

**Задачи для подготовки к экзамену по механике по курсу  
“Модели и концепции физики” - 2019**

1. При подаче теннисист бьет ракеткой по мячу. С какой скоростью отлетит мяч, если скорость ракетки перед ударом 100 км/ч? Мяч считать первоначально неподвижным, а удар упругим. Масса ракетки много больше массы мяча.
2. Верёвка обвита вокруг столба 2 раза. Один конец верёвки натянут с силой  $F_0 = 10$  кН. Какую силу надо приложить к другому концу, чтобы она не проскальзывала при натяжении? Коэффициент трения верёвки о столб  $\mu = 1/\pi$ .
3. На дне маленькой запаянной пробирки, подвешенной над столом на нити, сидит муха, масса которой равна массе пробирки, а расстояние от дна пробирки до стола равно длине пробирки  $\ell$ . Нить пережигают, и за время падения пробирки муха перелетает со дна в самый верхний конец пробирки. Через какое время нижний конец пробирки стукнется о стол?
4. Космический корабль летит с постоянной скоростью в облаке неподвижных метеороидов, которые испытывают с ним абсолютно неупругие столкновения. Во сколько раз нужно увеличить силу тяги двигателя, чтобы скорость корабля увеличить в два раза?
5. Свободно летящее тело попадает в среду, где на него действует сила сопротивления, пропорциональная скорости. К моменту, когда его скорость уменьшилась вдвое, тело прошло путь 6 м. Какой путь пройдет тело с этого момента до остановки? Силу тяжести не учитывать.
6. С летящего горизонтально самолёта без толчка отделяется груз. Как далеко от места сбрасывания (по горизонтали) может оказаться груз на земле, если сила сопротивления пропорциональна скорости  $F_0 = -\beta v$ ?
7. Имеется пучок одинаковых ядер, движущихся со скоростью  $v$ . Ядра в пучке самопроизвольно делятся на пары одинаковых осколков. Скорость осколков, движущихся в направлении пучка, равна  $3v$ . Найдите скорость осколков, движущихся в направлении, перпендикулярном пучку.  
Ответ:  $u = v(3)^{1/2}$
8. Имеется пучок одинаковых ядер, движущихся со скоростью  $v$ . Ядра в пучке самопроизвольно делятся на пары одинаковых осколков. Скорость осколков, движущихся в направлении пучка, равна  $3v$ . Найдите скорость осколков, движущихся в направлении, перпендикулярном пучку.
9. Однородная цепочка одним концом подвешена на нити так, что другим она касается поверхности стола. Нить пережигают. Определите зависимость силы давления  $F(x)$  цепочки на стол от длины  $x$  уже упавшей её части. Удар звеньев о стол неупругий, масса цепочки  $m$ , её длина  $\ell$ .
10. С какой силой давит на землю кобра, когда она, готовясь к прыжку, поднимается вертикально вверх с постоянной скоростью  $u$ ? Масса змеи  $m$ , длина  $\ell$ .

11. Ракета массой 3 т поднимается вертикально вверх с ускорением  $5,6 \text{ м/с}^2$ , находясь на высоте 1600 км над Землей. Какая масса газов выбрасывается из сопла ракеты в секунду? Скорость газов относительно ракеты 1800 м/с. Радиус Земли 6400 км.
12. Человек поддерживается в воздухе на постоянной высоте с помощью небольшого реактивного двигателя за спиной. Двигатель выбрасывает струю газов вертикально вниз со скоростью относительно человека  $u = 1000 \text{ м/с}$ . Расход топлива автоматически поддерживается таким, чтобы в любой момент, пока работает двигатель, реактивная сила уравновешивала вес человека с грузом. Сколько времени человек может продержаться на постоянной высоте, если его масса  $m_1 = 70 \text{ кг}$ , масса двигателя без топлива  $m_2 = 10 \text{ кг}$ , начальная масса топлива  $m_0 = 20 \text{ кг}$ ?
13. Как выгоднее развернуть космический корабль в свободном пространстве, сохранив его скорость: сначала затормозить, а затем разогнать его до прежней скорости в противоположном направлении или повернуть, заставив двигаться корабль по дуге, сообщая ускорение в поперечном к траектории направлении?
14. Гладкий клин стоит на гладком горизонтальном столе. На какую высоту от поверхности стола поднимется маленький брусок, наезжающий на клин со скоростью 2 м/с? Масса клина 8 кг, масса бруска 2 кг. Считать, что брусок заезжает на клин плавно, без удара.
15. В баллистический маятник, используемый для определения скорости пули, врезается пуля массы  $m = 1 \text{ г}$  и застревает в нём. Какая доля кинетической энергии пули переходит в тепло, если масса маятника  $M = 1 \text{ кг}$ ?
16. На покоящемся однородном горизонтальном диске массы  $m_1$  и радиуса  $R$  стоит человек массы  $m_2$ . Диск может вращаться без трения вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр. С какой угловой скоростью начнет вращаться диск, если человек пойдет по окружности радиуса  $r$  вокруг оси диска со скоростью  $u$  относительно него?
17. К гладкой стене приставлена лестница. С целью прикрепить потолочный плинтус по лестнице начинает подниматься студент. На какую высоту он успеет подняться к моменту, когда лестница начнет скользить по полу? Угол наклона лестницы к горизонту  $\varphi = 60^\circ$ , коэффициент трения между лестницей и полом  $\mu = 0,2$ , длина лестницы  $L = 2 \text{ м}$ , массой лестницы пренебречь.
18. Сколько времени будет падать Земля на Солнце, если вдруг Земля остановится в своём орбитальном движении?
19. Тело подбросили с Северного полюса Земли вертикально вверх с первой космической скоростью. На какую максимальную высоту оно поднимется и через какое время вернётся на Землю? Высоту подъёма выразить в радиусах Земли.
20. С поверхности Луны вертикально вверх запускается ракета с первой «лунной» космической скоростью. На какую максимальную высоту  $h$  над поверхностью Луны поднимется ракета? Радиус Луны  $R$  считайте известным.
21. Чему равно максимальное прицельное расстояние удалённого от Земли метеорита с начальной скоростью  $v_\infty$ ? (Прицельное расстояние — плечо начального импульса)

метеорита относительно центра Земли).

22. Дни летнего и зимнего солнцестояния (22 июня и 22 декабря) делят год пополам, а летний период между днями весеннего и осеннего равноденствия (с 21 марта по 23 сентября) продолжительнее зимнего на 7 дней. Считая, что орбита Земли не сильно отличается от окружности радиусом  $R = 150$  млн.км. выясните: 1) когда расстояние от Земли до Солнца наибольшее и когда наименьшее? 2) чему равно относительное изменение (в %) расстояния от Земли до Солнца.
23. Внутри однородного шара плотности  $\rho$  имеется сферическая полость, центр которой находится на расстоянии  $r_0$  от центра шара. Найдите напряжённость  $g$  поля гравитационного тяготения внутри полости.
24. Спутник движется вокруг Земли по круговой орбите радиусом  $r = 2R_З$ . В результате кратковременного действия тормозного двигателя скорость спутника уменьшилась настолько, что он стал двигаться по эллиптической орбите, касающейся поверхности Земли. Через какое время после этого спутник приземлится, если известно, что период обращения спутника на околоземной орбите  $T = 84$  мин.?
25. Искусственный спутник вращается вокруг Земли по эллипсу. В точках пересечения эллипса с малой осью скорость спутника равна  $v = 7,5$  км/с. Определить длину  $2a$  большой оси эллипса. Ответ выразить в радиусах Земли  $R_З$ .
26. Спутник, вращаясь по круговой траектории радиуса  $R = 2R_З$  ( $R_З$  – радиус Земли), получает радиальный импульс, сообщаящий ему дополнительную скорость в направлении центра Земли и равную по величине скорости движения по круговой орбите. На какое минимальное расстояние приблизится спутник к центру Земли, и какова будет его скорость в этой точке? Найти также максимальное расстояние спутника от Земли.
27. Каков будет период колебаний математического маятника длины  $L$  в вагоне, движущемся с ускорением  $a$ ?
28. Пренебрегая сопротивлением воздуха, рассчитайте в каком направлении и на сколько отклонится от вертикали тело, упавшее с Останкинской телевышки высотой  $h = 500$  м. Широта места расположения телевышки  $\varphi = 56^\circ$  с.ш.
29. На сколько различается вес тела на широте  $60^\circ$  и на экваторе? Землю считайте шаром.
30. Горизонтально расположенную трубку длиной  $L = 2$  м начинают вращать вокруг горизонтальной оси, проходящей через один из её концов, с постоянной угловой скоростью  $\omega = 1$  рад/с. В середине трубки до начала вращения находился шарик. С какой скоростью  $v$  он из неё вылетит?
31. Каким должен быть радиус поворота реки, чтобы левый и правый её берега размывались с одинаковой интенсивностью? Река течёт в средних широтах ( $\varphi \approx 60^\circ$ ) преимущественно в северном (или южном) направлении со скоростью 1 м/с.
32. На широте  $\varphi = 60^\circ$  северной широты паровоз массой  $M = 100$  т идёт с юга на север со скоростью  $v = 72$  км/ч по железнодорожному пути, проложенному по меридиану. Найти величину и направление горизонтальной силы, с которой паровоз действует на

рельсы в направлении, перпендикулярном ходу поезда.

33. Под действием каких сил Солнце вращается вокруг Земли по радиусу  $R = 150$  млн. км, совершая полный оборот за одни земные сутки? Напишите уравнение суточного движения Солнца вокруг Земли.
34. Самолет при скорости  $v = 300$  км/ч делает поворот радиуса  $r = 100$  м. Пропеллер с моментом инерции  $I = 7$  кг·м<sup>2</sup> делает  $N = 1000$  об/мин. Чему равен момент гироскопических сил, действующих на вал со стороны пропеллера?
35. Однородный сплошной цилиндр радиуса  $R = 10$  см раскрутили вокруг его оси до угловой скорости  $\omega_0 = 10$  рад/с и поместили в угол между полом и вертикальной стеной. Коэффициент трения между цилиндром и стенками равен  $\mu = 0,2$ . Сколько времени будет вращаться цилиндр?
36. За какое время однородный шар скатывается без проскальзывания с наклонной плоскости с углом наклона к горизонту  $\alpha = 30^\circ$  и высотой  $h = 1$  м? При каком коэффициенте трения шар будет скатываться без проскальзывания?
37. Какую скорость приобретает баскетбольный мяч при скатывании без проскальзывания с наклонной плоскости, высотой  $h = 0,5$  м? Начальная скорость  $v_0 = 0$ . Сравнить найденную скорость со скоростью бруска, соскальзывающего с плоскости без трения.
38. Фабричная труба высотой  $h$  треснула у основания и обвалилась. С какой скоростью  $v$  вершина трубы ударится о землю. Сравнить полученную скорость со скоростью тела  $v_0$ , упавшего с высоты  $h$ .
39. Однородный стержень, падающий в горизонтальном положении с высоты  $h$ , упруго одним концом ударился о край массивной плиты. Найти скорость центра стержня сразу после удара.
40. Цилиндр, катящийся по горизонтальному полу без проскальзывания со скоростью  $v = 1$  м/с, после абсолютно упругого столкновения с вертикальной стеной останавливается на расстоянии  $S = 0,5$  м от стены. Полый или сплошной был цилиндр? Каков коэффициент трения скольжения цилиндра о пол?
41. Обруч радиусом  $R$  бросают вперед со скоростью  $v_0$  и сообщают ему одновременно угловую скорость  $\omega_0$ . Определить минимальное значение угловой скорости  $\omega_{\min}$ , при которой обруч после движения с проскальзыванием покатится назад. Найти значение конечной скорости  $v$ , если  $\omega_0 > \omega_{\min}$ .
42. На гладкой горизонтальной поверхности находятся два бруска массами  $m_1$  и  $m_2$ , связанные пружиной жесткостью  $k$ . Определите период колебаний системы.
43. Во сколько раз изменится период колебаний математического маятника, если длинную невесомую нить, на которой подвешен небольшой шарик, заменить тонким стержнем, длина которого равна длине нити, а масса равна массе шарика?
44. В какой точке следует подвесить однородный стержень, чтобы частота его колебаний как физического маятника была максимальной? Чему равна эта частота?  
Ответ: расстояние от точки подвеса до центра стержня  $a_{\max} = (3)^{1/2}/2L$ ;  $\omega_{\max} = (\sqrt{3g/L})^{1/2}$ .

45. Период колебаний грузика на первой пружине  $T_1 = 3$  с, на второй —  $T_2 = 4$  с. Каков период колебаний этого же грузика, подвешенного на последовательно соединённых первой и второй пружинках?
46. Сколько времени займёт свободный полёт тела по гипотетическому трансконтинентальному тоннелю, прорытому по диаметру (или хорде) Земли? Сравните это время с периодом  $T_1 = 84$  мин. обращения спутника по околоземной орбите. Землю считайте однородным шаром.
47. Во сколько раз изменится период колебаний крутильного маятника, если его разместить на скамье Жуковского так, чтобы оси вращения маятника и скамьи совпадали. Момент инерции маятника  $I_0$  в три раза больше момента инерции скамьи  $I$ .
48. Энергия затухающих колебаний маятника за  $t = 100$  с уменьшилась в  $N = 100$  раз. Определить коэффициент сопротивления среды, если масса маятника  $m = 100$  г.
49. Как следует изменить натяжение струны, чтобы она давала тон в три раза более низкий?
50. Предел прочности на сжатие бетона  $\sigma = 6 \cdot 10^7$  Па. Какой максимальной высоты здание можно построить из бетона при шестикратном запасе прочности? Плотность бетона  $\rho = 2,2 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. Оцените предел прочности горных пород на Земле.
51. Резиновый шнур длиной  $L = 1$  м подвесили за один конец к потолку. Модуль Юнга резины  $E = 1,5 \cdot 10^6$  Па, коэффициент Пуассона  $\mu = 0,49$ , плотность  $\rho = 1,1$  г/см<sup>3</sup>. Найти: 1) удлинение шнура под действием собственного веса; 2) относительное изменение объёма шнура.
52. Брусok из материала с модулем Юнга  $E$  и коэффициентом Пуассона  $\mu$  подвергли всестороннему сжатию внешним давлением  $p$ . Найти: 1) относительное изменение объёма; 2) плотность энергии, запасённой в кубе. Деформации считайте малыми.
53. Определите максимальное давление, которое может произвести вода при замерзании. Плотность льда  $\rho = 0,9$  г/см<sup>3</sup>, модуль Юнга  $E = 0,28$  Мбар, коэффициент Пуассона  $\mu = 0,3$ .
54. Две струны имеют одинаковую длину и натяжение. Как относятся периоды их собственных колебаний, если диаметр одной струны в два раза больше диаметра другой? Струны сделаны из одинакового материала.
55. Наблюдатель увидел горизонтально летящий сверхзвуковой самолёт точно над головой, а услышал его звук только через время  $t = 5$  с. Скорость самолёта  $v$  превышает скорость звука  $c_{зв} = 340$  м/с в два раза. На какой высоте летел самолёт?
56. С потолка спортзала свободно свисает тонкая мягкая верёвка длиной  $\ell = 10$  м. По нижнему концу верёвки наносится резкий горизонтальный удар. В результате удара рождается импульс, который поднимается по верёвке вверх и, отразившись от потолка, возвращается обратно. Найдите время  $\tau$  «путешествия» импульса до потолка и обратно.
57. Два одинаковых тонких стальных бруска длиной  $L = 10$  см ( $\rho = 7,8$  г/см<sup>3</sup>;  $E = 2$  Мбар) сталкиваются торцами. Рассматривая упругие волны, определить время соударения

брусков. При каких скоростях бруски начнут пластически деформироваться, если стальная проволока сечением  $1 \text{ мм}^2$  начинает течь при нагрузке в  $20 \text{ кг}$ ?

58. При громком звуке амплитуда колебаний давления звуковой волны  $\Delta P = 100 \text{ дин/см}^2$ . Найти поток энергии  $J$ , падающей в ухо человека за  $1 \text{ с}$  (мощность потока энергии). Площадь уха  $S = 4 \text{ см}^2$ , ухо считайте перпендикулярным к направлению распространения волны. Плотность воздуха  $\rho = 1,3 \text{ кг/м}^3$ , скорость звука  $c_{зв} = 334 \text{ м/с}$ .
59. Оцените амплитуду скорости, смещения и давления в звуковой волне в воздухе частоты  $\nu = 1 \text{ кГц}$  в области болевых ощущений (интенсивность звука  $I = 10 \text{ Вт/м}^2$ ) и вблизи порога слышимости ( $I = 10^{-12} \text{ Вт/м}^2$ ). Плотность воздуха  $\rho = 1,29 \text{ кг/м}^3$ , скорость звука  $c_{зв} = 330 \text{ м/с}$ .
60. Цилиндрический сосуд высотой  $h = 20 \text{ см}$  с площадью основания  $S = 10 \text{ см}^2$  наполнен водой. Через сколько времени вся вода выльется из сосуда через маленькое отверстие, площадью  $s = 1 \text{ мм}^2$ ?
61. Цилиндрический сосуд с водой вращают вокруг его вертикальной оси с угловой скоростью  $\omega$ . Найти: 1) форму свободной поверхности; 2) распределение давления воды на дне сосуда вдоль его радиуса.
62. Несжимаемая вязкая жидкость течёт широким потоком со скоростью  $u$ . На пути потока ставится длинная тонкая труба. Ось трубы ориентирована точно вдоль вектора скорости потока. На входе в трубу скорость жидкости одинакова по сечению трубы. Какова будет максимальная скорость жидкости на выходе из трубы?  
Ответ:  $v_{\text{max}} = 2u$ .
63. С какой силой давит медсестра на поршень шприца диаметром  $S = 15 \text{ мм}$ , если  $V = 5 \text{ мл}$  лекарства вводится пациенту в течение пяти секунд? Считайте, что игла шприца представляет собой трубку с внутренним диаметром  $d = 2r = 0,5 \text{ мм}$  и длиной  $L = 35 \text{ мм}$ ; коэффициент вязкости лекарства  $\eta = 1 \text{ мПа}\cdot\text{с}$ .