

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО
Проректор по учебной работе

А.А. Воронов

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Дополнительные главы уравнений математической физики
по направлению:	Информатика и вычислительная техника
профиль подготовки:	Математическое моделирование и компьютерные технологии Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра вычислительной физики
курс:	4
квалификация:	бакалавр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

7 (осенний) - Дифференцированный зачет

8 (весенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 90 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 60 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 90 час.

Всего часов: 180, всего зач. ед.: 4

Количество контрольных работ, заданий: 2

Программу составил: М.Е. Боговский, канд. физ.-мат. наук, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры вычислительной физики 27.03.2022

Аннотация

Данный курс направлен на формирование у слушателей знаний и навыков работы с понятиями дифференциальных уравнений, краевых и начально-краевых задач математической физики и их приложениями.

Курс включает в себя рассмотрение следующих тем: интеграл типа Коши, краевая задача Римана для односвязной области, сингулярные интегральные уравнения с ядром Коши, краевая задача Гильберта, сингулярное интегральное уравнение с ядром Гильберта, обратная краевая задача аналитических функций, теоремы существования и единственности Каратеодори, эквивалентные определения измеримых функций, обобщенные производные, классические и обобщенные решения краевых задач. После окончания курса студенты будут знать фундаментальные понятия, законы, математической физики, современные проблемы математической физики, понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла дополнительные главы уравнений математической физики, основные свойства соответствующих математических объектов, аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач математической физики.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

формирование у студентов знаний и навыков работы с понятиями дифференциальных уравнений, краевых и начально-краевых задач математической физики в приложении их к проблемам и задачам народного хозяйства.

Задачи дисциплины

- освоение студентами базовых знаний (понятий, концепций, методов и моделей) математической физики;
- приобретение теоретических знаний и практических умений и навыков в области математической физики;
- оказание консультаций и помощи студентам в проведении собственных теоретических исследований в области математической физики.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны знать:

- ☐ фундаментальные понятия, законы, математической физики;
- ☐ современные проблемы математической физики;
- ☐ понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла Дополнительные главы уравнений математической физики ;
- ☐ основные свойства соответствующих математических объектов;
- ☐ аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач математической физики.

уметь:

- ☐ понять поставленную задачу;
- ☐ использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач математической физики;
- ☐ оценивать корректность постановок задач;
- ☐ строго доказывать или опровергать утверждение;
- ☐ самостоятельно находить алгоритмы решения задач математической физики, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- ☐ самостоятельно находить следствия полученных результатов;
- ☐ точно представить математические знания в области математической физики в устной и письменной форме.

владеть:

- ☐ навыками освоения большого объема информации и решения задач математической физики (в том числе, сложных);
- ☐ навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- ☐ культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов математической физики;
- ☐ предметным языком дискретной математики и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Интеграл типа Коши.	3	6		9
2	Краевая задач Римана для односвязной области	3	6		9
3	Сингулярные интегральные уравнения с ядром Коши.	3	6		9
4	Краевая задача Гильберта.	3	6		9
5	Сингулярное интегральное уравнение с ядром Гильберта. Обратная краевая задача аналитических функций.	3	6		9
6	Теоремы существования и единственности Каратеодори	4	8		12
7	Эквивалентные определения измеримых функций.	4	8		12
8	Обобщенные производные.	4	8		12
9	Классические и обобщенные решения краевых задач.	3	6		9
Итого часов		30	60		90
Подготовка к экзамену		0 час.			

Общая трудоёмкость	180 час., 4 зач.ед.
--------------------	---------------------

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 7 (Осенний)

1. Интеграл типа Коши.

Интеграл типа Коши. Определение и свойства Интеграл в смысле главного значения. Формулы Сохоцкого.

2. Краевая задач Римана для односвязной области

Краевая задач Римана для односвязной области.

3. Сингулярные интегральные уравнения с ядром Коши.

Сингулярные интегральные уравнения с ядром Коши. Характеристическое уравнение. Регуляризация полного уравнения методом Карлемана-Векуа.

4. Краевая задача Гильберта.

Краевая задача Гильберта. Постановка задачи. Регуляризующий множитель. Задача Гильберта для односвязной области. Связь задач Римана и Гильберта.

5. Сингулярное интегральное уравнение с ядром Гильберта. Обратная краевая задача аналитических функций.

Сингулярное интегральное уравнение с ядром Гильберта. Связь характеристического уравнения с краевой задачей Гильберта. Однородное уравнение. Неоднородное уравнение. Обратная краевая задача аналитических функций.

Семестр: 8 (Весенний)

6. Теоремы существования и единственности Каратеодори

Теоремы существования и единственности Каратеодори для нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Обобщенные решения.

7. Эквивалентные определения измеримых функций.

Эквивалентные определения измеримых функций. Свойства интеграла Лебега. Функциональные пространства. Пространства Гельдера. Пространства интегрируемых по Лебегу функций.

8. Обобщенные производные.

Обобщенные производные. Три эквивалентных определения. Гильбертовы пространства обобщенно дифференцируемых функций. Плотные множества. Сепарабельность. Эквивалентные нормировки. След обобщенно-дифференцируемой функции на границе области определения.

9. Классические и обобщенные решения краевых задач.

Классические и обобщенные решения краевых задач. Существование и единственность обобщенного решения в простейшем случае. Гладкость обобщенных решений (внутренняя и вблизи границы). Теорема Вейля о разложении пространства квадратично суммируемых функций в прямую сумму.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная компьютером и мультимедийным оборудованием (проектор, звуковая система).

6. Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Уравнения математической физики [Текст] : учебник для вузов / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. — 2-е изд., стереотип. — М. : Физматлит, 2000, 2004, 2008. — 400 с.

Дополнительная литература

1. Курс вариационного исчисления [Текст] : учебник для ун-тов : доп. Всесоюзным комитетом по делам высшей школы при СНК СССР / Н. М. Гюнтер. — Л. ; М. : ОГИЗ : Гостехиздат, 1941. — 308 с.
2. Обыкновенные дифференциальные уравнения [Текст] : в 2 т. Т. 1 : [учеб. пособие для вузов] / Дж. Сансоне ; пер. с итал. Н. Я. Виленкина ; с предисл. В. В. Немыцкого. — М. : Изд-во иностр. лит., 1953. — 344 с.
3. Курс высшей математики [Текст]. Т. 1 : учеб. пособие для вузов / В. И. Смирнов. — 23-е изд., стереотип. — М. : Наука, 1974. — 479 с.
4. Дифференциальные уравнения в частных производных [Текст] : учеб. пособие для вузов / В. П. Михайлов. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Наука, 1983. — 424 с.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

<http://www.icad.org.ru>

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Студент, изучающий курс, должен, с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике.

В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения, понятия, аксиомы, методы доказательств.

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе), подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения, доказательство отдельных утверждений, свойств;
- выполнение заданий по курсу;
- подготовку к экзамену и дифференцированному зачету.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Информатика и вычислительная техника
профиль подготовки:	Математическое моделирование и компьютерные технологии Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра вычислительной физики
курс:	4
квалификация:	бакалавр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

7 (осенний) - Дифференцированный зачет

8 (весенний) - Дифференцированный зачет

Разработчик: М.Е. Боговский, канд. физ.-мат. наук, доцент

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Дополнительные главы уравнений математической физики» обучающийся должен:

знать:

- ☐ фундаментальные понятия, законы, математической физики;
- ☐ современные проблемы математической физики;
- ☐ понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла Дополнительные главы уравнений математической физики ;
- ☐ основные свойства соответствующих математических объектов;
- ☐ аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач математической физики.

уметь:

- ☐ понять поставленную задачу;
- ☐ использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач математической физики;
- ☐ оценивать корректность постановок задач;
- ☐ строго доказывать или опровергать утверждение;
- ☐ самостоятельно находить алгоритмы решения задач математической физики, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- ☐ самостоятельно находить следствия полученных результатов;
- ☐ точно представить математические знания в области математической физики в устной и письменной форме.

владеть:

- ☐ навыками освоения большого объема информации и решения задач математической физики (в том числе, сложных);
- ☐ навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- ☐ культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов математической физики;
- ☐ предметным языком дискретной математики и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

1) Перечень контрольных заданий в 7 семестре:

1. Сингулярное уравнение с ядром Коши.
2. Сингулярное уравнение с ядром Гильберта.
3. Разрешимость задачи Гильберта в зависимости от индекса.
4. Связь между задачами Римана и Гильберта.
5. Обратные задачи аналитических функций.

2) Перечень контрольных заданий в 8 семестре:

1. Теоремы существования и единственности Каратеодори для нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Обобщенные решения.
2. Эквивалентные определения измеримых функций. Свойства интеграла Лебега.
3. Функциональные пространства. Пространства Гельдера. Пространства интегрируемых по Лебегу функций.
4. Обобщенные производные. Три эквивалентных определения.
5. Гильбертовы пространства обобщенно дифференцируемых функций. Плотные множества. Сепарабельность. Эквивалентные нормировки
6. След обобщенно-дифференцируемой функции на границе области определения
7. Классические и обобщенные решения краевых задач. Существование и единственность обобщенного решения в простейшем случае.
8. Гладкость обобщенных решений (внутренняя и вблизи границы).
9. Теорема Вейля о разложении пространства квадратично суммируемых функций в прямую сумму.

Оценивание:

10 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

9 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

8 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.

7 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

6 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

5 баллов - выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

4 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

3 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

2 балла - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

1 балл - выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1) Перечень контрольных вопросов для сдачи дифференцированного зачета в 7 семестре:

1. Определение интеграла типа Коши. Основные свойства интеграла типа Коши.
2. Формулы Сохоцкого.
3. Определение задачи Римана. Индекс. Существование и единственность решения в зависимости от индекса.
4. Сингулярное уравнение с ядром Коши.
5. Определение задачи Гильберта.

2) Перечень контрольных вопросов для сдачи дифференцированного зачета в 8 семестре:

1. Определение интеграла типа Коши. Основные свойства интеграла типа Коши.
2. Формулы Сохоцкого.
3. Определение задачи Римана. Индекс. Существование и единственность решения в зависимости от индекса.
4. Сингулярное уравнение с ядром Коши.
5. Определение задачи Гильберта.
6. Сингулярное уравнение с ядром Коши.
7. Сингулярное уравнение с ядром Гильберта.
8. Разрешимость задачи Гильберта в зависимости от индекса.
9. Связь между задачами Римана и Гильберта.
10. Обратные задачи аналитических функций.

Критерии оценивания

Оценка отлично 10 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 9 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 8 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.

Оценка хорошо 7 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка хорошо 6 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка хорошо 5 баллов - выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка удовлетворительно 4 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка удовлетворительно 3 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка неудовлетворительно 2 балла - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка неудовлетворительно 1 балл - выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Во время проведения дифференцированного зачета обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, а также справочной литературой, вычислительной техникой, конспектами лекций.

Дифференцированный зачет может проводиться по итогам текущей успеваемости и сдачи заданий, или путем организации специального опроса, проводимого в устной форме.