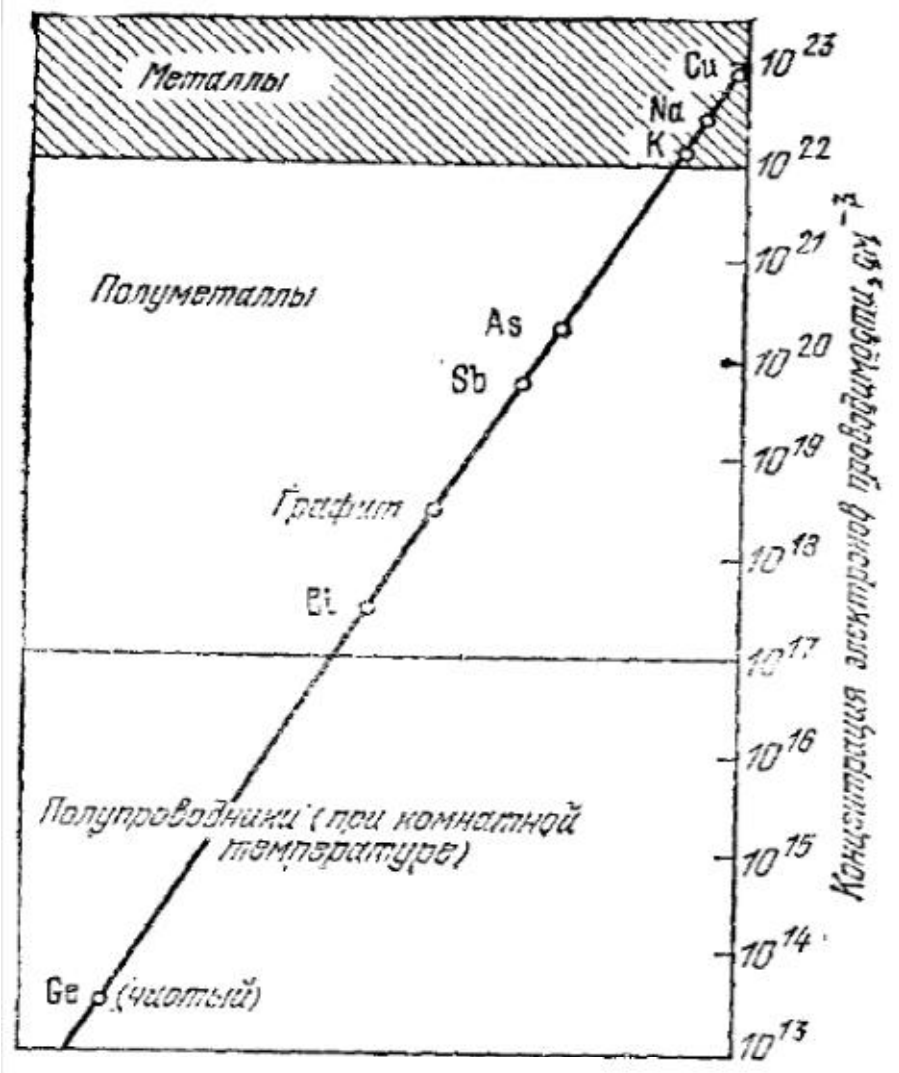


Дистанционный семинар №9: **Полупроводники**

Кубышкин А.В. апрель 2021

Взгляд экспериментатора: металлы-диэлектрики



Энергия

0 $k \rightarrow \frac{\pi}{a}$

а)

б)

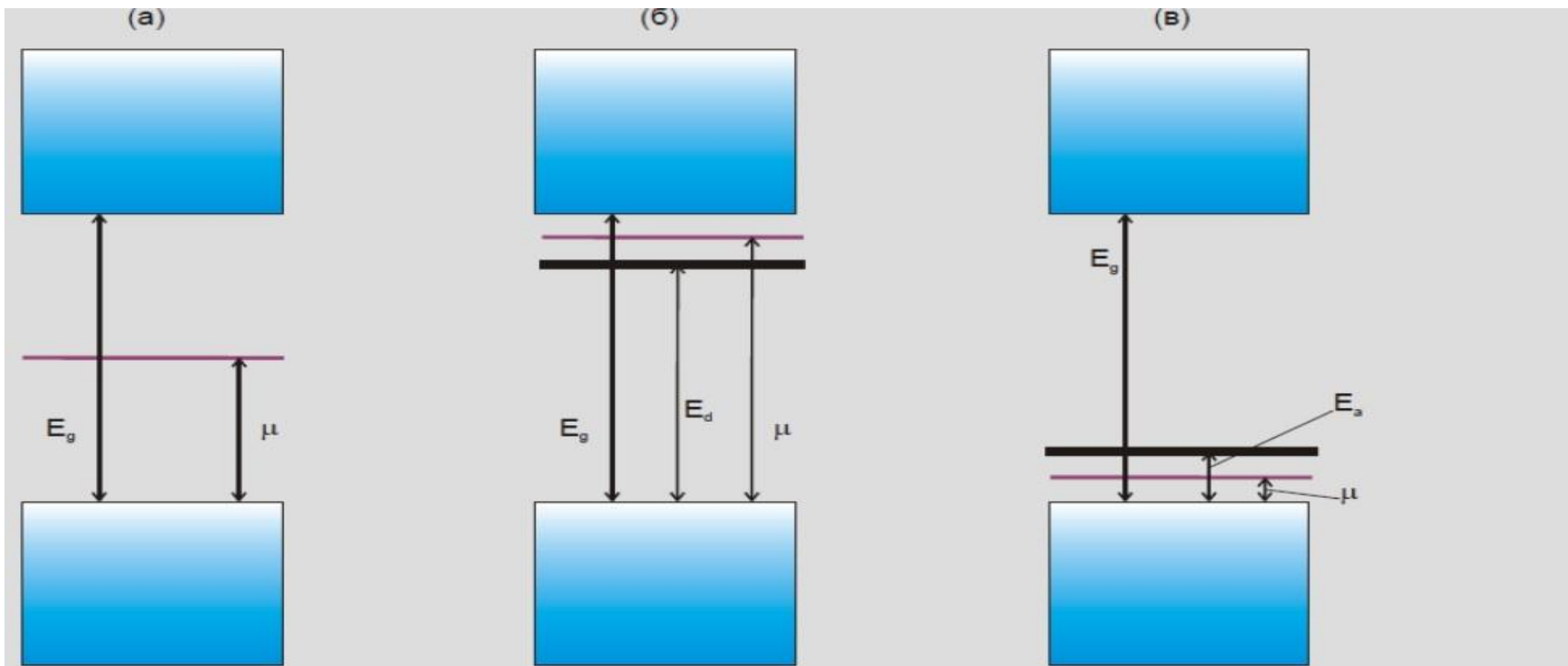
в)

Варианты заполнения электронных состояний (схематически). Занятые состояния показаны штриховкой. (а) Случай полностью заполненной зоны, диэлектрик. (б) Случай перекрывающихся зон, металл или полуметалл. (в) Случай частичного заполнения последней зоны, металл. Из книги Киттеля

Условно, к полупроводникам относят диэлектрики с шириной запрещённой зоны меньше 3 эВ

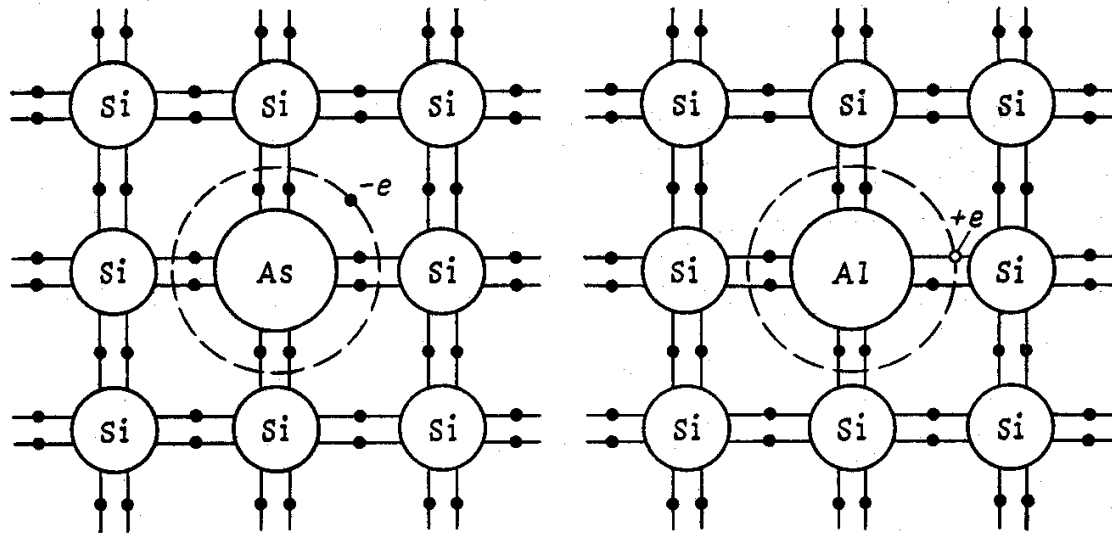
Концентрации электронов проводимости в металлах и полупроводниках. Из книги Ч Киттеля

Школьное представление (слегка испорчено 6 семестром!)



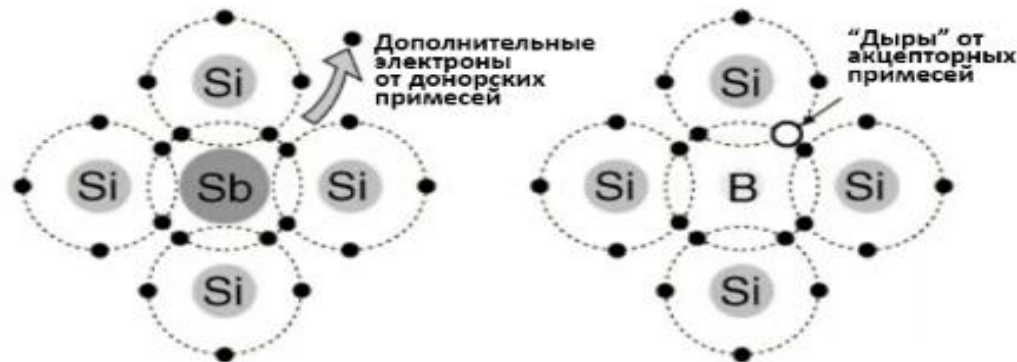
Упрощённое изображение зонной схемы полупроводника: (а) чистый полупроводник, (б) полупроводник с примесью донорного типа, (в) полупроводник с примесью акцепторного типа. — ширина запрещённой зоны, — уровень химпотенциала, — уровни донорной и акцепторной примеси. Положение химпотенциала показано для $T = 0$. Положение минимального уровня энергии электрона в вакууме не показано.

Задача Бора про атом водорода, но с ϵ и m^*



Полупроводники N-типа

Полупроводники P-типа



$$E_n = -\frac{Z^2 m^*}{\epsilon^2 m_0} Ry \frac{1}{n^2} \quad r_0 = \frac{\epsilon m_0}{Z m^*} a_0$$

$$\epsilon \approx 10$$

энергия ионизации 0.1эВ

$$m^* \approx 0.1 m_0$$

радиус орбиты 50Å

получается размер много больше межатомного, это оправдывает предположение о использовании диэлектрической константы непрерывной среды и использование эффективной массы.

Ограничение модели – мелкие примеси!
 ($\approx 10^{17} \text{ см}^{-3}$)

Концентрация электронов в зоне проводимости

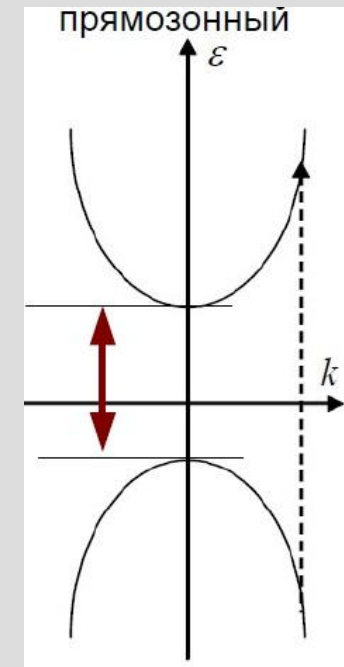
$$n_e = 2 \int n(\varepsilon_e) \frac{d^3 \vec{q}_e}{(2\pi)^3} = \int_0^\infty n(\varepsilon_e) D(\varepsilon_e) d\varepsilon_e$$

- ! единственный минимум в зоне проводимости, изотропная эффективная масса, невырожденный электронный газ

$$n_e = 2 \times \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty \exp\left(-\left(E_g + \frac{\hbar^2 q^2}{2m_e} - \mu\right)/T\right) q^2 dq =$$


$$= \frac{1}{\pi^2} e^{-(E_g - \mu)/T} \left(\frac{\sqrt{2m_e T}}{\hbar}\right)^3 \int_0^\infty e^{-z^2} z^2 dz$$

$$\frac{\sqrt{\pi}}{4}$$



$$n_e = 2 \left(\frac{m_e T}{2\pi \hbar^2}\right)^{3/2} e^{-(E_g - \mu)/T}$$

Концентрация дырок в валентной зоне

Для дырок вычисление аналогично, только формально меняет знак химпотенциал 

$$n_h = 2 \left(\frac{m_h T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{-\mu/T}$$

$$\begin{aligned} n_h(\varepsilon_h) &= n_{vac}(\varepsilon_{vac}) = 1 - n_e(\varepsilon_{vac}) = \\ &= 1 - \frac{1}{\exp((\varepsilon_{vac} - \mu)/T) + 1} = \\ &= \frac{1}{\exp(-(\varepsilon_{vac} - \mu)/T) + 1} = \\ &= \frac{1}{\exp((\varepsilon_h + \mu)/T) + 1} \end{aligned}$$

$$Q_{e,h} = 2 \left(\frac{m_{e,h} T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2}$$

статфактор зоны, эффективное число уровней

$n_0 = n_e = n_h$ чистый полупроводник

$$n_0^2 = 4 (m_e m_h)^{3/2} \left(\frac{k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^3 e^{-E_g/(k_B T)}$$

$$n_0 \propto e^{-E_g/(2k_B T)}$$

$$Q = 2.51 \cdot 10^{19} \left(\frac{m}{m_0} \times \frac{T [K]}{300 K} \right)^{3/2} 1/cm^3$$

$$\mu = \frac{E_g}{2} - \frac{3}{4} k_B T \ln \frac{m_e}{m_h}$$

уровень химпотенциала в чистом полупроводнике вблизи середины запрещенной зоны

Концентрации носителей в слаболегированных полупроводниках

Условие электронейтральности:

$$n_e + N_a^{(ion)} = n_h + N_d^{(ion)}$$

концентрация ионизованных
акцепторных примесей

концентрация ионизованных
донорных примесей



в равновесии — тоже определяются химпотенциалом!

$$n_e n_h = 4 (m_e m_h)^{3/2} \left(\frac{k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^3 e^{-E_g / (k_B T)}$$

закон действующих масс, «правило рычага»

если (1) уровень близко к дну зоны проводимости и (2) температура достаточно низкая

$$Q_e e^{-(E_g - \mu)/T} = \frac{N_d}{1 + e^{-(\epsilon_d - \mu)/T}} + Q_h e^{-\mu/T}$$

$$Q_e e^{-(E_g - \mu)/T} = N_d e^{-(\mu - \epsilon_d)/T}$$

$$\mu = \frac{E_g + \epsilon_d}{2} - \frac{T}{2} \ln \frac{Q_e}{N_d}$$

$$n_e = Q_e e^{-(E_g - \mu)/T}$$

$$n_e = Q_e e^{-(E_g - \epsilon_d)/(2T)} \sqrt{\frac{N_d}{Q_e}} = \sqrt{Q_e N_d} e^{-(E_g - \epsilon_d)/(2T)}$$

$$\frac{n_e}{n_h} = \frac{n_e^2}{n_e n_h} = \frac{Q_e N_d e^{-(E_g - \epsilon_d)/(2T)}}{Q_e Q_h e^{-E_g/T}} = \frac{N_d}{Q_h} e^{(E_g + \epsilon_d)/(2T)} \approx \frac{N_d}{Q_h} e^{E_g/T}$$

Электропроводность полупроводников

Модель Друде-Лоренца:

$$\sigma = \sum_i \frac{n_i e^2 \tau_i}{m_i}$$

концентрации носителей

времена релаксации носителей i-го типа

эффективная масса

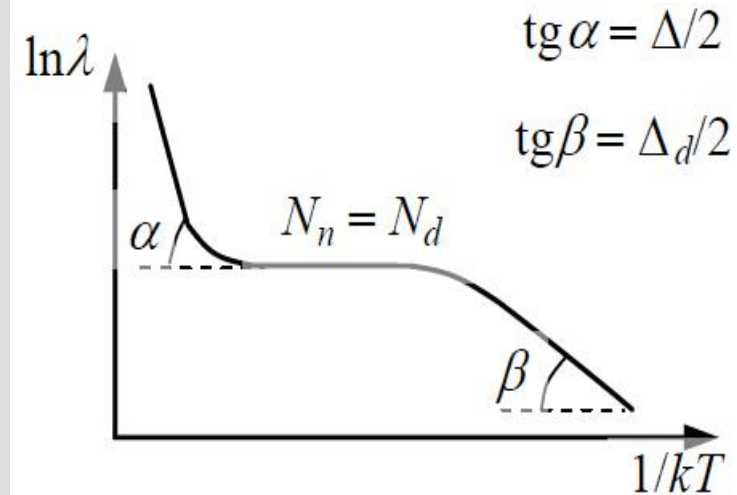
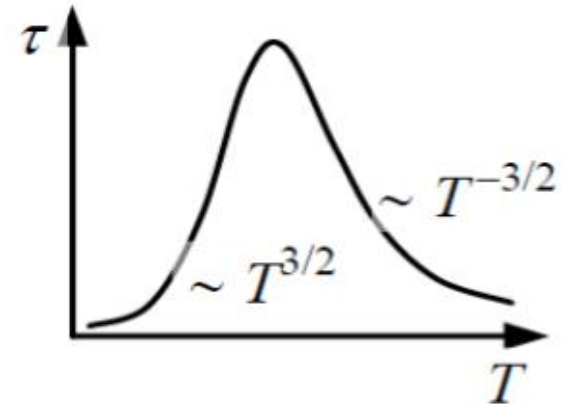
сумма по типам носителей

главный вклад в температурную зависимость: экспоненциальное изменение концентрации

для чистого $\sigma \propto e^{-E_g/(2T)}$

для легированного $\sigma \propto e^{-\delta E/(2T)}$

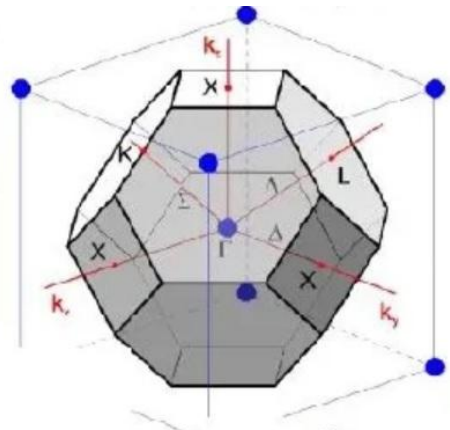
расстояние от примесного уровня до соответствующей зоны



Законы дисперсии реальных полупроводников

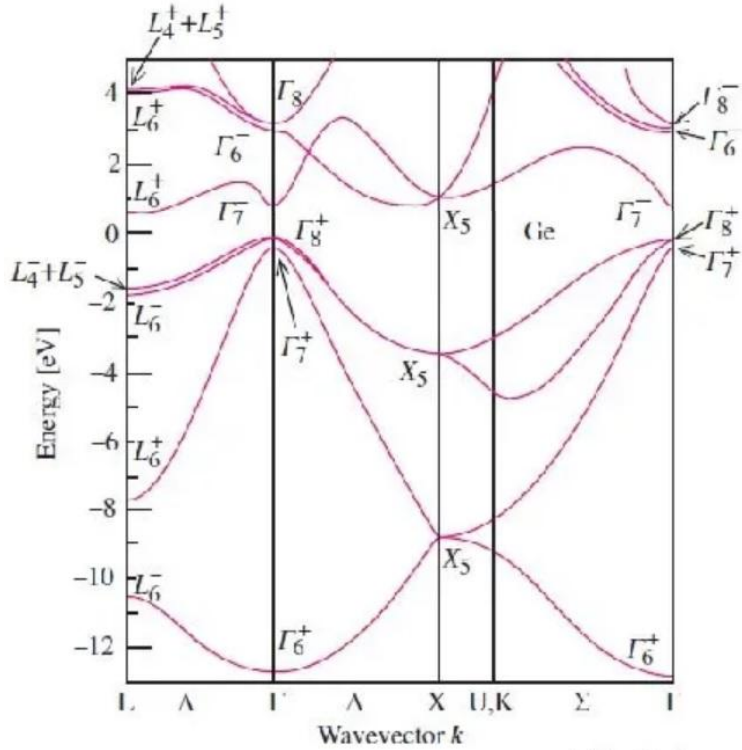
(квантово-механические расчеты с учетом спин-орбитального взаимодействия)

Зона Бриллюэна
гранецентрированной
кубической решетки Браве

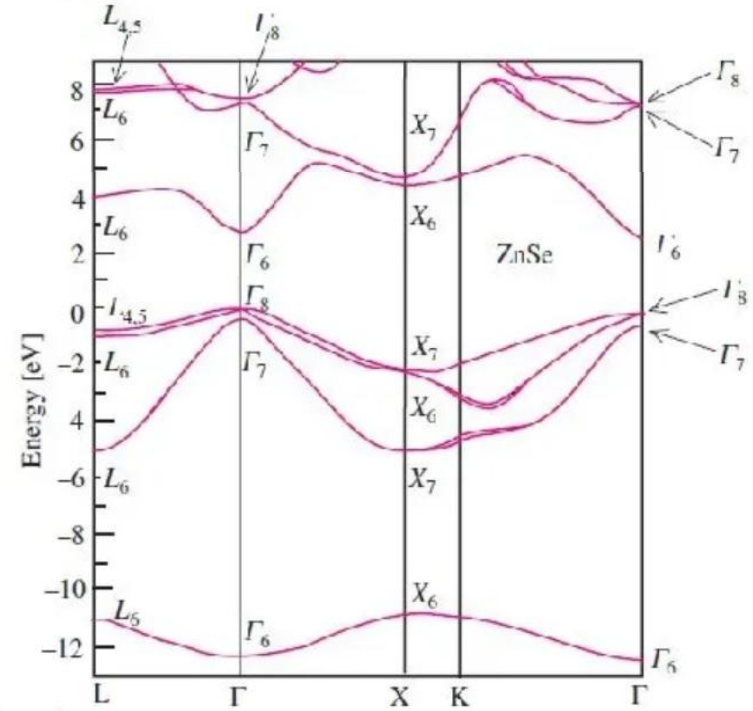


германий (решетка типа алмаза)

ZnSe (решетка типа цинковой обманки)



M.L. Cohen, J. Chelikowsky



Wavevector k