

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Директор физтех-школы  
прикладной математики и  
информатики**

**А.М. Райгородский**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Математические модели в экономике
<b>по направлению:</b>	Информатика и вычислительная техника
<b>профиль подготовки:</b>	Математическое моделирование и компьютерные технологии Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра анализа систем и решений
<b>курс:</b>	4
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

7 (осенний) - Зачет

8 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 120 всего, в том числе:

лекции: 60 час.

семинары: 60 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 75 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 225, всего зач. ед.: 5

Количество контрольных работ, заданий: 4

Программу составил: А.А. Шананин, д-р физ.-мат. наук, профессор

Программа обсуждена на заседании кафедры анализа систем и решений 09.06.2020

## Аннотация

Программа дисциплины "Математические модели в экономике" предполагает знакомство слушателей с теоретическими аспектами и современными направлениями экономико-математического моделирования. В результате освоения дисциплины студент должен знать классификацию экономико-математических моделей, владеть навыками использования экономико-математических моделей для решения задач в различных отраслях экономики, иметь представление о возможностях и направлении применения экономико-математических моделей в управлении бизнесом. Уметь разрабатывать экономико-математические модели с использованием статистических методов, методов имитационного моделирования, методов машинного обучения и нечеткой логики.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

Познакомить слушателей с математическим аппаратом и с основными моделями, которые используются в экономической теории.

#### Задачи дисциплины

- ознакомление с теорией неотрицательных матриц, необходимых для анализа моделей межотраслевого баланса, с приложениями теории двойственности экстремальных задач в моделях распределения ресурсов, моделях оптимального экономического роста и модели Кокса-Росса-Рубинштейна;
- ознакомление с теорией неподвижных точек и ее приложения в моделях экономического равновесия, элементами теории коллективного выбора.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-9 Способен принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности	УК-9.1 Понимает базовые принципы функционирования экономики и экономического развития.
	УК-9.2 Знает основные виды и источники возникновения экономических и финансовых рисков и подходы к их снижению.
	УК-9.3 Владеет основами экономического анализа для принятия обоснованных экономических решений.
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- ☐ основные модели межотраслевого баланса и теория неотрицательных матриц;
- ☐ теорию двойственности и ее экономическую интерпретация;
- ☐ модели коллективного поведения;
- ☐ аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных оптимизационных задач.

уметь:

- ☐ понять поставленную задачу и провести ее формализацию;
- ☐ использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных оптимизационных задач математического моделирования в экономике;
- ☐ оценивать корректность постановок задач;
- ☐ строго доказывать или опровергать утверждения;
- ☐ самостоятельно находить алгоритмы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- ☐ самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
- ☐ представлять результаты исследовательской работы перед профессиональной аудиторией.

владеть:

- ☐ навыками освоения большого объема информации и решения задач математического моделирования экономики;
- ☐ навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- ☐ культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов оптимизации и прикладной математики;
- ☐ предметным языком вычислительной математики и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов;
- ☐ навыками освоения большого объема информации.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Модели межотраслевого баланса и теория неотрицательных матриц.	15	15		15
2	Теория двойственности и ее экономическая интерпретация.	15	15		15
3	Модели коллективного поведения.	30	30		45
Итого часов		60	60		75
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		225 час., 5 зач.ед.			

##### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 7 (Осенний)

###### 1. Модели межотраслевого баланса и теория неотрицательных матриц.

Модель межотраслевого баланса В.В.Леонтьева. Продуктивные матрицы. Критерии продуктивности.

Неотрицательная обратимость матрицы  $(xE-A)$  и ее связь с продуктивностью. Теорема о разложении резольвенты.

Теорема Фробениуса-Перрона. Оценка темпов сбалансированного экономического роста. Свойства числа Фробениуса-Перрона.

Неразложимые матрицы. Свойства числа Фробениуса-Перрона неразложимой матрицы.

Теорема об устойчивых матрицах.

Идемпотентные аналоги теорем о неотрицательных матрицах. Балансовая модель информационных продуктов Канторовича-Макарова. Задача об арбитражных цепочках на валютных рынках. Теорема Африата-Вермана.

## 2. Теория двойственности и ее экономическая интерпретация.

Теорема двойственности для задач линейного программирования со смешанными ограничениями. Условия дополняющей нежесткости в задачах линейного программирования (необходимые и достаточные условия оптимальности). Теорема Куна-Таккера для задач линейного программирования.

Экономическая интерпретация двойственности. Трудовая теория стоимости и ее критика.

Декомпозиция в задаче об оптимальном распределении ресурса между регионами.

Экономическая интерпретация принципа максимума для линейной динамической модели оптимального экономического роста.

Оценка эффективности новых технологий.

Теорема Моришиму о магистрали. Экономическая интерпретация вектора Фробениуса - Перрона.

Модель Кокса-Росса-Рубинштейна. Оценка стоимости опциона.

## Семестр: 8 (Весенний)

## 3. Модели коллективного поведения.

Игры в нормальной форме. Понятия равновесия по Нэшу и оптимальности по Парето. Примеры игр: «дилемма заключенного», «семейный спор», «чет-нечет». Равновесие по Штаккельбергу. Смешанные стратегии. Теорема фон Неймана о равновесии в смешанных стратегиях в матричной игре.

Теорема Нэша. Модель олигополии Курно.

Модель Эрроу-Дебре. Понятие конкурентного равновесия. Закон Вальраса.

Первая теорема теории благосостояния.

Теорема Брауэра. Точечно-множественные отображения и их свойства (замкнутость, полунепрерывность сверху и снизу). Теорема Какутани. Лемма Гейла-Никадо-Дебре.

Теорема Фань Цзы и следствия из нее. Вариационные неравенства. Теорема о существовании решения вариационного неравенства.

Модель Эрроу-Дебре. Конкурентное равновесие и закон Вальраса. Модификация функций спроса и предложения. Сведение вопроса о существовании конкурентного равновесия к вариационному неравенству. Замкнутость отображений спроса и предложения. Теорема Эрроу-Дебре.

Первая и вторая теоремы теории благосостояния.

Модели коллективного принятия решений. Правило подсчета очков и его свойства. Парадокс Эрроу. Теорема Гибборда-Сэттертуайта.

Индексы неравенства. Кривая Лоренца. Теория мажоризации.

Налоговый парадокс Эджворта.

Сравнительная статика в моделях экономического равновесия. Модель конкурентного равновесия с фиксированными доходами. Бюджетный парадокс. Теорема о невозможности бюджетного парадокса при условиях заменимости функций избыточного спроса.

Ящики Эджворта и Баласко. Неединственность конкурентного равновесия.

## 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Необходимое оборудование для лекций и практических занятий: Учебная аудитория, оснащенная компьютером и мультимедийным оборудованием (проектор, звуковая система, маркерная доска).

## 6. Перечень рекомендуемой литературы

#### Основная литература

1. Введение в математическую экономику [Текст] : уч. пособие для вузов : доп. М-вом высш. и сред. спец. образов. СССР / С. А. Ашманов .— М. : Наука, 1984 .— 296 с.
2. Элементы финансовой математики [Текст], учеб. пособие /А. А. Шананин, А. В. Рассоха; М-во образования и науки РФ, Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т). -М., МФТИ, 2018

#### Дополнительная литература

1. Теория игр с примерами из математической экономики [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / Э. Мулен ; пер. с фр. О. Р. Меньшиковой, И. С. Меньшикова под ред. Н. С. Кукушкина .— М. : Мир, 1985 .— 199 с.
2. Однопродуктовое описание воспроизводства экономики [Текст] : учеб. пособие для вузов / И. Г. Поспелов ; М-во образования и науки РФ, Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т) .— М. : МФТИ, 2015 .— 78 с.

### **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Не используются

### **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

не требуется

### **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Студент, изучающий дисциплину, должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике. В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения, понятия, аксиомы.

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе), подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения, доказательство отдельных утверждений, свойств;
- подготовку к экзамену и зачету.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к лектору.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

<b>по направлению:</b>	Информатика и вычислительная техника
<b>профиль подготовки:</b>	Математическое моделирование и компьютерные технологии Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра анализа систем и решений
<b>курс:</b>	4
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

7 (осенний) - Зачет

8 (весенний) - Экзамен

**Разработчик:** А.А. Шананин, д-р физ.-мат. наук, профессор

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-9 Способен принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности	УК-9.1 Понимает базовые принципы функционирования экономики и экономического развития.
	УК-9.2 Знает основные виды и источники возникновения экономических и финансовых рисков и подходы к их снижению.
	УК-9.3 Владеет основами экономического анализа для принятия обоснованных экономических решений.
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Математические модели в экономике» обучающийся должен:

### знать:

- ☐ основные модели межотраслевого баланса и теория неотрицательных матриц;
- ☐ теорию двойственности и ее экономическую интерпретация;
- ☐ модели коллективного поведения;
- ☐ аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных оптимизационных задач.

### уметь:

- ☐ понять поставленную задачу и провести ее формализацию;
- ☐ использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных оптимизационных задач математического моделирования в экономике;
- ☐ оценивать корректность постановок задач;
- ☐ строго доказывать или опровергать утверждения;
- ☐ самостоятельно находить алгоритмы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- ☐ самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
- ☐ представлять результаты исследовательской работы перед профессиональной аудиторией.

### владеть:

- ☐ навыками освоения большого объема информации и решения задач математического моделирования экономики;
- ☐ навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- ☐ культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов оптимизации и прикладной математики;
- ☐ предметным языком вычислительной математики и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов;
- ☐ навыками освоения большого объема информации.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

С целью контроля освоения обучающимися учебного материала проводится устный опрос в начале занятия по теме прошлой лекции или в конце занятия по пройденной теме.

## 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Модель межотраслевого баланса В.В.Леонтьева.

2. Теорема Фробениуса-Перрона. Оценка темпов сбалансированного экономического роста.
3. Теорема об устойчивых матрицах.
4. Балансовая модель информационных продуктов Канторовича-Макарова. Задача об арбитражных цепочках на валютных рынках. Теорема Аффриата-Верриана.
5. Теорема двойственности для задач линейного программирования.
6. Экономическая интерпретация двойственности.
7. Декомпозиция в задаче об оптимальном распределении ресурса между регионами.
8. Экономическая интерпретация принципа максимума для линейной динамической модели оптимального экономического роста.
9. Оценка эффективности новых технологий.
10. Теорема Моришимы о магистрали. Экономическая интерпретация вектора Фробениуса - Перрона.
11. Модель Кокса-Росса-Рубинштейна. Оценка стоимости опциона.
12. Игры в нормальной форме. Понятия равновесия по Нэшу и оптимальности по Парето.
13. Теорема Нэша. Модель олигополии Курно.
14. Модель Эрроу-Дебре. Понятие конкурентного равновесия. Закон Вальраса.
15. Первая теорема теории благосостояния.
16. Теорема Брауэра. Точечно-множественные отображения и их свойства (замкнутость, полунепрерывность сверху и снизу). Теорема Какутани. Лемма Гейла-Никадо-Дебре.
17. Теорема Фань Цзы и следствия из нее. Вариационные неравенства. Теорема о существовании решения вариационного неравенства.
18. Модель Эрроу-Дебре. Конкурентное равновесие и закон Вальраса. Замкнутость отображений спроса и предложения. Теорема Эрроу-Дебре.
19. Первая и вторая теоремы теории благосостояния.
20. Модели коллективного принятия решений. Правило подсчета очков и его свойства. Парадокс Эрроу. Теорема Гибборда-Сэттертуайта.
21. Индексы неравенства. Кривая Лоренца. Теория мажоризации.
22. Налоговый парадокс Эджворта.
23. Сравнительная статика в моделях экономического равновесия. Модель конкурентного равновесия с фиксированными доходами.
24. Ящички Эджворта и Баласко. Неединственность конкурентного равновесия.

#### Примеры билетов

##### Билет №1

1. Модель межотраслевого баланса В.В.Леонтьева.
2. Первая теорема теории благосостояния.

##### Билет №2

1. Оценка эффективности новых технологий.
2. Налоговый парадокс Эджворта.

#### Критерии оценивания

Оценка отлично 10 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 9 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 8 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.



Оценка хорошо 7 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка хорошо 6 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка хорошо 5 баллов - выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка удовлетворительно 4 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка удовлетворительно 3 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка неудовлетворительно 2 балла - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка неудовлетворительно 1 балл - выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Во время проведения экзамена обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, а также справочной литературой, вычислительной техникой, конспектами лекций.

Экзамен и зачет проводится путем организации специального опроса, проводимого в устной форме.