

## Заключение по содержанию диссертации

Стукопин Владимир Алексеевич  
(Ф.И.О. члена диссертационного совета)

Гумеров Ренат Нельсонович  
(Ф.И.О. соискателя ученой степени)

«Групповые структуры и их приложения в анализе и топологической алгебре», диссертация, представленная на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности «01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ».

Дата защиты: 01.07.2020

Оценка соответствия диссертации требованиям Положения о присуждении ученых степеней кандидата наук, доктора наук в МФТИ (далее - Положение):

### 1. Актуальность тематики диссертации:

Группы, полугруппы и связанные с ними понятия являются важнейшими объектами и инструментами исследований в математике и ее приложениях. В диссертации рассматриваются накрытия компактных связных групп, в частности,  $P$ -адических соленоидов, и инволютивные эндоморфизмы полугрупповых  $C^*$ -алгебр для полугрупп в группах характеров  $P$ -адических соленоидов. Вопросам, близким к тематике диссертации, посвящены работы многих авторов, как отечественных, так и зарубежных. Мотивацией к представленному исследованию послужила теория многочленов Вейерштрасса с непрерывными коэффициентами, которая, как показал В.Л. Хансен, тесно связана с теорией накрытий. В диссертации продолжено изучение этой связи для многочленов Вейерштрасса над компактными связными абелевыми группами. Другой мотивацией работы послужила теорема Л.С. Понтрягина о накрывающей группе для накрытий линейно связных групп с использованием фактов классической теории накрытий. В диссертации разработаны самые общие категорные методы исследований накрытий групп и морфизмов  $C^*$ -алгебр. Начиная с работ Пуанкаре и до настоящего времени, накрывающие отображения используются во многих разделах математики. Они играют большую роль в топологии, при анализе решений нелинейных уравнений, в теории экстремальных задач, в динамике и в других областях. Изучение полугрупповых  $C^*$ -алгебр было начато в работах Л. Кобурна, Р. Дугласа, Дж. Мерфи. С тех пор они находят применение в общей теории операторов, в теории индекса операторов, в  $K$ -теории, в теории интегральных уравнений, в моделях квантовой механики и теории поля. Все это говорит об актуальности тематики диссертации.

### 2. Научная новизна выносимых на защиту результатов:

Все результаты, выносимые на защиту, являются новыми. В первой главе доказана теорема о накрывающей группе для конечнолистных накрытий произвольных компактных связных групп, обобщающая теорему Понтрягина, упомянутую в пункте 1 настоящего заключения. Доказанная теорема применяется к изучению хорошо известной проблемы о существовании обобщенных средних на компактных абелевых группах.

В первых трех главах теорема о накрывающей группе и метод ее доказательства применяются к исследованию структуры накрытий компактных групп. Показано, что все конечнолистные накрытия компактных связных абелевых групп описываются с помощью множеств нулей многочленов Вейерштрасса над банаховыми алгебрами непрерывных функций. Доказано, что каждое связное накрытие  $\mathbb{P}$ -адического соленоида эквивалентно эндоморфизму возведения в степень элементов этого соленоида. Исследован вопрос о плотности множеств периодических точек таких эндоморфизмов.

В четвертой главе изучены свойства предельных инволютивных эндоморфизмов полугрупповых  $C^*$ -алгебр для полугрупп в группах характеров  $\mathbb{P}$ -адических соленоидов. Исследован вопрос о том, когда такие эндоморфизмы определяют внутренние симметрии  $C^*$ -алгебр, то есть являются  $*$ -автоморфизмами  $C^*$ -алгебр.

3. Теоретическая и практическая значимость диссертационной работы:

Диссертация носит теоретический характер. Ее результаты и методы, разработанные в ней, имеют высокую значимость. Они могут найти применение при изучении отображений топологических групп, в теории обобщенных средних, в топологии, в теории многочленов Вейерштрасса с функциональными коэффициентами, при исследовании решений нелинейных уравнений, в теории операторов и операторных алгебр, в топологической динамике, в алгебраической квантовой теории поля и в приложениях этих теорий.

4. Полнота опубликования основных результатов диссертации в рецензируемых научных изданиях в соответствии с требованиями Положения:

Полнота опубликования основных результатов диссертации соответствует требованиям Положения. Основные результаты диссертации опубликованы в 20 статьях в рецензируемых научных изданиях из списков RSCI, Scopus, WoS, в том числе, в *Proceedings of the American Mathematical Society*, *Topology and its Applications*, Сибирском математическом журнале. Личный вклад автора в совместных статьях четко отражен в автореферате, который соответствует содержанию диссертации. Всего по тематике диссертации автором опубликовано более 40 научных работ, результаты которых докладывались на многочисленных семинарах в МГУ, МФТИ, Казанском (Приволжском) федеральном университете и на международных конференциях.

5. Вопросы и замечания (в соответствии с п. 4.13 Положения соискатель отвечает на сформулированные здесь вопросы и замечания на заседании по защите диссертации):

Принципиальных замечаний нет.

6. Общая характеристика диссертации (не включает резолютивную часть):

Диссертационная работа посвящена актуальным вопросам анализа и топологической алгебры. Она представляет собой завершённое научное исследование, вносящее весомый вклад в рассматриваемые области. Результаты диссертации открывают новые и углубляют старые связи между теориями накрывающих отображений, двойственности Понтрягина, многочленов Вейерштрасса и алгебр функционального анализа. Общие методы, разработанные в диссертации, применимы к широкому классу задач. Достоверность утверждений и выводов диссертации подтверждается строгими подробными математическими доказательствами. Работа написана аккуратно, изложение ясное. Ее тематика соответствует специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ. Диссертация удовлетворяет требованиям Положения о присуждении ученых степеней кандидата наук, доктора наук в МФТИ.

Дата 08.06.2020

Подпись В.А. Стукопин Стукопин Владимир Алексеевич

ПОДПИСЬ РУКИ  
ЗАВЕРЯЮ:  
ЗАВЕДУЮЩАЯ КАНЦЕЛЯРИЕЙ  
АДМИНИСТРАТИВНОГО ОТДЕЛА  
М.А.ГУСЕВА

