

Олимпиада по теоретической физике в МФТИ

Воскресенье 21 мая 2017 г., 11:00–15:00, аудитория 239 «Нового корпуса» МФТИ

1) Ф.И.О. (полностью): _____

2) ВУЗ: _____

3) Факультет: _____

4) Курс: _____

5) e-mail: _____

6) телефон: _____

Оформляйте **каждую задачу на отдельном листе**, чтобы их можно было проверять параллельно!

1 Путешествие во времени (М.Г. Иванов)

Всем хорошо известна формула Циолковского, для скорости ракеты V в ньютоновской механике

$$V = u \ln \frac{M_0}{M}.$$

Здесь u скорость (относительно ракеты) истечения реактивной струи, M_0 — начальная масса ракеты, M — текущая масса ракеты. Ракета разгоняется без действия внешних сил вдоль прямой.

В специальной теории относительности (СТО) эта формула модифицируется, так, что достижение скорости света c для ракеты оказывается невозможным. Это связано с тем, что геометрия пространства-времени в СТО является геометрией Минковского, которая различает времениподобные и пространственноподобные направления, причём касательная к мировой линии ракеты может быть только времениподобной.

Представим себе теорию пространства-времени, аналогичную СТО (еСТО), в которой геометрия пространства-времени — 4-мерная евклидова геометрия с метрикой

$$ds^2 = dw^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2, \quad w = ct.$$

В такой теории все направления в пространстве-времени равноправны и ракета может лететь назад по времени.

Найдите отношение $\frac{M_0}{M}$ для того, чтобы ракета со скоростью истечения u могла развернуться назад по времени в рамках еСТО. Чему равно это отношение для фотонной ракеты ($u = c$).

До каких скоростей могла бы разогнаться такая ракета в рамках Ньютоновской механики и в рамках СТО?

2 Одномерный кулон (В.П. Крайнов)

Для одномерного кулоновского потенциала $V(x) = -e^2/|x|$, $-\infty < x < +\infty$ найти энергию и приближенную волновую функцию основного (четного) состояния.

3 Температура ядра и испарение нейтронов (А.А. Пухов)

Статистической моделью ядра является представление об идеальном вырожденном ферми-газе $N \approx 100$ нуклонов с массой $m = 1,7 \cdot 10^{-24}$ г, заключенных в сферу радиуса $R \approx 1,3 \cdot 10^{-13} N^{1/3}$ см. Из них поровну протонов и нейтронов, то есть состояние каждого нуклона 4-кратно вырождено: по спину (вверх, вниз) и по изоспину (протон, нейтрон). Зарядом протона для простоты пренебрегается.

Вычислите энергию Ферми ε_F этого газа. Вычислите температуру T и энтропию S ядра для энергии возбуждения $E \approx 10$ МэВ, отсчитываемой от основного состояния. Проверьте вырожденность газа нуклонов $T \ll \varepsilon_F$. Плотность числа состояний ядра $\frac{\partial \Gamma}{\partial E}$ (с учетом их вырождения) быстро растет с увеличением энергии возбуждения ядра E . Оцените среднее расстояние между уровнями $\frac{\partial E}{\partial \Gamma}$ при $E \approx 10$ МэВ. Сравните Ваше предсказание с экспериментальными данными, составляющими несколько сотых эВ. Подобно термоэмиссии электронов из металла, нуклон может быть испарен из нагретого ядра. Говоря для определенности о нейтроне и полагая энергию его выхода из ядра $e \approx 8$ МэВ, оцените вероятность испарения нейтрона в единицу времени при $E \approx 10$ МэВ. Вычислите среднюю кинетическую энергию вылетевшего нейтрона. При вычислениях воспользуйтесь разложением при $T \ll \mu$

$$\int_0^{\infty} \frac{f(\varepsilon) d\varepsilon}{\left(e^{\frac{\varepsilon-\mu}{T}} + 1\right)} = \int_0^{\mu} f(\varepsilon) d\varepsilon + \frac{\pi^2 T^2}{6} f'(\mu) + \dots$$

4 Теплоёмкость при наличии потенциальной ямы (И.Я. Полищук)

Идеальный газ занимает объем V . В части объема газа $v \ll V$ имеется потенциальная яма глубины U . Найти теплоемкость системы.