

## Заключение по содержанию диссертации

Шкредов Илья Дмитриевич

(Ф.И.О. члена диссертационного совета)

Костина Ольга Андреевна

(Ф.И.О. соискателя ученой степени)

Раскраски и разбиения множеств на сферах

(Название диссертации, ученая степень, на которую представлена диссертация, специальность)

Дата защиты 24.12.2019

Оценка соответствия диссертации требованиям Положения о присуждении ученых степеней кандидата наук, доктора наук в МФТИ (далее - Положение):

### 1. Актуальность тематики диссертации:

В настоящей диссертации рассматриваются несколько интересных задач комбинаторной геометрии и теории графов, а именно, задача определения хроматического числа сферы и варианты задачи Борсука для сферы. В разное время этими вопросами занимались такие математики, как К. Борсук, П. Эрдеш, Х. Хардвигер, С.А. Роджерс, П. Франкл, Р. Вилсон, Г. Калаи, Ж. Кан, Л. Ловас, Р. Грэхэм, Дж. Конвей, Н. Слоэн, Д.Н.Ж. Орби де Грей, А.М. Райгородский, А.Б. Купавский и другие.

Все это указывает на актуальность тематики.

### 2. Научная новизна выносимых на защиту результатов:

Первая глава диссертации посвящена варианту классической задачи о хроматическом числе для сферы в  $n$ -мерном пространстве с радиусом  $r > 0.5$ . С помощью комбинаторных методов таких, например, как линейно-алгебраический метод, а также рассмотрения подходящих дистанционных графов, доказывается целых три новых результата в этом направлении. В доказательстве используется метод Райгородского о  $\{0, 1, -1\}$ -векторах. Довольно много места отводится сравнению и обсуждению оценок, доказательству их оптимальности. Показано, что при определенных параметрах эти новые оценки улучшают предыдущие.

Во второй главе также рассматривается сфера в  $n$ -мерном пространстве с радиусом  $r > 0.5$ , но расстояние и, соответствующее хроматическое число теперь берется в норме  $l_q$ . Здесь линейно-алгебраический метод адаптируется к нормам  $l_q$ , что само по себе интересно, метод Райгородского, а также классический подход с  $\{0, 1\}$ -векторами. При этом оказывается, что для больших  $q$  хорошо работают  $\{0, 1\}$ -вектора, а для маленьких —  $\{0, 1, -1\}$ . Это дает новые нижние оценки для величины  $\chi(S^{n-1}_{r, l_q})$  вида  $\chi(S^{n-1}_{r, l_q}) \geq (c(q, r) + o(1))^n$ .

Третья глава посвящена гипотезе Борсука на сфере. Доказано два новых довольно технических результата, которые, тем не менее, улучшают предшествующую здесь теорему Купавского-Райгородского при всех  $r$  в (точке  $r = 2^{-1/2}$  и ее окрестности приводится даже две оценки). В доказательстве используются те же методы, неравенство между числом независимости и хроматическим числом (как и ранее), а также некоторые теоретико-числовые результаты.

Теоретическая и практическая значимость диссертационной работы:

Результаты диссертации могут найти применение в дискретной математике, экстремальной комбинаторике, математической кибернетике и дискретной теории вероятностей. Они могут быть интересны специалистам, работающим в МФТИ, МГУ, МИАН, ИППИ и других институтах и университетах. Автором получены продвижения в задачах экстремальной комбинаторики, он показал уверенное владение математическим аппаратом. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

3. Полнота опубликования основных результатов диссертации в рецензируемых научных изданиях в соответствии с требованиями Положения:

Результаты диссертации достаточно полно опубликованы, по теме диссертации опубликовано 4 работы из перечня ВАК.

4. Вопросы и замечания (в соответствии с п. 4.13 Положения соискатель отвечает на сформулированные здесь вопросы и замечания на заседании по защите диссертации):

В диссертации имеются небольшие погрешности, например, доказательства некоторых лемм следовало бы изложить более подробно, во введении пропущено несколько запятых (диссертация 42.4), не всегда приведены все требуемые ссылки, иногда используются несколько неудачные обороты (диссертация 21.12, 32.-3, 39.9, 50.16, 53.-6 – что это, вообще, значит?). Впрочем, все эти опечатки и погрешности (автореферат 13.7, диссертация 58.4 и др.) не имеют принципиального значения, носят характер описок и легко устраняются. Тем более, что из контекста сразу видно, о чем идет речь.

5. Общая характеристика диссертации (не включает резолютивную часть):

Подытоживая сказанное, мы читаем, что все результаты работы обоснованы подробными доказательствами, диссертация Костиной Ольги Андреевны “Раскраски и разбиения множеств на сферах” полностью соответствует специальности 01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика, вполне удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям.

Дата 02.12.2019

Подпись

Шкредов Илья Дмитриевич

Подпись И. Д. Шкредова

Ученый секретарь



С. А. Толмачев