

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**  
**Проректор по учебной работе**

**А.А. Воронов**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Вычислительная математика
<b>по направлению:</b>	Информатика и вычислительная техника
<b>профиль подготовки:</b>	Математическое моделирование и компьютерные технологии Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра вычислительной физики
<b>курс:</b>	3
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 5 (осенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 0 час.

лабораторные занятия: 30 час.

Самостоятельная работа: 75 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Количество контрольных работ, заданий: 4

Программу составил: И.Б. Петров, д-р физ.-мат. наук, профессор, профессор

Программа обсуждена на заседании кафедры вычислительной физики 28.05.2023

## Аннотация

В программу данного курса включены основные разделы вычислительной математики: теория погрешностей, теория аппроксимации функций, введение в методы машинного обучения, численные методы решения линейных и нелинейных систем уравнений, численное интегрирование, численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных.

В ходе изучения курса студент будет иметь следующие компетенции:

- знания основных вычислительных методов, применяемых для аппроксимации функций, решения линейных и нелинейных систем уравнений, дифференциальных уравнений (обыкновенных и в частных производных), численного интегрирования;
- умение применять численные методы для решения конкретных вычислительных задач;
- умение исследовать вычислительные методы на сходимость, аппроксимацию, устойчивость;
- умение строить вычислительные алгоритмы для решения конкретных задач с помощью компьютера;
- умение решать корректно поставленные задачи с помощью компьютера;
- умение анализировать полученные численные решения;
- умение работать с онлайн и интернет учебными ресурсами.

Все указанные компетенции реализуются и проверяются в ходе учебного процесса с использованием лекций, семинаров, лабораторных работ, заданий, контрольных работ, зачетов, онлайн ресурсов.

## 1. Цели и задачи

### Цель дисциплины

Сформировать у студентов систематическое представление о:

- 1) методах приближенного решения наиболее распространенных базовых типов математических задач;
- 2) источниках погрешностей и методах их оценки;
- 3) методах решения актуальных прикладных задач.

### Задачи дисциплины

- 1) Освоение материала охватывающего основные задачи и методы вычислительной математики.
- 2) Формирование целостного представления о численных методах решения современных научных прикладных задач.

## 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки

## 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

Область применения, теоретические основы, основные принципы, особенности и современные тенденции развития методов вычислительной математики.

уметь:

Применять методы численного анализа для приближенного решения задач в области своей научно-исследовательской работы.

владеть:

Программными средствами разработки вычислительных алгоритмов и программ, способами их отладки, тестирования и практической проверки соответствия реализованного алгоритма теоретическим оценкам.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Методы численного решения уравнений и систем нелинейных уравнений	4		4	9
2	Предмет вычислительной математики	4		2	2
3	Приближение функций, заданных на дискретном множестве	4		4	10
4	Решение систем линейных алгебраических уравнений	6		4	10
5	Численное дифференцирование	4		4	10
6	Численное интегрирование	2		4	10
7	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)	4		6	12
8	Анализ сигналов	2		2	12
Итого часов		30		30	75
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		135 час., 3 зач.ед.			

##### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 5 (Осенний)

###### 1. Методы численного решения уравнений и систем нелинейных уравнений

Локализация корней. Принцип сжимающих отображений. Метод простых итераций.

Условие сходимости метода простых итераций. Метод Ньютона.

Порядок сходимости и условия достижения заданной точности итерационных методов.

\*Теорема о квадратичной сходимости метода Ньютона. \*Модифицированный метод Ньютона.

###### 2. Предмет вычислительной математики

Примеры актуальных физических задач, при решении которых применяются численные методы: проблемы управляемого, инерциального термоядерного синтеза; задачи возникновения и развития гидродинамических неустойчивостей, переход к турбулентным течениям; взаимодействие лазерного излучения с веществом; задачи высокоскоростного удара образцов с возмущёнными поверхностями. Специфика машинных вычислений. Элементарная теория погрешностей.

### 3. Приближение функций, заданных на дискретном множестве

Задача алгебраической интерполяции. Существование и единственность алгебраического интерполяционного полинома.

Интерполяционный полином в форме Лагранжа и в форме Ньютона. Остаточный член интерполяции.

Интерполяция по чебышёвским узлам. Оценка погрешности интерполяции для функций, заданных с ошибками.

Кусочно-многочленная интерполяция. Интерполяция сплайнами. \*Локальные сплайны.

\*Сплайны с финитным носителем (В-сплайны). \*Тригонометрическая интерполяция.

### 4. Решение систем линейных алгебраических уравнений

Нормы в конечномерных пространствах. Обусловленность системы линейных алгебраических уравнений.

Прямые методы решения: метод Гаусса, метод Гаусса с выбором главного элемента, метод прогонки для систем специального вида.

Итерационные методы решения линейных систем. Метод простых итераций.

Необходимое, достаточное условия сходимости метода простых итераций. Метод Зейделя.

\*Каноническая форма записи двухслойного итерационного метода.

\*Чебышёвские итерационные методы. \*Метод сопряженных градиентов.

\*Проблема поиска собственных значений матрицы. \*Степенной метод.

\*Метод вращений для поиска собственных значений самосопряженной матрицы.

Переопределенные системы линейных алгебраических уравнений.

### 5. Численное дифференцирование

Простейшие формулы численного дифференцирования. Оценка погрешности.

### 6. Численное интегрирование

Квадратурные формулы Ньютона–Котеса (прямоугольников, трапеций, Симпсона) и оценка их погрешности. Квадратурные формулы Гаусса.

Методы вычисления несобственных интегралов.

### 7. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)

Аппроксимация, устойчивость, сходимость. Теорема о связи аппроксимации, устойчивости, сходимости.

Простейшие численные методы решения задачи Коши для ОДУ. Методы Рунге–Кутты для ОДУ. Оценки погрешности и управление длиной шага при численном интегрировании систем ОДУ. Линейные многшаговые методы (типа Адамса) решения ОДУ.

### 8. Анализ сигналов

Основные вычислительные методы анализа сигналов. Вейвлеты.

## 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная персональными компьютерами, мультимедиапроектором и экраном.

## **6.Перечень рекомендуемой литературы**

### Основная литература

1. Вычислительная математика для физиков, Электронная версия печатной публикации / И. Б. Петров. — Москва, Физматлит, 2021
2. Вычислительная математика / А. И. Лобанов, И. Б. Петров, Москва, Физматкнига, 2021

### Дополнительная литература

## **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

[http://mipt.ru/education/chair/computational\\_mathematics/study/materials/compmath/](http://mipt.ru/education/chair/computational_mathematics/study/materials/compmath/)

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Компиляторы и среды разработки C++, JAVA, PYTHON

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Студент, изучающий курс должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике.

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса отведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы,
- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе), подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения, доказательство отдельных утверждений, свойств;
- решение задач, предлагаемых студентам на практических занятиях и в качестве курсового задания,
- подготовку к практическим занятиям и зачетам.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций.

Показателем владения материалом служит умение решать теоретические и практические задачи. Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания, ощутить взаимосвязь между темами курса.

При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к лектору или преподавателю, ведущему практические занятия.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

<b>по направлению:</b>	Информатика и вычислительная техника
<b>профиль подготовки:</b>	Математическое моделирование и компьютерные технологии Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра вычислительной физики
<b>курс:</b>	3
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 5 (осенний) - Дифференцированный зачет

**Разработчик:** И.Б. Петров, д-р физ.-мат. наук, профессор, профессор

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Вычислительная математика» обучающийся должен:

### знать:

Область применения, теоретические основы, основные принципы, особенности и современные тенденции развития методов вычислительной математики.

### уметь:

Применять методы численного анализа для приближенного решения задач в области своей научно-исследовательской работы.

### владеть:

Программными средствами разработки вычислительных алгоритмов и программ, способами их отладки, тестирования и практической проверки соответствия реализованного алгоритма теоретическим оценкам.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

см. файл

## 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

см. файл

Критерии оценивания

см. файл

## 5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

см. файл

### **3. Перечень типовых контрольных заданий, используемых для оценки знаний, умений, навыков**

Промежуточная аттестация по дисциплине «Вычислительная математика» осуществляется в форме **дифференцированного зачета**. Дифференцированный зачет проводится по итогам текущей успеваемости, выявляемой при написании полусеместровой и семестровой контрольных работ, а также при сдаче заданий, лабораторных и других видов работ, предусмотренных программой дисциплины и путем организации специального опроса, проводимого в устной форме.

#### **Перечень контрольных вопросов:**

- 1) Отличие вычислительной математики от других наук математического цикла. Ошибка входных данных, ошибка метода, ошибка округления. Машинное представление чисел.
- 2) Вычисление значений функции, влияние ошибок округления и устойчивость такого вычисления.
- 3) Методы вычисления производных функции. Оптимальный шаг численного дифференцирования.
- 4) Согласованные и подчиненные нормы матриц. Три основные нормы матриц, подчиненные трем основным векторным нормам. Доказать подчиненность соответствующей матричной нормы в случае выбора кубической нормы вектора. Пример нормы матриц, не являющейся подчиненной.
- 5) Теорема о возмущении решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) при возмущении правых частей и коэффициентов системы (с доказательством).
- 6) Методы решения СЛАУ. Прямые методы. Понятие экономичности метода. Метод Гаусса и его эквивалентность LU разложению матрицы.
- 7) Методы решения СЛАУ. Простейшие итерационные методы: Якоби, Зейделя, простой итерации. Теорема о достаточном условии сходимости метода простой итерации в широком смысле (с доказательством). Теорема о необходимом и достаточном условии сходимости метода простой итерации с параметром.
- 8) Теоремы о необходимом и достаточном условии сходимости методов Якоби и Гаусса–Зейделя итерационного решения СЛАУ. Метод последовательной верхней релаксации.
- 9) Итерационные методы решения СЛАУ вариационного типа. Определение итерационного параметра в методе наискорейшего спуска и в методе минимальных невязок.
- 10) Методы решения спектральных задач линейной алгебры. Степенной метод. Метод вращений. Метод обратной итерации.
- 11) Метод наименьших квадратов. Его приложение к задаче неточной интерполяции функции.
- 12) Метод наименьших квадратов. Его приложение к решению переопределенных СЛАУ.
- 13) Методы численного решения нелинейных уравнений. Метод простой итерации и условие его сходимости. Теорема о неподвижной точке.
- 14) Методы численного решения нелинейных уравнений. Квадратичная сходимость метода Ньютона для простых корней.
- 15) Методы численного решения систем нелинейных уравнений. Метод простой итерации и метод Ньютона. Условие сходимости метода простой итерации для систем нелинейных уравнений.
- 16) Методы численного нахождения экстремума функции: метод перебора, метод дихотомии, метод золотого сечения, метод парабол, метод Брентта. Экстремум функции многих переменных.
- 17) Разделенная разность  $n$ -го порядка. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа и Ньютона. Теорема об эквивалентности интерполяционных многочленов в этих двух формах.



- 18) Теорема о погрешности алгебраической интерполяции. Оптимальное расположение узлов интерполяции.
- 19) Обусловленность интерполяции. Константа Лебега. Оценка константы Лебега при равномерном расположении узлов и в нулях многочлена Чебышева.
- 20) Постановка задачи построения сплайна. Узлы интерполяции, узлы сплайна. Свободный кубический сплайн дефекта 1. Определение и способ нахождения коэффициентов для свободного сплайна. Необходимость дополнительных «краевых» условий.
- 21) Численное интегрирование. Формулы Ньютона–Котеса интерполяционного типа 1-го, 2-го и 4-го порядков аппроксимации для интегрирования функций, заданных таблично. Объяснить, почему формула прямоугольников со средней точкой и формула Симпсона имеют точность на единицу выше, чем это следует из интегрирования ошибки интерполяции.
- 22) Численное интегрирование. Квадратурные формулы Гаусса. Теорема о весах и узлах квадратурных формул Гаусса при интегрировании на отрезке  $[-1,1]$ .
- 23) Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Основные понятия: сходимость, аппроксимация, устойчивость. Связь между ними. Простейшие методы численного решения ОДУ.

Примеры контрольных заданий:

### 1. Типовой вариант полусеместровой контрольной работы

**КВ (2)** Согласованные и подчиненные нормы матриц. Три основные нормы матриц, подчиненные трем основным векторным. Доказать подчиненность матричной нормы в случае выбора кубической нормы вектора. Пример нормы матриц, не являющейся подчиненной.

1. (3) Оценить погрешность в определении корней уравнения  $ay^3 + by^2 + cy + d = 0$ , если величины

$$a = 1, b = -3, c = 1, d = -3 \text{ заданы с точностью } \Delta(a) = \Delta(b) = \Delta(c) = \Delta(d) = 10^{-3}.$$

2. Для вычисления первой производной функции  $f(x)$  в точке  $x+h$  используется формула

$$(f(x + 2h) - f(x - 2h)) / 4h.$$

- 1) (3) Каков порядок аппроксимации этой формулы?
  - 2) (3) Найти оптимальный шаг дифференцирования по этой формуле в произвольной точке  $x+h$  для четырежды дифференцируемой функции.
  - 3) (2) Оценить его численное значение для функции  $f(x)=\cos(x+\pi/4)$  в случае использования арифметики одинарной и двойной точности.
3. Для системы линейных алгебраических уравнений  $Ax = f$ ,  $A = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$ ,  $f = \begin{pmatrix} 4 \\ -11 \end{pmatrix}$
- 1) (3) вычислить число обусловленности системы в нормах, подчиненных кубической, октаэдрической и евклидовой норме вектора.
  - 2) Привести вычислительные формулы и выполнить три итерации методов Якоби (2), Зейделя (2) и верхней релаксации (3), выбрав итерационный параметр, близкий к оптимальному (2). За начальное приближение взять вектор  $x = (0, 0)^T$ .
  - 3) \*(3) Провести три шага вычислений для определения максимального по модулю собственного значения матрицы системы степенным методом, взяв в качестве начального приближения вектор  $x = (1, 0)^T$ .
4. Для СЛАУ  $Ax = f$ ,  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $f = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$
- 1) (3) построить сходящийся метод простых итераций. Указать область параметров, при которых МПИ сходится.
  - 2) (2) оценить оптимальное значение итерационного параметра  $\tau_{opt}$ .
  - 3) (2) оценить количество итераций МПИ, необходимое для достижения точности  $10^{-3}$ , если в качестве начального приближения выбран вектор  $x = (0, 0)^T$ .
5. (3) Методом наименьших квадратов решить переопределенную систему уравнений
- $$\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + y = 2 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$$
6. Для функции  $y = f(x)$ , заданной таблично, методом наименьших квадратов найти линейное приближение  $y = ax + b$  (2). Нарисовать полученное решение и исходные данные в декартовой плоскости (1). \*Вычислить сумму квадратов ошибок  $\Phi$  (2).

$i$	0	1	2	3	4	5
$x$	0	1	2	3	4	5
$y=f(x)$	-4	0	-2	1	2	0

7. \* Доказать, что для вектора  $x = (x_1, x_2)$  и  $h > 0$  выражение  $\|x\|_h = \max(|x_1|, |x_2 - x_1|/h)$  является нормой (4). Найти матричную норму, подчиненную этой векторной норме (6).
8. (4) Доказать, что для матриц размерности  $2 \times 2$  методы Якоби и Зейделя сходятся и расходятся одновременно.

### Типовой вариант семестровой контрольной работы

**КВ:** (6) Доказать теорему о погрешности алгебраической интерполяции. Оптимальное расположение узлов интерполяции.

1. (6) Доказать, что константа Лебега не зависит от длины интервала, а зависит только от взаимного расположения точек на отрезке, т.е. что она не изменяется при любом линейном преобразовании  $t = kx + c$  самого отрезка и точек интерполяции на нем.

2. а) (5) Для функции, заданной таблично, приближенно восстановите ее значение в точке  $x^* = 1.5$  по значению интерполяционного многочлена наивысшей степени. Оцените погрешность в предположении, что  $f(x) \in C^\infty$ . Значения функции в узлах заданы точно.

$x$	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	1	0	0	1	1	0

- б) (3) Пользуясь этим же интерполяционным многочленом, определить максимально точно значение пятой производной  $f(x)$  в узловой точке  $x = 1$ .

3. а) (6) Вычислить значение определенного интеграла  $\int_0^2 x^{3/2} \operatorname{ctg} x dx$  по заданным значениям подынтегральной функции методом трапеций, сделать уточнение результата экстраполяцией Ричардсона. Сравнить полученный результат с вычислением интеграла методом Симпсона.

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$x_i$	0.	0.25	0.5	0.75	1.	1.25	1.5	1.75	2.
$f_i$	0.	0.489540	0.647175	0.697211	0.642093	0.464366	0.130279	-0.419361	-1.294451

- б) (6) С помощью процесса Эйткена определить реальный порядок сходимости метода трапеций. Объяснить, почему он отличается от теоретического. Уточнить результат.

4. (6) Для нахождения положительного корня нелинейного уравнения  $e^{-x} + 1 = x^2$  предложено несколько вариантов МПИ. Исследовать эти методы и сделать выводы о целесообразности использования каждого из них.

$$a). x_{n+1} = -\ln(x_n^2 - 1); \quad b). x_{n+1} = \sqrt{1 + e^{-x_n}}; \quad c). x_{n+1} = \frac{e^{-x_n}}{1 - x_n}.$$

5. (8) Для системы уравнений 
$$\begin{cases} e^y + x = 0 \\ (y+2)^3 + \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 0 \end{cases}$$
 выбрать начальное приближение и

сделать одну итерацию метода Ньютона, если известно, что решение принадлежит области  $U: \{|x| < 1, -4 < y < -2\}$ .

6. (6) Методом обратной интерполяции найти корень нелинейного уравнения

$2 + \ln x - x^2 = 0$	$x$	$x_1=1.1$	$x_2=1.4$	$x_3=1.6$	$x_4=1.7$
	$f(x)$	0.8853	0.3764	-0.0899	-0.3593

7. (6) Предложите алгоритм, как пользуясь программой, реализующей метод трапеций для численного интегрирования произвольных регулярных функций с произвольным шагом,

вычислить следующий интеграл с точностью  $\varepsilon = 10^{-6}$ :  $\int_0^4 \frac{\ln(1 + \sqrt{x})}{x^2} dx$ .

8. (4) Построить квадратуру Гаусса–Кристоффеля с двумя узлами для вычисления интеграла

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-x^2} dx, \text{ для справки } \int_{-\infty}^{\infty} x^n e^{-x^2} dx = \begin{cases} \sqrt{\pi}, & n = 0 \\ 0, & n = 1, 3 \\ \sqrt{\pi/2}, & n = 2 \end{cases}$$

Какова алгебраическая степень точности полученной квадратурной формулы?

#### **4. Критерии оценивания**

Оценка за семестр выставляется в соответствии с балльно-рейтинговой системой. Баллы выставляются за каждую из двух контрольных работ и работы над ошибками к ним, за два задания, за практическую реализацию численных методов, изучаемых на занятиях, за активность на семинарах и присутствие на лекциях: Доля отметки за полусеместровую КР составляет 20% и 5% за работу над ошибками к ней (или 20 и 5 баллов соответственно).

Доля отметки за семестровую КР составляет 25% и 5% за работу над ошибками к ней (или 25 и 5 баллов).

Два задания вносят по 10% каждое (по 10 баллов).

Четыре практических задачи по 5% каждое (по 5 баллов).

Активность на семинарах 5% (5 баллов).

Присутствие на лекциях 10% (10 баллов).

Максимальное число баллов получается 110.

Оценка выставляется целочисленным делением на десять (т.е. отрезанием мантиссы) суммы баллов, при этом за преподавателем оставляется право провести устный опрос по нескольким темам, изученным в семестре.

#### **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

дифференцированного зачет проводится по итогам текущей успеваемости и сдачи заданий, лабораторных и других видов работ, предусмотренных программой дисциплины и путем организации специального опроса, проводимого в устной и письменной форме.

Время проведения письменной контрольной составляет 80 минут.

Во время проведения контрольной обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, а также вычислительной техникой.