга металлических тел с различными работами выхода электронов;  
 б) электронная энергетическая диаграмма двух металлических тел при электрическом контакте после установления равновесия

На рис. 2.2а изображены электронные энергетические диаграммы для двух незаряженных, изолированных друг от друга металлических тел с различными значениями работы выхода электронов при температуре, близкой к абсолютному нулю.

Поскольку в таком исходном состоянии системы электрическое поле между телами отсутствует, уровни вакуума (энергия покоящегося электрона вне тела у его поверхности) у первого и второго тел совпадают.

Но уровни Ферми у разных тел, конечно, не совпадают, так как каждый отличается от уровня вакуума на свою работу выхода. Как видно из рисунка, уровень Ферми во втором теле расположен выше, чем уровень Ферми в первом теле, и все состояния под ними заполнены электронами. Система не является равновесной.

Если теперь привести тела в электрический контакт (рис. 2.2б), то в системе начнет устанавливаться равновесие: электроны из второго тела будут переходить в первое на свободные состояния с меньшей энергией. В результате такого процесса первое тело приобретет отрицательный потенциал  $\Phi_1$ , а второе — положительный потенциал  $\Phi_2$ .

Приобретение телом какого-либо потенциала приводит к тому, что все собственные состояния (разрешенные значения энергии электрона) получают одинаковое приращение энергии. В результате все энергетические уровни первого тела переместятся вверх на величину  $|e\Phi_1|$  и соответственно для второго тела — вниз на величину  $|e\Phi_2|$ .

Одновременно с этим происходит и другой процесс — перемещение уровней Ферми в «структуре энергетических зон» каждого тела (относительно дна зоны проводимости). В первом теле — перемещение вверх, во втором теле — вниз. Ведь при температуре, близкой к абсолютному нулю, все заполненные энергетические состояния лежат непосредственно под уровнем Ферми. По мере поступления электронов в зону проводимости первого тела заполняются все новые, ранее незаполненные квантовые состояния, поднимая уровень Ферми относительно дна зоны проводимости.

Итак, по мере перехода электронов из второго тела в первое уровни Ферми в обоих телах сближаются. Равновесие в системе наступит, когда уровни Ферми совпадут. Разность установившихся потенциалов этих тел называется контактной разностью потенциалов.

Однако в объемных металлических телах (а именно такими являются электроды вакуумных приборов) вторым процессом, т.е. изменением концентрации электронов, можно пренебречь. Например, для того чтобы изменить потенциал металлического шарика радиусом 1 см (емкость  $C \approx 1,1$  пкФ) на  $\Phi_1 = 1$  В, достаточно изменить количество электронов в шарике

ке всего на  $\Delta n = \Delta \Phi_1 C/e \approx 10^7$ . Так как полное количество свободных электронов в таком шарике  $n \approx 10^{24}$ , то относительное изменение количества свободных носителей заряда  $\Delta n/n$  исчезающе мало —  $10^{-17}$ . Иными словами, относительное изменение количества свободных электронов в таких телах очень мало, потому что емкость тела — мала, а концентрация электронов — очень велика.

При таких условиях КРП, как это видно из рис. 2.2б, определяется разностью работ выхода:

$$\Phi_2 - \Phi_1 = V_{\text{КРП}} = (\varphi_1 - \varphi_2)/e. \quad (2.1)$$

Напротив, во многих полупроводниковых устройствах, например, в **p-n** переходах или в структурах типа металл-полупроводник (т.е. там, где исходное число свободных носителей заряда мало), положение уровня Ферми относительно дна зоны проводимости и, следовательно, концентрация носителей могут существенно меняться при установлении контактной разности потенциалов. В таком случае простая формула (2.1) уже неприменима.

При установлении равновесия в рассматриваемой системе равные и противоположные по знаку заряды располагаются на поверхности тел, причем заряды, расположенные на свободных поверхностях создают электрическое поле, показанное на рис. 2.1. Заряды же, расположенные в месте контакта, создают в этой области потенциальный барьер, показанный на рис. 2.2б.

Создаваемое КРП электрическое поле необходимо учитывать при расчете режимов работы электровакуумных и полупроводниковых приборов. В последующих разделах будет рассмотрено влияние КРП на вольтамперные характеристики термоэмиссионного диода и вакуумного фотоэлемента.

## Задачи

### Задача 2.1.

Два шарика, один радиусом  $r_1$  из металла с работой выхода  $\varphi_1$ , другой — радиусом  $r_2$  из металла с работой выхода  $\varphi_2$ , соединили проводником. Вычислить контактную разность потенциалов; потенциал, приобретённый каждым шариком в отдельности; заряд, прошедший по проводнику и новое значение энергии Ферми этой системы.

#### Решение задачи 2.1.

При соединении электроны из тела с меньшей работой выхода (для определенности шарик 1) будут переходить в тело с большей работой выхода (шарик 2) до тех пор, пока система не придет в равновесие и уровни Ферми не совпадут. Шарик 1 приобретет заряд  $+q$ , шарик 2 — заряд  $-q$ . Хотя заряды по модулю равны, приобретенные шариками потенциалы в общем случае по модулю различаются. Потенциал первого шарика  $\Phi_1 = q/r_1$  (СГСЭ), потенциал второго шарика  $\Phi_2 = -q/r_2$ .

Образовавшаяся между двумя шариками разность потенциалов  $\Phi_1 - \Phi_2$  равна контактной разности потенциалов (КРП):

$$\frac{q}{r_1} + \frac{q}{r_2} = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{e}.$$

Разрешая это уравнение относительно искомого электрического заряда  $q$ , получим

$$q = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{e} \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}.$$

Потенциалы, приобретённые каждым шариком в отдельности, обратно пропорциональны их радиусам и равны

$$\Phi_1 = \frac{q}{r_1} = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{e} \frac{r_2}{r_1 + r_2}, \quad \Phi_2 = -\frac{q}{r_2} = -\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{e} \frac{r_1}{r_1 + r_2}.$$

Новое значение энергии Ферми (отсчитанной от уровня энергии электрона, покоящегося в бесконечности) составляет:

$$-\varphi_1 - \frac{eq}{r_1} = -\varphi_2 + \frac{eq}{r_2} = -\frac{\varphi_1 r_1 + \varphi_2 r_2}{r_1 + r_2}.$$

Ответ получается в эВ, если брать  $\varphi_1, \varphi_2$  в эВ, а  $r$  в см.

### Задача 2.2.

Шарик радиусом 4 см из металла с работой выхода  $\varphi_1 = 1$  эВ и шарик радиусом 2 см из металла с работой выхода  $\varphi_2 = 7$  эВ соединили проводником. Вычислить контактную разность потенциалов; потенциал, приобретённый каждым шариком в отдельности; количество перешедших по проводнику электронов и новое значение энергии Ферми этой системы.

*Решение задачи 2.2.*

(см. задачу 2.1)

а) заряд, прошедший по проводнику, определяется выражением

$$q = 4\pi\epsilon_0 \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{e} \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} = 8,88 \cdot 10^{-12} \text{ Кл},$$

следовательно, количество электронов  $q/e = 5,55 \cdot 10^7$ ;

б) потенциал, приобретённый каждым шариком в отдельности, равен

$$\Phi_1 = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{e} \frac{r_2}{r_1 + r_2} = 2 \text{ В}, \quad \Phi_2 = -\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{e} \frac{r_1}{r_1 + r_2} = -4 \text{ В};$$

в) новое значение энергии Ферми (отсчитанной от уровня энергии электрона, покоящегося в бесконечности) составляет

$$-\frac{\varphi_1 r_1 + \varphi_2 r_2}{r_1 + r_2} = -3 \text{ эВ}.$$

Ответ: 6 эВ; 2 В; -4 В;  $5,55 \cdot 10^7$ ; -3 эВ.

### Задача 2.3.

Шарик диаметром 3 см из металла с работой выхода  $\varphi_1 = 1$  эВ и шарик диаметром 1 см из металла с работой выхода  $\varphi_2 = 7$  эВ соединили проводником, в разрыв которого подключен источник напряжения с ЭДС  $V_{\text{ист}} = 1$  В, как показано на рис. 2.3а. Вычислить разность потенциалов между шариками, количество перешедших по проводнику электронов и новые значения энергии Ферми для электронов в этой системе. Нарисовать энергетическую диаграмму.

*Решение задачи 2.3.*

Для решения этой задачи следует из правой части первого уравнения задачи 2.1 вычесть ЭДС источника. Тогда разность потенциалов между шариками равна

$$\Phi_1 - \Phi_2 = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{e} - V_{\text{ист}}.$$

Разрешая это уравнение относительно искомого электрического заряда  $q$ , получим

$$q = \left( \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{e} - V_{\text{ист}} \right) \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 3,75 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}.$$

Количество электронов  $q/e = 2,43 \cdot 10^7$ . Тогда потенциалы, приобретённые каждым шариком в отдельности, равны

$$\Phi_1 = \left( \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{e} - V_{\text{ист}} \right) \frac{C_2}{C_1 + C_2} = 1,25 \text{ В},$$

$$\Phi_2 = -\left( \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{e} - V_{\text{ист}} \right) \frac{C_1}{C_1 + C_2} = -3,75 \text{ В},$$

и новое значение энергии Ферми (отсчитанной от уровня электрона, покоящегося в бесконечности) составляет:

1) для первого шарика:  $-\varphi_1 - eq/C_1 = -2,25$  эВ,

2) для второго шарика:  $-\varphi_2 + eq/C_2 = -3,25$  эВ.

Ответ: 5 В;  $2,43 \cdot 10^7$ ; -2,25 эВ; -3,25 эВ.

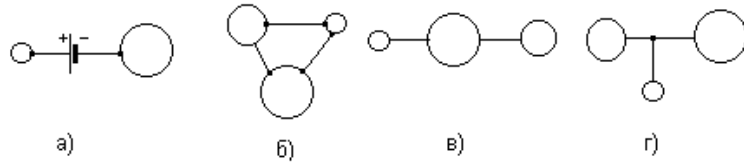


Рис. 2.3

#### Задача 2.4.

Три шарика (радиусом 4 см с работой выхода  $\varphi_1 = 1$  эВ; радиусом 3 см с работой выхода  $\varphi_2 = 2$  эВ и радиусом 2 см с работой выхода  $\varphi_3 = 3$  эВ соответственно) соединили, как показано на рис. 2.3б. Вычислить контактную разность потенциалов между каждой парой шариков; потенциал, приобретённый первым шариком, и новое значение энергии Ферми этой системы.

*Решение задачи 2.4.*

В результате соединения шариков установится равновесие в системе, при этом шарики приобретут электрические заряды  $q_1, q_2, q_3$  соответственно. Тогда между любой парой шариков возникнет разность потенциалов, равная, с одной стороны,  $q_i / 4\pi\epsilon_0 r_k - q_j / 4\pi\epsilon_0 r_k$ , а с другой стороны — контактной разности потенциалов  $(\varphi_i - \varphi_k) / e$ . В результате получим систему уравнений:

$$-q_1 / 4\pi\epsilon_0 r_1 + q_2 / 4\pi\epsilon_0 r_2 = (\varphi_1 - \varphi_2) / e,$$

$$-q_2 / 4\pi\epsilon_0 r_2 + q_3 / 4\pi\epsilon_0 r_3 = (\varphi_2 - \varphi_3) / e;$$

с учетом закона сохранения заряда:  $q_1 + q_2 + q_3 = 0$ .

Разрешая эту систему уравнений относительно  $q_1$ , найдем потенциал, приобретённый первым шариком:

$$\Phi_1 = q_1 / 4\pi\epsilon_0 r_1 = -(V_{12}r_2 + V_{13}r_3) / (r_1 + r_2 + r_3) = 0,77 \text{ В},$$

где  $V_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) / e$ , ... и новое значение энергии Ферми (отсчитанной от уровня электрона, покоящегося в бесконечности):

$$-\varphi_1 - e\Phi_1 = -1,77 \text{ эВ}.$$

Ответ: 0,77 В; -1,77 эВ;  $|V_{12}| = 1$  В;  $|V_{23}| = 1$  В;  $|V_{13}| = 2$  В.

#### Задача 2.5.

Три шарика (радиусом 4 см с работой выхода  $\varphi_1 = 1$  эВ; радиусом 1 см с работой выхода  $\varphi_2 = 2$  эВ и радиусом 2 см с работой выхода  $\varphi_3 = 3$  эВ соответственно) соединили, как показано на рис. 2.3в. Вычислить потенциал, приобретённый первым шариком, и новое значение энергии Ферми этой системы.

*Решение задачи 2.5.*

Решение этой задачи не отличается от решения задачи 2.4. В самом деле, требование, чтобы разность потенциалов между любой парой шариков равнялась КРП между ними, справедливо и для условий данной задачи.

Ответ: 0,625 В; -1,625 эВ.

#### Задача 2.6.

Три шарика (радиусом 4 см с работой выхода  $\varphi_1 = 2$  эВ, радиусом 2 см с работой выхода  $\varphi_2 = 3$  эВ и радиусом 3 см с работой выхода  $\varphi_3 = 1$  эВ) соединили проводниками, как показано на рис. 2.3г. Вычислить потенциал, приобретённый первым шариком, и новое значение энергии Ферми этой системы.

*Решение задачи 2.6.*

См. пояснение к задаче 2.4.

Ответ: -0,11 В; -1,89 эВ.

#### Задача 2.7.

Определить разность потенциалов между поверхностями катода и анода диода, если анодное напряжение (напряжение от внешнего источника) равно +2,5 В, а работа выхода электронов из катода и анода соответственно 2,1 эВ и 3,9 эВ. Нарисовать энергетическую диаграмму для электрона в системе.

*Решение задачи 2.7.*

Контактная разность потенциалов между анодом и като-

дом равна, как это следует из условия задачи, 1,8 В. Причем поле КРП направлено от катода к аноду. Внешнее же поле направлено от анода к катоду. Поэтому результирующая разность потенциалов равна  $2,5 \text{ В} - 1,8 \text{ В} = 0,7 \text{ В}$ .

Ответ: 0,7 В.

### Задача 2.8.

Незаряженный конденсатор емкостью  $C = 100 \text{ пФ}$ , металлические обкладки которого имеют работу выхода  $\varphi_1 = 3 \text{ эВ}$  и  $\varphi_2 = 1 \text{ эВ}$ , замкнули накоротко. Найти заряд конденсатора. Нарисовать энергетическую диаграмму для электрона в системе.

*Решение задачи 2.8.*

Напряжение между обкладками конденсатора равно контактной разности потенциалов, т.е. разности работ выхода, деленной на заряд электрона:  $(\varphi_1 - \varphi_2) / e$ . Заряд конденсатора равен  $q = C (\varphi_1 - \varphi_2) / e$ .

Ответ:  $2 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}$ .

### Задача 2.9.

Конденсатор емкостью  $C = 200 \text{ пФ}$ , обкладки которого изготовлены из металлов с работами выхода  $\varphi_1 = 3,5 \text{ эВ}$  и  $\varphi_2 = 2 \text{ эВ}$ , подсоединили к батарее с ЭДС  $V = 1,5 \text{ В}$ . Найти заряд конденсатора. Нарисовать энергетическую диаграмму для электрона в системе. Рассмотреть оба варианта подключения конденсатора к батарее.

*Решение задачи 2.9.*

Напряжение между обкладками конденсатора складывается из напряжения внешнего источника  $\pm V$  и контактной разности потенциалов.

Заряд конденсатора равен  $q = C ((\varphi_1 - \varphi_2) / e \pm V)$ .

Ответ:  $6 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}$ ,  $0 \text{ Кл}$ .

### Задача 2.10.

Плоский конденсатор (площадь пластин  $S = 3 \text{ см}$ , расстояние между пластинами  $d = 1 \text{ мм}$ , работа выхода материала обкладок  $4 \text{ эВ}$  и  $2 \text{ эВ}$ ) подсоединили к источнику напряжения с ЭДС, равной  $1,5 \text{ В}$ . Найти заряд конденсатора и напряженность поля в диэлектрике. Нарисовать энергетическую диаграмму для электрона в системе. Рассмотреть оба варианта подсоединения конденсатора. Нарисовать энергетическую диаграмму для электрона в системе.

*Решение задачи 2.10.*

Емкость плоского конденсатора равна  $C = \epsilon_0 S / d$ .

Разность потенциалов между обкладками конденсатора есть алгебраическая сумма КРП и напряжения внешнего источника  $V = (\varphi_1 - \varphi_2) / e \pm V_{\text{ист}}$ .

Тогда заряд конденсатора

$$q = CV = ((\varphi_1 - \varphi_2) / e \pm V_{\text{ист}}) \epsilon_0 S / d = (5,3 \pm 4) \cdot 10^{-12} \text{ Кл},$$

а напряженность поля

$$\epsilon = V / d = ((\varphi_1 - \varphi_2) / e \pm V_{\text{ист}}) / d = (2 \pm 1,5) \cdot 10^3 \text{ В/м}.$$

Ответ:  $(5,3 \pm 4) \cdot 10^{-12} \text{ Кл}$ ,  $(2 \pm 1,5) \cdot 10^3 \text{ В/м}$ .

### Задача 2.11.

Монеты одинаковых размеров и формы, но изготовленные из различных металлов: медь ( $\varphi_{\text{Cu}} = \varphi_1 = 4,4 \text{ эВ}$ ), никель ( $\varphi_{\text{Ni}} = \varphi_2 = 4,5 \text{ эВ}$ ) и серебро ( $\varphi_{\text{Ag}} = \varphi_3 = 4,3 \text{ эВ}$ ) — сложены в бесконечный столбик периодическим образом:  $\dots - \text{Cu} - \text{Ni} - \text{Ag} - \text{Cu} - \dots$ . Найти положение уровня Ферми в системе. Нарисовать энергетическую диаграмму для электрона.

*Решение задачи 2.11.*

Поскольку форма и размеры монет одинаковы, каждая из них обладает одинаковой емкостью  $C$ . После установления равновесия в системе монеты приобрели заряды  $q_1, q_2, q_3$ . Тогда справедливы уравнения:

$$\begin{aligned} -q_1/C + q_2/C &= (\varphi_1 - \varphi_2)/e, \\ -q_2/C + q_3/C &= (\varphi_2 - \varphi_3)/e, \\ q_1 + q_2 + q_3 &= 0. \end{aligned}$$

Решая эту систему относительно  $q_1, q_2, q_3$ , найдем потенциалы монет:

$$\begin{aligned} q_1/C &= -(V_{12} + V_{13})/3 = 0 \text{ В}, \\ q_2/C &= -(-V_{12} + V_{23})/3 = -0,1 \text{ В}, \\ q_3/C &= -(-V_{13} - V_{23})/3 = 0,1 \text{ В}, \end{aligned}$$

где  $V_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2)/e, \dots; V_{12} = -0,1 \text{ В}, V_{23} = 0,2 \text{ В}, V_{13} = 0,1 \text{ В}$   
и новое значение энергии Ферми, отсчитанной от уровня вакуума:

$$-\varphi_1 - eq_1/C = -(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3)/3 = -4,4 \text{ эВ}.$$

Ответ:  $-4,4 \text{ эВ}$ .

### **Задача 2.12.**

Подаваемое на анод диода напряжение (относительно катода) равно  $-1 \text{ В}$ . С какой минимальной начальной скоростью должен выходить электрон из катода, чтобы достичь анода, если катод и анод имеют работу выхода соответственно  $1,5$  и  $2,7 \text{ эВ}$ ?

*Решение задачи 2.12.*

Для того чтобы достичь анода, электрон, вылетевший из катода, должен:

- 1) преодолеть тормозящую КРП, равную  $2,7 \text{ В} - 1,5 \text{ В} = 1,2 \text{ В}$ .
- 2) преодолеть тормозящее внешнее напряжение, равное  $1 \text{ В}$ .

В сумме получается  $1,2 \text{ В} + 1 \text{ В} = 2,2 \text{ В}$ . Таким образом, вылетевший из катода электрон должен иметь минимальную кинетическую энергию, равную  $2,2 \text{ эВ}$ . Тогда скорость электрона  $v \text{ (м/с)} = 5,93 \cdot 10^5 \sqrt{E} \text{ (эВ)} = 8,78 \cdot 10^5 \text{ м/с}$ .

Ответ:  $v = 8,78 \cdot 10^5 \text{ м/с}$ .