

УДК 519.866

Н. И. Клемашев

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Анализ кризиса на фондовом рынке Китая с помощью неоклассической модели потребительского спроса

В работе исследуется кризис на фондовом рынке Китая в конце августа 2015 года. Показано, что кризис можно описать как изменение предпочтений основных инвесторов, причём в течение нескольких месяцев для описания поведения инвесторов необходимо рассматривать два репрезентативных потребителя с разными функциями полезности.

Ключевые слова: неоклассическая модель, обобщенный непараметрический метод, индексы Конюса–Дивизиа, фондовые рынки.

N. I. Klemashev

Moscow Institute of Physics and Technology (state university)

Analysis of Chinese stock market crisis by the neoclassical consumer demand model

In this paper, I study the crisis on Chinese stock market at the end of August 2015. I show that the crisis can be described as a change of preferences of the main investors, and that during several months one needs to consider two representative consumers with different utility functions in order to describe the behavior of investors.

Key words: neoclassical model, generalized nonparametric method, Konus–Divisia indices, stock markets.

1. Введение

Согласно классической модели Парето, совокупный спрос группы домашних хозяйств на некоторый набор из m товаров можно описать как результат принятия решения одним рациональным репрезентативным потребителем, который выбирает потребительскую корзину, максимизируя свою функцию полезности при бюджетном ограничении, т.е. решает задачу

$$F(Y) \rightarrow \max_{Y \in \mathbb{R}_+^m},$$

$$\langle P, Y \rangle \leq 0,$$

где \mathbb{R}_+^m обозначает множество векторов из \mathbb{R}^m с неотрицательными элементами.

Совокупный спрос группы домашних хозяйств может быть описан с помощью обратных функций спроса $P(X)$, описывающих зависимости цен от совокупного потребления. Обратной задачей для модели Парето является задача построения функции F из некоторого класса Φ такой, что решением семейства задач

$$F(Y) \rightarrow \max_{Y \in \mathbb{R}_+^m},$$

$$\langle P(X), Y \rangle \leq \langle P(X), X \rangle,$$

для каждого X являются функции спроса, обратные к которым совпадают с исходными обратными функциями спроса $P(X)$.

Для того чтобы потребительское поведение группы домашних хозяйств можно было описать моделью Парето, обратные функции спроса должны удовлетворять некоторым условиям. Среди них есть условия существования интегрирующего множителя у дифференциальной формы обратных функций спроса

$$\sum_{j=1}^m P_j(X) dX_j, \quad (1)$$

известные как условия Фробениуса. Это условия типа равенства. Они могут нарушаться при малых возмущениях обратных функций спроса в норме пространства $C^1(\mathbb{R}_+^m)$. Возможность нарушения условий Фробениуса при таких возмущениях воспринималась экономистами как проблема интегрируемости [11].

В рамках теории выявленного предпочтения были разработаны критерии согласованности обратных функций спроса, которые могут быть применены к обратным функциям спроса, заданным в конечном числе точек. Данные о значениях обратных функций спроса в конечном числе точек представляются в виде конечного набора $\{(P^t, X^t)\}_{t=1}^T$ цен P^t и соответствующих им объёмов потребления X^t . Такой набор называется *торговой статистикой*.

Естественным обобщением модели Парето на случай двух и более репрезентативных потребителей является неоклассическая модель потребительского спроса, согласно которой функции совокупного спроса можно представить в виде суммы функций спроса двух и более рациональных репрезентативных потребителей, каждый из которых описывается моделью Парето.

Количество репрезентативных потребителей подлежит определению, однако при этом всегда стремятся описать потребительское поведение группы домашних хозяйств наименьшим количеством репрезентативных потребителей. Это количество зависит от свойств обратных функций спроса. В работах [13, 14] отмечена связь между минимальным количеством репрезентативных потребителей в неоклассической модели с положительно-однородными функциями полезности и классом дифференциальной формы обратных функций спроса.

Другим обобщением модели Парето на случай многих репрезентативных потребителей является модель временного диктатора, согласно которой в каждый период времени решение о совокупных объёмах потребления принимается одним репрезентативным потребителем, но в разные периоды времени это может быть разный потребитель.

Задачи проверки согласованности торговой статистики с неоклассической моделью и моделью временного диктатора оказываются NP-полными для некоторых классов функций полезности. Это означает, что для разработки эффективных численных методов анализа торговой статистики в рамках моделей с несколькими репрезентативными потребителями необходимо привлекать дополнительные модельные предположения, которые снимут проблему NP-полноты. Первым успешным примером такого подхода является анализ бюджетной статистики Великобритании [5], в рамках которого удалось проследить динамику формирования нового социального класса наиболее богатых домашних хозяйств, структура потребления которого сильно отличается от структуры потребления остальных домашних хозяйств.

Другим примером является анализ кризиса на фондовом рынке Китая летом 2015 года [9]. Для анализа был выбран период с января 2014 по август 2015. Было выдвинуто предположение, что кризис вызван действиями некоторых трейдеров в течение небольшого периода времени. В результате анализа удалось выделить одну акцию, торги которой приводят к слишком большому отклонению наблюдаемого поведения инвесторов от модели Парето.

Данная работа продолжает начатое в [9] исследование причин кризиса на фондовом рынке Китая в апреле 2015. Целью этой работы является доказательство согласованности торговой статистики фондового рынка Китая в период с января 2014 по август 2015 с неоклассической моделью потребительского спроса с двумя репрезентативными потребителями. Оставшаяся часть статьи организована следующим образом. В разделе 2 приводится описание основного инструмента анализа – обобщённого непараметрического метода. В разделе 3 приводятся описания в терминах торговой статистики двух обобщений модели Парето на случай многих репрезентативных потребителей – неоклассической модели и модели временного диктатора, – и приводятся оценки классов сложности задач проверки согласованности торговой статистики с этими моделями. В разделе 4 дано описание процедуры проверки согласованности торговой статистики фондового рынка Китая с неоклассической моделью. В разделе 5 приводится заключение.

2. Обобщённый непараметрический метод

Говорят, что торговая статистика $\{(P^t, X^t)\}_{t=1}^T$ рационализуема в классе Φ , если существует функция F из класса Φ такая, что для каждого $t \in \{1, \dots, T\}$ вектор X^t является решением задачи

$$F(Y) \rightarrow \max_{Y \in \mathbb{R}_+^m}, \\ \langle P^t, Y \rangle \leq \langle P^t, X^t \rangle.$$

Введём класс функций Φ_H , состоящий из ненасыщаемых, монотонно не убывающих, вогнутых функций, которые непрерывны на \mathbb{R}_+^m , положительны на $\text{int } \mathbb{R}_+^m$ и являются положительно-однородными первой степени.

Теорема 1 (Африата–Верияна, [1, 4, 12]). *Следующие утверждения эквивалентны:*

- 1) Торговая статистика $\{(P^t, X^t)\}_{t=1}^T$ рационализуема в классе Φ_H ;
- 2) Торговая статистика $\{(P^t, X^t)\}_{t=1}^T$ удовлетворяет однородной сильной аксиоме выявленного предпочтения, т.е. для любых t_1, \dots, t_k выполнено

$$\langle P^{t_1}, X^{t_2} \rangle \langle P^{t_2}, X^{t_3} \rangle \dots \langle P^{t_k}, X^{t_1} \rangle \geq \langle P^{t_1}, X^{t_1} \rangle \langle P^{t_2}, X^{t_2} \rangle \dots \langle P^{t_k}, X^{t_k} \rangle.$$

- 3) Существует положительное решение $(\lambda^1, \dots, \lambda^T)$ системы линейных неравенств

$$\lambda^t \langle P^t, X^t \rangle \leq \lambda^\tau \langle P^\tau, X^\tau \rangle, \quad t, \tau = \overline{1, T}. \quad (2)$$

Выполнение однородной сильной аксиомы выявленного предпочтения можно проверить за $O(T^3)$ операций с помощью алгоритма Варшалла–Флойда. На основе этого алгоритма можно найти одно из решений $\{\lambda^t\}_{t=1}^T$ системы (2), если эта система разрешима (см., например, [15]). По этому решению можно рассчитать индексы спроса $F(X^t)$ и цен $Q(P^t)$ Конюса–Дивизиа (см. [3]):

$$Q(P^t) = \frac{1}{\lambda^t}, \quad F(X^t) = \lambda^t \langle P^t, X^t \rangle. \quad (3)$$

Такой метод построения экономических индексов называется *непараметрическим* [4, 7, 14].

Если торговая статистика не удовлетворяет однородной сильной аксиоме, то она не согласуется с моделью Парето с функцией полезности из класса Φ_H и индексы Конюса–Дивизиа (3) не существуют. Для определения количественной меры несогласованности торговой статистики с моделью Парето в формулировку однородной сильной аксиомы вводится показатель ω .

Теорема 2 ([7]). *Следующие утверждения эквивалентны:*

- Торговая статистика $\{(P^t, X^t)\}_{t=1}^T$ удовлетворяет однородной сильной аксиоме выявленного предпочтения с показателем ω , т.е. для любых t_1, \dots, t_k выполнено

$$\omega^k \langle P^{t_1}, X^{t_2} \rangle \langle P^{t_2}, X^{t_3} \rangle \dots \langle P^{t_k}, X^{t_1} \rangle \geq \langle P^{t_1}, X^{t_1} \rangle \langle P^{t_2}, X^{t_2} \rangle \dots \langle P^{t_k}, X^{t_k} \rangle.$$

- Существует положительное решение $(\lambda^1, \dots, \lambda^T)$ системы линейных неравенств

$$\lambda^t \langle P^t, X^t \rangle \leq \omega \lambda^\tau \langle P^\tau, X^t \rangle, \quad t, \tau = \overline{1, T}. \quad (4)$$

Минимальное значение ω_{\min} показателя ω , при котором торговая статистика удовлетворяет однородной сильной аксиоме выявленного предпочтения, называется *показателем нерациональности* (в классе Φ_H). Если $\omega_{\min} = 1$, то торговая статистика рационализируема в классе Φ_H и индексы Конюса–Дивизиа существуют.

Имея решение системы $\{\lambda^t\}_{t=1}^T$ системы (4) при $\omega = \omega_{\min}$, можно построить индексы спроса и цен, используя формулы индексов Конюса–Дивизиа (3), даже при $\omega_{\min} > 1$. Такой метод определения экономических индексов называется *обобщённым непараметрическим методом* [7, 8].

С помощью однородной сильной аксиомы можно решать задачи прогнозирования объёмов потребления и цен. Пусть есть некоторая торговая статистика TS , удовлетворяющая однородной сильной аксиоме с показателем ω , и вектор цен P , не входящий в торговую статистику TS . Тогда, в качестве множества $K_V^H(P; TS, \omega)$ прогнозов объёмов торгов при ценах P можно рассмотреть множество всех таких $X \in \mathbb{R}_+^m$, что торговая статистика

$$TS \cup \{(P, X)\}$$

удовлетворяет однородной сильной аксиоме выявленного предпочтения с показателем ω . Множество прогнозов цен при заданных объёмах потребления строится аналогично. В [2] показано, что множество $K_V^H(P; TS, \omega)$ задаётся в виде системы линейных неравенств

$$K_V^H(P; TS, \omega) = \{X \in \mathbb{R}_+^m \mid \gamma_\tau(P, \omega) \langle P^t, X \rangle \geq \langle P, X \rangle, \tau = \overline{1, T}\},$$

причём коэффициенты $\gamma_\tau(P, \omega)$ могут быть определены за $O(T^3)$ операций с помощью алгоритма Варшалла–Флойда.

3. Модели многих репрезентативных потребителей

Краткое описание неоклассической модели приводится во введении. В терминах торговой статистики $\{(P^t, X^t)\}_{t=1}^T$ задача проверки согласованности с неоклассической моделью с K репрезентативными потребителями сводится к проверке возможности представления каждого вектора X^t в виде суммы $\sum_{k=1}^K X^{k,t}$ неотрицательных векторов $X^{k,t}$ такого, что торговые статистики

$$\{(P^t, X^{1,t})\}_{t=1}^T, \dots, \{(P^t, X^{K,t})\}_{t=1}^T$$

рационализируемы в некотором классе Φ .

В работе [10] доказано, что задача проверки согласованности торговой статистики с неоклассической моделью с двумя репрезентативными потребителями с функциями полезности из класса Φ_G является NP -полной. Класс Φ_G содержит функции, удовлетворяющие всем условиям принадлежности классу Φ_H , кроме условия положительной однородности. Вопрос об оценке класса сложности аналогичной задачи для класса Φ_H остаётся открытым.

Другим обобщением модели Парето на случай нескольких репрезентативных потребителей является модель временного диктатора. Говорят, что торговая статистика согласуется с моделью временного диктатора с K диктаторами с функциями полезности

из класса Φ , если существуют функции F_1, \dots, F_K из класса Φ такие, что каждый вектор X^t является решением задачи

$$F_k(Y) \rightarrow \max_{Y \in \mathbb{R}_+^m}, \\ \langle P^t, Y \rangle \leq \langle P^t, X^t \rangle,$$

для некоторого k из $\{1, \dots, K\}$.

Задача проверки согласованности торговой статистики с моделью временного диктатора с $K \geq 2$ диктаторами является NP -полной как для класса Φ_G (неопубликованная работа R. Deb¹), так и для класса Φ_H ([6]).

4. Анализ кризиса на фондовом рынке Китая

При анализе фондового рынка, как и в [9], все инвесторы разделяются на две группы – основные инвесторы и высокочастотные трейдеры. Основные инвесторы воспринимают акции как услуги по росту дохода и редко меняют состав своего портфеля, поскольку рассчитывают не только на рост стоимости акций, но на выплату дивидендов. Их поведение при постоянных предпочтениях описывается моделью Парето. Высокочастотные трейдеры стремятся заработать на высокочастотных колебаниях цен акций, поэтому они очень часто меняют состав своего портфеля. Они разделяются на профессиональных и непрофессиональных трейдеров.

Поскольку в торговой статистике мы наблюдаем совокупные объёмы торгов, в которые входят торги как основных инвесторов, так и высокочастотных трейдеров, показатель нерациональности торговой статистики фондовых рынков, как правило, превосходит единицу, т.е. торговая статистика не согласуется с моделью Парето. Активность высокочастотных трейдеров зависит от акций, а также от общего состояния финансового рынка. В периоды кризиса активность высокочастотных трейдеров возрастает. Существует некоторое значение показателя нерациональности, характерное для нормального состояния фондового рынка. Это значение необходимо определить и считать, что если показатель нерациональности торговой статистики за некоторый период не превосходит этого значения, то модель Парето является адекватным описанием поведения инвесторов за этот период.

В работе [9] для анализа причин кризиса на фондовом рынке Китая использовался подход, состоящий из трёх шагов. На первом шаге выбирается уровень логарифма показателя нерациональности Ω^* , характерный для нормального режима функционирования фондового рынка Китая. Этот уровень равен 0.035. Логарифм показателя нерациональности анализируемой торговой статистики, т.е. статистики с января 2014 по август 2015, равен 0.049.

На втором шаге выделяются пары периодов, несогласованность которых приводит к росту логарифма показателя нерациональности сверх нормального уровня Ω^* . Для этого рассматривается задача линейного программирования

$$\sum_{\tau=1}^T \sum_{t=1}^T \zeta_{\tau t} \rightarrow \min, \\ \zeta_{\tau t} \geq c_{\tau t} - \Omega^* + \mu^t - \mu^\tau, \quad t, \tau = \overline{1, T}, \\ \zeta_{\tau t} \geq 0, \quad t, \tau = \overline{1, T}.$$

Элементы $\omega_{t\tau}^*$ решения этой задачи интерпретируются как показатели нерациональности пар периодов сверх допустимого уровня Ω^* . Двойственной задачей

¹Текст работы доступен по URL: https://www.economics.utoronto.ca/debrahul/files/Collective_Model.pdf

является задача о максимальном потоке

$$\sum_{\tau=1}^T \sum_{t=1}^T (c_{\tau t} - \Omega^*) x_{\tau t} \rightarrow \max, \quad (5)$$

$$\sum_{t=1}^T x_{\tau t} = \sum_{t=1}^T x_{t\tau}, \quad \tau = \overline{1, T}, \quad (6)$$

$$0 \leq x_{\tau t} \leq 1, \quad t, \tau = \overline{1, T}. \quad (7)$$

Среди решений этой задачи есть решение $\{x_{t\tau}^*\}_{t,\tau=1}^T$ такое, что $x_{t\tau}^* \in \{0, 1\}$. Это решение может быть представлено в виде ориентированного графа, в котором вершины соответствуют периодам, а рёбра соответствуют тем парам (t, τ) , для которых $x_{t\tau}^* = 1$.

Для анализируемой торговой статистики получается граф, представленный на рис. 1. На графе отсутствуют обозначения направлений рёбер, поскольку решение задачи (5) – (7) получилось симметричным, т.е. $x_{t\tau}^* = x_{\tau t}^*$.

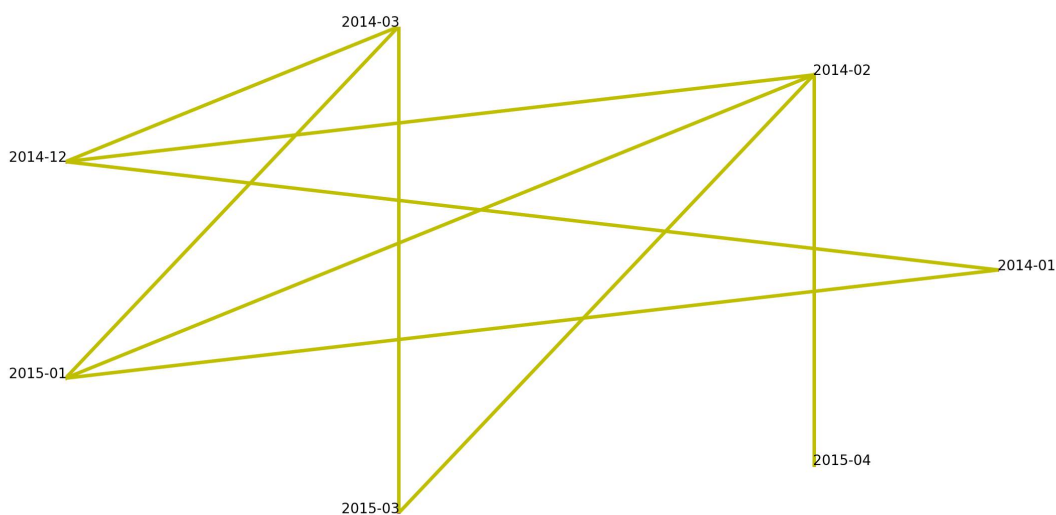


Рис. 1. Граф, построенный по решению задачи (5) – (7)

Граф оказывается двудольным. В первую долю входят три месяца 2014 года – январь, февраль и март. Во вторую долю входят 4 месяца – декабрь 2014, январь 2015, март 2015 и апрель 2015. Исключение любой из двух выделенных групп периодов приводит к снижению логарифма показателя нерациональности ниже нормального уровня Ω^* .

В [9] для дальнейшего анализа выбираются периоды второй доли. На третьем шаге решается задача выделения наименьшего количества акций таких, что корректировкой объёмов торгов только этих акций и только в выделенные четыре периода можно добиться снижения логарифма показателя нерациональности до нормального уровня Ω^* . В результате удалось выделить всего одну такую акцию. Это акция CITIC-Securities, ведущего инвестиционного банка Китая. Вернёмся ко второму шагу, на котором были выделены четыре периода. До этих периодов, т.е. с января по ноябрь 2014, торговая статистика рационализируема в классе Φ_H . После этих периодов, т.е. с мая по август 2015 торговая статистика также рационализируема. Было выдвинуто предположение, что некоторые профессиональные высокочастотные трейдеры спрогнозировали изменение предпочтений основных инвесторов и некоторое время вели себя так, как вели бы себя основные инвесторы после изменения предпочтений.

Это означает, что в течение некоторого временного интервала поведение инвесторов можно описать как взаимодействие двух репрезентативных потребителей с разными функциями полезности. Один репрезентативный потребитель соответствует основным инвесторам со старыми предпочтениями. Второй репрезентативный потребитель соответствует основным инвесторам с изменившимися предпочтениями.

Предполагается, что до выделенных периодов поведение инвесторов описывается моделью одного репрезентативного, который соответствует основным инвесторам со старыми предпочтениями, а после выделенных периодов поведение инвесторов описывается моделью репрезентативного потребителя, соответствующего основным инвесторам с новыми предпочтениями.

В интервале между декабрём 2014 и апрелем 2015, по-видимому, происходил некоторый переходный процесс, во время которого более адекватным модельным описанием является модель двух репрезентативных потребителей.

Для проверки этой гипотезы была поставлена задача для каждого периода с декабря 2014 по апрель 2015 представить объёмы торгов X^t в виде суммы $X^t = X^{1,t} + X^{2,t}$ так, чтобы пару $(P^t, X^{1,t})$ можно было добавить к торговой статистике с января по ноябрь 2014, а пару $(P^t, X^{2,t})$ можно было добавить к торговой статистике с мая по август 2015 так, чтобы логарифмы показателей нерациональности двух торговых статистик не превышали нормального уровня Ω^* .

Для решения этой задачи рассмотрим следующую задачу. Пусть даны две торговые статистики TS^{main} , TS^{aux} , вектор объёмов торгов X^t и соответствующий вектор цен P^t . Требуется найти проекцию \hat{X}^t вектора X^t на множество прогнозов объёмов торгов $K_V^H(P^t; TS^{\text{main}}, e^{\Omega^*})$, построенное по торговой статистике TS^{main} , так, чтобы остаток от проекции $X^t - \hat{X}^t$ лежал в множестве прогнозов объёмов торгов $K_V^H(P^t; TS^{\text{aux}}, e^{\Omega^*})$, построенном по торговой статистике TS^{aux} .

Формально, задача ставится следующим образом:

$$\|X^t - Z\|^2 \rightarrow \min_Z, \quad (8)$$

$$Z \in K_V^H(P^t; TS^{\text{main}}, e^{\Omega^*}), \quad (9)$$

$$X^t - Z \in K_V^H(P^t; TS^{\text{aux}}, e^{\Omega^*}). \quad (10)$$

Ограничения (9) – (10) линейные, поскольку множества $K_V^H(P^t; TS^{\text{main}}, e^{\Omega^*})$ и $K_V^H(P^t; TS^{\text{aux}}, e^{\Omega^*})$ задаются системами линейных неравенств, как было отмечено в разделе 2. Поэтому задача (8) – (10) является задачей квадратичного программирования с выпуклой целевой функцией. Для её решения разработаны эффективные численные методы. В данной работе использовалась реализация алгоритма решения задачи квадратичного программирования в библиотеке ALGLIB.

Задача (8) – (10) решает задачу о разбиении вектора объёмов торгов для одного периода. Для проверки гипотезы эта задача была решена для вектора объёмов торгов за декабрь 2014. При этом, поскольку предполагалось, что в начале переходного периода преобладали торги основных инвесторов со старыми предпочтениями, в качестве торговой статистики TS^{main} выступала торговая статистика за период с января по ноябрь 2014.

Получив решение $\hat{Z}^{2014-12}$ задачи (8) – (10) для объёма торгов за декабрь 2014, я добавил пару $(P^{2014-12}, \hat{Z}^{2014-12})$ к торговой статистике с января по ноябрь 2014, а пару $(P^{2014-12}, X^{2014-12} - \hat{Z}^{2014-12})$ к торговой статистике с мая по август 2015. Таким образом были получены две новые торговые статистики. Одна с января по декабрь 2014, вторая за декабрь 2014 и за период с мая по август 2015. Обозначим эти торговые статистики через $TS^{\text{left},1}$ и $TS^{\text{right},1}$. По построению, логарифмы показателей нерациональности этих двух торговых статистик равны Ω^* .

Далее, задача (8) – (10) решалась для объёмов торгов за январь 2015. При этом в качестве торговой статистики TS^{main} выступала статистика $TS^{\text{left},1}$, а в качестве торговой статистики TS^{aux} выступала статистика $TS^{\text{right},1}$. Эта задача имеет единственное

решение $\widehat{Z}^{2015-01}$. Пары

$$(P^{2015-01}, \widehat{Z}^{2015-01}) \text{ и } (P^{2015-01}, X^{2015-01} - \widehat{Z}^{2015-01})$$

были добавлены к торговым статистикам $TS^{\text{left},1}$ и $TS^{\text{right},1}$, в результате чего были получены статистики $TS^{\text{left},2}$ и $TS^{\text{right},2}$.

Для оставшихся двух периодов – марта и апреля 2015 – были применены аналогичные действия. Отличие заключается только в том, что в качестве торговой статистики TS^{main} выступала торговая статистика, содержащая периоды с мая по август 2015, поскольку предполагалось, что к концу переходного периода преобладали торги основных инвесторов с новыми предпочтениями.

В результате были получены две торговые статистики $TS^{\text{left},4}$ и $TS^{\text{right},4}$. Первая содержит периоды с января 2014 по апрель 2015, за вычетом февраля 2015. Вторая содержит периоды с декабря 2014 по август 2015, также за вычетом февраля 2015. Февраль 2015 не был выделен на этапе выбора периодов для дальнейшего анализа, поскольку он не приводит к росту логарифма показателя нерациональности сверх нормального уровня Ω^* .

Объёмы торгов за февраль 2015 вместе с ценами за тот же период можно целиком добавить и к статистике $TS^{\text{left},4}$ и к статистике $TS^{\text{right},4}$, при этом логарифмы показателей нерациональности останутся на уровне Ω^* . Это также означает, что объём торгов за февраль 2015 можно разложить на сумму

$$\alpha X^{2015-02,1} + (1 - \alpha) X^{2015-02,2}$$

для произвольного $\alpha \in [0, 1]$, причём торговые статистики

$$TS^{\text{left},4} \cup \{(P^{2015-02}, \alpha X^{2015-02,1})\}$$

и

$$TS^{\text{right},4} \cup \{(P^{2015-02}, (1 - \alpha) X^{2015-02,2})\}$$

будут иметь логарифмы показателей нерациональности, равные Ω^* .

Таким образом, удалось доказать согласованность анализируемой торговой статистики с неоклассической моделью с двумя репрезентативными потребителями в обобщённом смысле, т.е. с некоторым показателем нерациональности, который превосходит единицу. Первый репрезентативный потребитель соответствует основным инвесторам со старыми предпочтениями и существует с января 2014 по апрель 2015. Вторым репрезентативным потребителем соответствуют основным инвесторам с новыми предпочтениями и существует с декабря 2014 по август 2015. Это подтверждает выдвинутую ранее гипотезу о природе кризиса на фондовом рынке Китая.

5. Заключение

В работе исследуется период кризиса на фондовом рынке Китая летом 2015 года в рамках неоклассической модели с двумя репрезентативными потребителями. Поскольку универсальных эффективных численных алгоритмов для такого анализа на данный момент не существует ввиду NP-полноты ряда задач, связанных с проверкой согласованности торговой статистики с моделью нескольких репрезентативных потребителей, необходимо привлекать дополнительные модельные предположения и эвристики. В случае с кризисом на фондовом рынке Китая в качестве такого предположения выступает гипотеза о том, что поведение инвесторов в докризисном и послекризисном периодах описывается моделью с одним репрезентативным потребителем, но с разными функциями полезности, а в кризисный период адекватной моделью является модель взаимодействия двух репрезентативных потребителей.

Это предположение привело к разработке эффективного эвристического алгоритма, который сводится к последовательному решению нескольких задач минимизации выпуклой квадратичной целевой функции при линейных ограничениях, т.е. задач выпуклого квадратичного программирования. Для решения таких задач существуют эффективные численные методы.

Таким образом, привлекая дополнительные модельные предположения и эвристики удалось провести анализ кризиса, преодолев связанные с NP -полнотой сложностные ограничения универсальных алгоритмов.

Работа выполнена при поддержке РФФ, проект № 16-11-10246.

Литература

1. *Afriat S.* The theory of international comparison of real income and prices // International Comparisons of Prices and Output / ed. by J.D. Daly. New York: National Bureau of Economic Research, 1972. P. 11–84.
2. *Гребенников В.А., Шананин А.А.* Обобщённый непараметрический метод: закон спроса в задачах прогнозирования // Математическое моделирование. 2008. Т. 20, вып. 9. С. 34–50.
3. *Вратенков С.Д., Шананин А.А.* Анализ структуры потребительского спроса с помощью экономических индексов. М.: ВЦ РАН, 1991.
4. *Diewert W.E.* Afriat and revealed preference theory // The Review of Economic Studies. 1973. V. 40, N 3. P. 419–425.
5. *Клемашев Н.И., Шананин А.А.* Непараметрический метод анализа бюджетной статистики // Труды МФТИ. 2014. Т. 6, вып. 4. С. 49–56.
6. *Клемашев Н.И., Шананин А.А.* Оценка сложности проверки гипотезы о временном диктаторе с положительно-однородной функцией полезности // Труды МФТИ. 2015. Т. 7, вып. 4. С. 17–27.
7. *Houtman M.* Nonparametric consumer and producer analysis: Ph. D. thesis / M. Houtman ; University of Limburg. Maastricht, Netherlands, 1995.
8. *Поспелова Л.Я., Шананин А.А.* Показатели нерациональности потребительского поведения и обобщённый непараметрический метод // Математическое моделирование. 1998. Т. 10, вып. 4. С. 105–116.
9. *Klemashev N.I., Shaninin A.A., Zhang S.* Inverse problems in Pareto's demand theory and their applications to analysis of stock market crises // Journal of Inverse and Ill-Posed Problems. 2018. V. 26, N 1. P. 95–108.
10. *Nobibon F.T., Cherchye L., Crama Y., Demuyneck T., De Rock B., Spieksma F.C.R.* Revealed preference tests of collectively rational consumption behavior: Formulations and algorithms // Operations Research. 2016. V. 64, N 6. P. 1197–1216.
11. *Samuelson P.* The problem of integrability in utility theory // *Economica* (new series). 1950. V. 17, N 68. P. 355–385.
12. *Varian H.* Non-parametric tests of consumer behavior // *Review of Economic Studies*. 1983. V. 50, N 1. P. 99–110.
13. *Шананин А.А.* Об агрегации функций спроса // *Экономика и математические методы*. 1989. Т. 35, вып. 6. С. 1095–1105.
14. *Шананин А.А.* Непараметрические методы анализа структуры потребительского спроса // *Математическое моделирование*. 1993. Т. 5, вып. 9. С. 3–17.
15. *Шананин А.А.* Проблема интегрируемости и обобщённый непараметрический метод анализа потребительского спроса // *Труды МФТИ*. 2009. Т. 1, вып. 4. С. 84–98.

References

1. *Afriat S.* The theory of international comparison of real income and prices. International Comparisons of Prices and Output / ed. by J.D. Daly. New York: National Bureau of Economic Research, 1972. P. 11–84.
2. *Grebennikov V.A., Shaninin A.A.* Generalized nonparametric method: the law of demand in forecasting problems. *Matematicheskoe modelirovanie*. 2008. V. 20, N 9. P. 34–50. (in Russian).
3. *Vratenkov S.D., Shanain A.A.* Analysis of consumer demand structure with economic indices. M.: CCAS, 1991. (in Russian).
4. *Diewert W.E.* Afriat and revealed preference theory. *The Review of Economic Studies*. 1973. V. 40, N 3. P. 419–425.
5. *Klemashev N.I., Shaninin A.A.* Non-parametric analysis of budget statistics. *Proceedings of MIPT*. 2014. V. 6, N 4. P. 49–56. (in Russian).
6. *Klemashev N.I., Shaninin A.A.* Estimating the complexity of testing the hypothesis of temporal dictator with positively-homogeneous utility function. *Proceedings of MIPT*. 2015. V. 7, N 4. P. 17–27.
7. *Houtman M.* Nonparametric consumer and producer analysis: Ph. D. thesis / M. Houtman ; University of Limburg. Maastricht, Netherlands, 1995.
8. *Pospelova L.Ya., Shaninin A.A.* The value of nonrationality for consumer behavior and generalized nonparametric method. *Matematicheskoe modelirovanie*. 1998. V. 10, N 4. P. 105–116. (in Russian).
9. *Klemashev N.I., Shaninin A.A., Zhang S.* Inverse problems in Pareto's demand theory and their applications to analysis of stock market crises. *Journal of Inverse and Ill-Posed Problems*. — 2018. V. 26, N 1. P. 95–108.
10. *Nobibon F.T., Cherchye L., Crama Y., Demuyneck T., De Rock B., Spieksma F.C.R.* Revealed preference tests of collectively rational consumption behavior: Formulations and algorithms. *Operations Research*. 2016. V. 64, N 6. P. 1197–1216.
11. *Samuelson P.* The problem of integrability in utility theory. *Economica (new series)*. 1950. V. 17, N 68. P. 355–385.
12. *Varian H.* Non-parametric tests of consumer behavior. *Review of Economic Studies*. 1983. V. 50, N 1. P. 99–110.
13. *Shaninin A.A.* On aggregating of demand functions. *Ekonomika i matematicheskie metody*. 1989. V. 35, N 6. P. 1095–1105.
14. *Shaninin A.A.* Nonparametric methods for analysis of consumer demand structure. *Matematicheskoe modelirovanie*. 1993. V. 5, N 9. P. 3–17. (in Russian).
15. *Shaninin A.A.* Integrability problem and the generalized nonparametric method for the consumer demand analysis. *Proceedings of MIPT*. 2009. V. 1, N 4. P. 84–98.

Поступила в редакцию 07.05.2018