

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**и.о. директора физтех-школы  
физики и исследований им.  
Ландау**

**А.А. Воронов**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

|                            |   |
|----------------------------|---|
| <b>по дисциплине:</b>      | Топологические изоляторы  |
| <b>по направлению:</b>     | Прикладные математика и физика  |
| <b>профиль подготовки:</b> | Физика перспективных технологий: электроника и квантовые технологии<br>Физтех-школа Электроники, Фотоники и Молекулярной Физики<br>кафедра физики твердого тела |
| <b>курс:</b>               | 1   |
| <b>квалификация:</b>       | магистр   |

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 45 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Программу составил: Э.В. Девятов, д-р физ.-мат. наук, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры физики твердого тела 04.06.2020

## Аннотация

Предлагаемый курс лекций ориентирован на студентов-экспериментаторов и является введением в физику топологических изоляторов и полуметаллов. Изложение ограничено сравнительно простой техникой и требует только знания квантовой механики на уровне вторичного квантования. Тем не менее, объем курса достаточен для качественного понимания ряда актуальных проблем современной физики твердого тела.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

- формирование у студентов профессиональных компетенций, связанных с использованием современных представлений в области физики конденсированных сред,
- приобретение студентами навыков самостоятельной исследовательской работы,
- формирование подходов, основанных на полученных знаниях, позволяющих проводить научные исследования и анализировать полученные результаты,
- развитие умений, позволяющих развивать качественные и количественные физические модели электронных процессов в твердых телах.

#### Задачи дисциплины

- познакомить студентов с основными понятиями и идеями в этой области, с постановкой задач и подходами к их решениям. Предполагается, что прослушав этот курс, студенты смогут читать и понимать текущую научную периодику в этой области.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

| Код и наименование компетенции  | Индикаторы достижения компетенции  |
|---|--|
| ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук  | ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук                  |
| ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты | ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты |

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны знать:

фундаментальные понятия физики твердого тела: Квантовый эффект Холла, введение топологического инварианта, физический смысл, эффекты электрон-электронного взаимодействия, топологические изоляторы, топологическая защищённость транспорта – теория и эксперимент

уметь:

пользоваться полученными знаниями для решения экспериментальных и теоретических задач, делать качественные выводы при получении новых результатов исследований, производить оценки параметров и характеристик материалов.

владеть:

постановкой и моделированием физических задач по физике конденсированных сред; критической оценкой применимости используемых методов; методикой анализа результатов, получаемых в ходе научно-исследовательской работы.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

| №                     | Тема (раздел) дисциплины  | Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час. |          |                 |                |
|-----------------------|---|---|----------|-----------------|----------------|
|                       |   | Лекции  | Семинары | Лаборат. работы | Самост. работа |
| 1                     | Введение. Основные понятия квантовой механики. Низкоразмерные системы | 4   | 4        |                 | 6              |
| 2                     | Квантовый эффект Холла  | 4   | 4        |                 | 6              |
| 3                     | Уравнение Дирака  | 2   | 2        |                 | 6              |
| 4                     | Графен  | 6   | 6        |                 | 7              |
| 5                     | Двумерные топологические изоляторы                                    | 6   | 6        |                 | 7              |
| 6                     | Трёхмерные топологические изоляторы                                   | 6   | 6        |                 | 7              |
| 7                     | Вейлевские полуметаллы  | 2   | 2        |                 | 6              |
| Итого часов           |   | 30  | 30       |                 | 45             |
| Подготовка к экзамену |   | 30 час.   |          |                 |                |
| Общая трудоёмкость    |   | 135 час., 3 зач.ед.   |          |                 |                |

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

##### Семестр: 2 (Весенний)

##### 1. Введение. Основные понятия квантовой механики. Низкоразмерные системы

Введение. Основные понятия квантовой механики, требующиеся в дальнейшем. Представление о физике низкоразмерных систем, квантовые ямы, проволоки, точки. Экспериментальная реализация низкоразмерных систем.

##### 2. Квантовый эффект Холла

Целочисленный КЭХ: основные экспериментальные факты, квантование спектра электрона в магнитном поле.

Краевые состояния, краевой транспорт, формализм Бюттикера-Ландауэра.

Введение топологического инварианта, физический смысл.

Эффекты электрон-электронного взаимодействия.

##### 3. Уравнение Дирака

Представление об уравнении Дирака, дираковский спектр.

##### 4. Графен

Графен. Теоретические представления. Основные экспериментальные факты.

##### 5. Двумерные топологические изоляторы

Качественное введение в проблему – задача Волкова-Панкратова

Материалы, экспериментальная реализация двумерных топологических изоляторов.

Вейлевский спектр, краевые состояния, формализм Бюттикера-Ландауэра.

Z<sub>2</sub> топологический инвариант в двумерном случае, физический смысл.

Двумерные топологические изоляторы. Основные экспериментальные факты.

## 6. Трёхмерные топологические изоляторы

Материалы, экспериментальная реализация.

$Z_2$  топологические инварианты в трёхмерном случае.

Основные экспериментальные факты.

## 7. Вейлевские полуметаллы

Понятие о Вейлевских полуметаллах.

## 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, доска, медиапроектор, экран.

## 6. Перечень рекомендуемой литературы

### Основная литература

1. Спиновые эффекты в краевом транспорте для двумерных топологических изоляторов, А.А. Кононов и Э.В. Девятков, Письма в ЖЭТФ, том 104, вып. 11, стр. 831 (2016) - обзор
2. Topological transport in Dirac electronic systems: A concise review, Hua-Ding Song, Dian Sheng, An-Qi Wang, Jin-Guang Li, Da-Peng Yu, Zhi-Min Liao, Chin. Phys. B 26, 037301 (2017), arXiv:1701.04983
3. Topological Phases in Two-Dimensional Materials: A Brief Review, Yafei Ren, Zhenhua Qiao, Qian Niu, Rep. Prog. Phys. 79, 066501 (2016), arXiv:1509.09016
4. Краевые состояния в режимах целочисленного и дробного квантовых эффектов Холла, Э.В. Девятков, УФН, т.177, №2, стр. 207 (2007).

### Дополнительная литература

1. Современная квантовая теория [Текст]/Дж. Займан, пер. с англ. И. П. Звягина, А. Г. Миронова, -М., Мир, 1971
2. Теория квантовых жидкостей. Нормальные ферми-жидкости [Текст]/Д. Пайнс, Ф. Нозьер, The theory of quantum liquids, пер. с англ. Н. В. Волковой и Л. А. Фальковского, -М., Мир, 1967

## 7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

<http://issp3.issp.ac.ru/kafedra/>  
[arXiv.org](http://arXiv.org)

## 8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Презентация в формате PPT или PDF как при чтении лекций, так и для выступлений студентов на семинарах.

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Студент, изучающий дисциплину, должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике. В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения и понятия, уметь применять полученные знания для решения различных задач.

Успешное освоение курса требует:

– посещения всех занятий, предусмотренных учебным планом по дисциплине;

- ведения конспекта занятий;
- напряжённой самостоятельной работы студента.

Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала, подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения;
- решение задач, предлагаемых студентам на занятиях;
- подготовку к выполнению заданий текущей и промежуточной аттестации.

Показателем владения материалом служит умение без конспекта отвечать на вопросы по темам дисциплины.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов следует обращаться за консультациями к преподавателю.

Возможен промежуточный контроль знаний студентов в виде решения задач в соответствии с тематикой занятий.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

|   |   |
|---|---|
| <b>по направлению:</b>  | Прикладные математика и физика  |
| <b>профиль подготовки:</b>                                      | Физика перспективных технологий: электроника и квантовые технологии<br>Физтех-школа Электроники, Фотоники и Молекулярной Физики<br>кафедра физики твердого тела |
| <b>курс:</b>  | <u>1</u>  |
| <b>квалификация:</b>  | магистр   |
| Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Экзамен |   |
| <b>Разработчик:</b>   | Э.В. Девятов, д-р физ.-мат. наук, доцент  |

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

| Код и наименование компетенции  | Индикаторы достижения компетенции  |
|---|--|
| ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук  | ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук                  |
| ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты | ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты |

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Топологические изоляторы» обучающийся должен:

### знать:

фундаментальные понятия физики твердого тела: Квантовый эффект Холла, введение топологического инварианта, физический смысл, эффекты электрон-электронного взаимодействия, топологические изоляторы, топологическая защищённость транспорта – теория и эксперимент

### уметь:

пользоваться полученными знаниями для решения экспериментальных и теоретических задач, делать качественные выводы при получении новых результатов исследований, производить оценки параметров и характеристик материалов.

### владеть:

постановкой и моделированием физических задач по физике конденсированных сред; критической оценкой применимости используемых методов; методикой анализа результатов, получаемых в ходе научно-исследовательской работы.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Примеры задач контрольной работы 1:

Задача 1. Многие вопросы физики твёрдого тела рассматриваются в так называемом приближении невзаимодействующих электронов, когда учитывается лишь взаимодействие электрона с кристаллической решёткой как изменение эффективной массы электрона. В то же время очевидно, что существует кулоновское взаимодействие между любыми двумя электронами. Оценить концентрацию носителей для случая двумерного металла, при которой справедливо пренебрежение межэлектронным взаимодействием (для численной оценки взять параметры двумерного электронного газа в кремниевой МОП-структуре: эффективная масса носителя заряда 0.19 массы свободного электрона, диэлектрическую проницаемость принять равной 10).

Задача 2. Пусть имеется одномерный проводник, реализованный как сужение двумерной системы в GaAs (эффективная масса носителей  $m=0.067$  свободных электронных масс, диэлектрическая проницаемость 12.5, электронную плотность принять  $10^{12} \text{ см}^{-2}$ .) При ширине проводника 30 нм в нулевом магнитном поле наблюдается квантование одномерной проводимости, связанное с конечным числом заполненных уровней размерного квантования. Оценить, в каком магнитном поле, перпендикулярном оси проводника, этот эффект пропадёт.

Задача 3. Квантовый эффект Холла возникает в двумерной системе, в которой заполнено целое число уровней Ландау. При этом диссипативная (продольная,  $xx$ ) компонента тензора магнетосопротивления  $R_{xx}$  обращается в ноль, а Холловская (недиагональная,  $xy$ )  $R_{xy}$  принимает квантованное значение  $h/pe^2$ , где  $p=1,2,3,4...$  - фактор заполнения (число заполненных уровней Ландау). Определить концентрацию носителей заряда в образце, если в поле 10 Тл наблюдается плато в холловском сопротивлении со значением 12.9 КОм.

Примеры задач контрольной работы 2:

Задача 1. Определить сжимаемость трехмерного электронного газа в приближении Хартри-Фока.

Задача 2. Показать, что диссипативная проводимость идеальной двумерной электронной системы в квантующем магнитном поле равна нулю при любом факторе заполнения.

Задача 3. При учёте спина электрона каждый уровень Ландау дополнительно расщеплён по проекциям спина (зеемановское расщепление). В случае двумерного электронного газа в GaAs сравнить величины данных расщеплений в поле 10 Тл и определить условия, при которых эти расщепления сравниваются.  $g$ -фактор принять равным 0.44.

#### 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Перечень контрольных вопросов:

1. Целочисленный КЭХ: основные экспериментальные факты, квантование спектра электрона в магнитном поле.
2. Трёхмерные топологические изоляторы. Материалы, экспериментальная реализация
3. Квантовый эффект Холла. Введение топологического инварианта, физический смысл
4.  $Z_2$  топологический инвариант в двумерном случае, физический смысл.
5. Квантовый эффект Холла. Эффекты электрон-электронного взаимодействия
6. Двумерные топологические изоляторы. Топологическая защищённость транспорта – теория и эксперимент
7.  $Z_2$  топологические инварианты в трёхмерном случае.
8. Вейлевские полуметаллы

Примеры экзаменационных билетов устного экзамена:

Билет 1.

Вопрос 1. Целочисленный КЭХ: основные экспериментальные факты, квантование спектра электрона в магнитном поле.

Вопрос 2. Трёхмерные топологические изоляторы. Материалы, экспериментальная реализация

Билет 2.

Вопрос 1. Квантовый эффект Холла. Введение топологического инварианта, физический смысл

Вопрос 2.  $Z_2$  топологический инвариант в двумерном случае, физический смысл.

#### Критерии оценивания

Оценка отлично 10 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 9 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 8 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочётами.



Оценка хорошо 7 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка хорошо 6 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка хорошо 5 баллов - выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка удовлетворительно 4 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка удовлетворительно 3 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка неудовлетворительно 2 балла - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка неудовлетворительно 1 балл - выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Экзамен проводится в устной форме по билетам. В каждом билете представлено три теоретических вопроса. При проведении дифференцированного зачета обучающемуся предоставляется 30 минут на подготовку. Опрос обучающегося не должен превышать одного астрономического часа.