

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО

**Директор физтех-школы
прикладной математики и
информатики**

А.М. Райгородский

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Теория алгоритмов и моделей вычислений
по направлению:	Информатика и вычислительная техника
профиль подготовки:	Математическое моделирование и компьютерные технологии Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра математических основ управления
курс:	2
квалификация:	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 3 (осенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 30 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Количество контрольных работ, заданий: 3

Программу составил: С.А. Шестаков, канд. физ.-мат. наук

Программа обсуждена на заседании кафедры математических основ управления 12.05.2023

Аннотация

Курс дает введение в общую теорию алгоритмов. Рассматриваются классические вычислительные устройства, представляющие собой абстракцию реальных вычислительных машин. Особое внимание уделяется конечным автоматам и их разновидностям, а также машинам Тьюринга и их разновидностям. Представлены классические результаты теории регулярных языков, доказательства результатов об алгоритмической неразрешимости и неперечислимости задач, связанных с логикой и поведением вычислительных устройств. Рассматриваются недетерминированные модели вычислений и вопросы распознавания языков на них. Важной темой является связь между формальными системами и перечислимостью.

В результате успешного освоения курса студенты получают базовые представления о теории алгоритмов и об устройстве абстрактных моделей вычислений. Эти знания и навыки будут востребованы в дальнейшем при изучении дисциплин, связанных с алгоритмами, логикой и теорией вычислительной сложности.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

Изучение основ теории алгоритмов и моделей вычислений.

Задачи дисциплины

- освоение студентами базовых знаний в области теории алгоритмов;
- приобретение практических умений и навыков в анализе разрешимости и перечислимости массовых алгоритмических задач;
- оказание консультаций и помощи студентам в изучении дополнительных разделов теории алгоритмов и моделей вычислений, необходимых для их собственных теоретических исследований в области теоретической информатики.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-2 Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при решении задач профессиональной деятельности, соблюдая требования информационной безопасности	ОПК-2.1 Способен применять современные вычислительную технику и сервисы сети Интернет в области (сфере) профессиональной деятельности
	ОПК-2.2 Знает и умеет применять численные математические методы и прикладное программное обеспечение для решения научных задач в профессиональной области
	ОПК-2.3 Знает основные требования информационной безопасности
ОПК-3 Способен составлять и оформлять научные и (или) технические (технологические, инновационные) отчеты (публикации, проекты)	ОПК-3.1 Знает основные правила оформления научных публикаций и научно-технической документации, в том числе с использованием прикладного программного обеспечения
	ОПК-3.2 Владеет на практике методологией составления научно-технических отчетов (проектов)
	ОПК-3.3 Владеет методами визуального и графического представления результатов научной (научно-технической, инновационной технологической) деятельности в виде отчетов, научных публикаций
ОПК-5 Способен участвовать в проведении фундаментальных и прикладных исследований и разработок, самостоятельно осваивать новые теоретические, в том числе, математические методы исследований и	ОПК-5.1 Способен решать поставленные задачи в области теоретических и экспериментальных исследований и разработок
	ОПК-5.2 Обладает способностью к освоению новых знаний на основе изучения литературы, научных статей и других источников

работать на современной экспериментальной научно-исследовательской, измерительно-аналитической и технологической аппаратуре)	ОПК-5.3 Способен к профессиональной эксплуатации современной экспериментальной научно-исследовательской (измерительно-аналитической и технологической) аппаратуры
--	---

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- основные понятия, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть данной дисциплины;
- основные свойства регулярных языков и автоматов, их распознающих;
- основные примеры процедурных универсальных моделей вычисления: машины Тьюринга (одноленточные и многоленточные), машины Минского, машины с произвольным доступом к памяти;
- подходы и методы для решения типовых задач теории алгоритмов.

уметь:

- использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач об алгоритмах и моделях вычислений;
- оценивать корректность постановок задач;
- строго доказывать или опровергать утверждение;
- самостоятельно находить способы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
- точно представить математические знания в области алгоритмов и моделей вычислений в устной и письменной форме.

владеть:

- навыками освоения большого объема информации и решения задач по тематике теории алгоритмов и моделей вычислений (в том числе, сложных);
- навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов теории алгоритмов и моделей вычислений;
- навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Формальный язык, операции с формальными языками.	2	2		2
2	Регулярные языки и регулярные выражения.	2	2		2
3	Детерминированный конечный автомат (ДКА). Недетерминированный конечный автомат (НКА).	2	2		2
4	Эквивалентность описаний регулярных языков различными формализмами.	4	4		4

5	Лемма о накачке, разделяющие суффиксы, теорема Майхилла--Нероуда.	2	2		2
6	Машина Тьюринга (МТ), вариации определения. Универсальная МТ, способы кодировки МТ. Вычисление на МТ. Недетерминированные машины Тьюринга (НМТ).	4	4		4
7	Разрешимые, перечислимые и коперечислимые языки. Их свойства. Перечислимые языки (множества) как проекции разрешимых.	4	4		4
8	Теорема Райса о неразрешимости свойств разрешимых языков. m-сводимость.	2	2		2
9	Арифметическая иерархия и вычисления с оракулом.	2	2		2
10	Связь конечных автоматов и машин Тьюринга. Двусторонние конечные автоматы.	2	2		2
11	Регистровая машина, машина Минского и RAM как модели вычислений.	2	2		2
12	Вычислимые функции. Прimitивно рекурсивные функции. Оператор минимизации, частично рекурсивная функция.	2	2		2
Итого часов		30	30		30
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		90 час., 2 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 3 (Осенний)

1. Формальный язык, операции с формальными языками.

Основные понятия формального языка, операции со словами и языками, объединение, конкатенация.

2. Регулярные языки и регулярные выражения.

Алгебра Клини, операция итерации, построение регулярных выражений. Замкнутость класса регулярных языков относительно стандартных операций.

3. Детерминированный конечный автомат (ДКА). Недетерминированный конечный автомат (НКА).

Понятие о вычислении на недетерминированной модели вычислений. Распознавание языков на ДКА и НКА, асимметрия определений. Эпсилон-переходы.

4. Эквивалентность описаний регулярных языков различными формализмами.

Алгоритм построения ДКА по НКА, его корректность и сложность. Построение НКА по регулярному выражению: алгоритм Томпсона. Построение регулярного выражения по НКА: алгоритм последовательного удаления состояний.

5. Лемма о накачке, разделяющие суффиксы, теорема Майхилла--Нероуда.

Структурные свойства регулярных языков, необходимость леммы о накачке, её недостаточность. Классы эквивалентности по Майхиллу –Нероуду, связь с разделяющими суффиксами и разделимыми множествами. Построение минимального ДКА, распознающего данный регулярный язык.

6. Машина Тьюринга (МТ), вариации определения. Универсальная МТ, способы кодировки МТ. Вычисление на МТ. Недетерминированные машины Тьюринга (НМТ).

Понятие о машине Тьюринга и вычислении на ней. Конфигурация МТ, шаг работы, вход и результат работы МТ. Вариации определения: односторонняя и двусторонняя лента, многоленточная машина. Понятие об универсальном вычислении, тезис Тьюринга, универсальная машина Тьюринга, принцип её работы и построения. Недетерминированные машины Тьюринга (НМТ). Распознавание языка на детерминированной и недетерминированной машине, эквивалентность вычислительных возможностей с ДМТ, асимметрия определений. Моделирование одной модели вычисления на другой.

7. Разрешимые, перечислимые и коперечислимые языки. Их свойства. Перечислимые языки (множества) как проекции разрешимых.

Нумерация машин Тьюринга (МТ). Диагональный метод. Общее понятие разрешимости и перечислимости, ко- свойства. Неразрешимость проблемы останова и проблемы самоприменимости. Эквивалентные определения перечислимых языков как полуразрешимых и проекции разрешимых.

8. Теорема Райса о неразрешимости свойств разрешимых языков. m- сводимость.

Теорема Райса для свойств разрешимых языков. Аналог этой теоремы для свойств перечислимых языков. m- сводимость, её свойства и применение для доказательства неразрешимости и неперечислимости языков. Полнота языка в классе относительно m-сводимости.

9. Арифметическая иерархия и вычисления с оракулом.

Понятие о вычислении с оракулом, оракул для проблемы останова и класс языков, разрешимых МТ с таким оракулом. Понятие об арифметической иерархии языков, примеры полных языков на высших ступенях иерархии.

10. Связь конечных автоматов и машин Тьюринга. Двусторонние конечные автоматы.

Двусторонние конечные автоматы, распознавание ими регулярных языков. Ограничения на МТ, теорема Хэни о ДМТ, распознающих языки за линейное время.

11. Регистровая машина, машина Минского и RAM как модели вычислений.

Понятие о процедурной модели вычислений. Машины Минского. Машины с произвольным доступом к памяти.

12. Вычислимые функции. Прimitивно рекурсивные функции. Оператор минимизации, частично рекурсивная функция.

Понятие о вычислимой функции на множестве натуральных чисел, примитивная рекурсия, примеры вычислимых и всюду определённых, но не примитивно рекурсивных функций. Оператор минимизации, частично рекурсивная функция, тезис Чёрча.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная мультимедиапроектором и экраном.

6.Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Дискретный анализ. Формальные системы и алгоритмы [Текст] : учеб. пособие для вузов / Ю. И. Журавлев, Ю. А. Флор, М. Н. Вялый .— М. : Контакт Плюс, 2010 .— 336 с.
2. Введение в теорию автоматов, языков и вычислений [Текст] /Д. Хопкрофт, Р. Мотвани, Д. Ульман ; пер. с англ. О. И. Васылык [и др.], [учеб. пособие для вузов]. -М, Вильямс, 2018
3. Вычислимые функции [Текст] : лекции по мат. логике и теории алгоритмов / Н. К. Верещагин, А. Шень .— 3-е изд., стереотип. — М. : МЦНМО, 2008 .— 192 с.

Дополнительная литература

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

<http://www.mou.mipt.ru>

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Студент, изучающий курс "Прикладная математика: искусство и ремесло вычислений", должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике.

В результате изучения дисциплины студент должен знать основные понятия, аксиомы, методы доказательств, подходы и методы разработки мат. моделей, а также способы численного поиска решений.

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе), подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения, доказательство отдельных утверждений, свойств;
- программирование;
- численное решение полученных дифференциальных уравнений;
- подготовку к итоговой аттестации.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций.

Показателем владения материалом служит умение решать задачи. Для формирования умения применять теоретические знания на практике студенту необходимо решать как можно больше задач. При решении задач каждое действие необходимо аргументировать, ссылаясь на известные теоретические сведения.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к лектору или преподавателю, ведущему практические занятия.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Информатика и вычислительная техника
профиль подготовки:	Математическое моделирование и компьютерные технологии Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра математических основ управления
курс:	2
квалификация:	бакалавр
Семестр, формы промежуточной аттестации: 3 (осенний) - Дифференцированный зачет	
Разработчик:	С.А. Шестаков, канд. физ.-мат. наук

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-2 Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при решении задач профессиональной деятельности, соблюдая требования информационной безопасности	ОПК-2.1 Способен применять современные вычислительную технику и сервисы сети Интернет в области (сфере) профессиональной деятельности
	ОПК-2.2 Знает и умеет применять численные математические методы и прикладное программное обеспечение для решения научных задач в профессиональной области
	ОПК-2.3 Знает основные требования информационной безопасности
ОПК-3 Способен составлять и оформлять научные и (или) технические (технологические, инновационные) отчеты (публикации, проекты)	ОПК-3.1 Знает основные правила оформления научных публикаций и научно-технической документации, в том числе с использованием прикладного программного обеспечения
	ОПК-3.2 Владеет на практике методологией составления научно-технических отчетов (проектов)
	ОПК-3.3 Владеет методами визуального и графического представления результатов научной (научно-технической, инновационной технологической) деятельности в виде отчетов, научных публикаций
ОПК-5 Способен участвовать в проведении фундаментальных и прикладных исследований и разработок, самостоятельно осваивать новые теоретические, в том числе, математические методы исследований и работать на современной экспериментальной научно-исследовательской, измерительно-аналитической и технологической аппаратуре)	ОПК-5.1 Способен решать поставленные задачи в области теоретических и экспериментальных исследований и разработок
	ОПК-5.2 Обладает способностью к освоению новых знаний на основе изучения литературы, научных статей и других источников
	ОПК-5.3 Способен к профессиональной эксплуатации современной экспериментальной научно-исследовательской (измерительно-аналитической и технологической) аппаратуры

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Теория алгоритмов и моделей вычислений» обучающийся должен:

знать:

- основные понятия, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть данной дисциплины;
- основные свойства регулярных языков и автоматов, их распознающих;
- основные примеры процедурных универсальных моделей вычисления: машины Тьюринга (одноленточные и многоленточные), машины Минского, машины с произвольным доступом к памяти;
- подходы и методы для решения типовых задач теории алгоритмов.

уметь:

- использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач об алгоритмах и моделях вычислений;
- оценивать корректность постановок задач;
- строго доказывать или опровергать утверждение;
- самостоятельно находить способы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
- точно представить математические знания в области алгоритмов и моделей вычислений в устной и письменной форме.

владеть:

- навыками освоения большого объема информации и решения задач по тематике теории алгоритмов и моделей вычислений (в том числе, сложных);
- навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов теории алгоритмов и моделей вычислений;
- навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

1. Опишите все языки Σ^* , для которых Σ^* конечный язык.
2. Напишите регулярные выражения для языка всех слов Σ^* в алфавите Σ таких, что в каждом префиксе Σ^* число единиц и число нулей отличаются не более чем на один.
3. Построить ДКА, принимающий язык Σ^* , состоящий из всех слов в алфавите Σ , которые содержат чётное число нулей и нечётное число единиц. Написать регулярное выражение, описывающее этот язык, и регулярное выражение, описывающее дополнение этого языка.
4. Постройте НКА, принимающий язык Σ^* , состоящий из слов в алфавите Σ , у которых третий от конца символ равен 0. Затем постройте эквивалентный ДКА.
5. Опишите классы эквивалентности Майхилла–Нероуда для языка палиндромов над алфавитом Σ .
6. Докажите, что существует машина Тьюринга, которая удваивает входное слово (если на вход подано слово w , то после остановки машины на ленте записано слово ww). Оцените время работы такой машины в зависимости от длины входного слова.
7. Исследуйте на разрешимость, перечислимость и коперечислимость язык описаний таких машин Тьюринга, что при работе на пустом входе их конфигурации не содержат пустого символа.
8. Исследуйте на разрешимость, перечислимость и коперечислимость язык описаний таких машин Тьюринга, которые останавливаются, получив на вход своё собственное описание.
9. Функция f , определенная на множестве натуральных чисел и принимающая натуральные значения, не возрастает. Верно ли, что f вычислима на машине Тьюринга?
10. Постройте алгоритм в модели RAM, который решает задачу удвоения за время $O(n)$ где n – длина входного слова. (Для модели RAM подразумевается равномерный весовой критерий, при котором каждая RAM-команда выполняется за единицу времени, а каждый регистр занимает единицу памяти.)

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Понятие формального языка, объединение, конкатенация и итерация языков.
2. Регулярные языки и регулярные выражения.
3. Детерминированный конечный автомат (ДКА). Недетерминированный конечный автомат (НКА).
4. Распознавание языка на НКА, ϵ -переходы и ϵ -замыкание.
5. Теорема об эквивалентности различных формализаций регулярных языков.
6. Лемма о накачке.
7. Разделяющие суффиксы, теорема Майхилла—Нероуда и минимизация ДКА.
8. Машина Тьюринга (МТ), её конфигурация и принцип работы. Универсальная МТ.
9. Недетерминированная МТ, распознавание языка на детерминированной и недетерминированной машине, эквивалентность вычислительных возможностей с ДМТ.
10. Разрешимые, перечислимые и коперечислимые языки. Их свойства. Перечислимые языки (множества) как проекции разрешимых.
11. Неразрешимость проблемы остановки и проблемы самоприменимости. Эквивалентные определения перечислимых языков как полурешимых и проекции разрешимых.
12. Теорема Райса о неразрешимости свойств разрешимых языков.
13. m -сводимость. Полнота языка в классе относительно m -сводимости.

14. Арифметическая иерархия и вычисления с оракулом.
15. Регистровая машина, машина Минского и RAM как модели вычислений.
16. Вычислимые функции. Прimitивно рекурсивные функции. Оператор минимизации, частично рекурсивная функция.

Критерии оценивания

- оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал, и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет фрагментарно основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач;
- оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется студенту, который не знает формулировок основных понятий дисциплины.

БРС по курсу «Прикладная математика: искусство и ремесло вычислений»

В течение семестра предполагается постоянное выполнение студентами домашних заданий, проведение двух контрольных работ и получение студентом двух оценок:

- Оценка за контрольные работы, O1, как среднее арифметическое всех оценок за контрольные;
- Оценка за выполнение домашних заданий, O2, ставится преподавателем по результатам работы в семестре по правилам, определяемым преподавателем.

В конце семестра проводится итоговый опрос по знанию студентами основных теоретических положений курса и владению умениями численно решать задачи. Оценка по результатам итогового опроса – O3.

Все оценки O1, O2, O3 ставятся по десятибалльной шкале.

Финальная оценка студента за семестр, OF, определяется по формуле:

$$OF = 0,2 \times O1 + 0,3 \times O2 + 0,5 \times O3.$$

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Во время проведения дифференцированного зачета обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, а также справочной литературой, вычислительной техникой, конспектами лекций.

Дифференцированный зачет проводится путем организации специального опроса, проводимого в устной форме.