

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО

**Директор физтех-школы
прикладной математики и
информатики**

А.М. Райгородский

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Проекционно-сеточные методы
по направлению:	Информатика и вычислительная техника
профиль подготовки:	Математическое моделирование и компьютерные технологии Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра вычислительных технологий и моделирования в геофизике и биоматематике
курс:	4
квалификация:	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 7 (осенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 30 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 0 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 30 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Программу составил: Ю.В. Василевский, д-р физ.-мат. наук, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры вычислительных технологий и моделирования в геофизике и биоматематике 11.03.2022

Аннотация

Дисциплина “Проекционно-сеточные методы” – изложение основ сравнительно нового направления численного анализа, пик развития которого пришелся на конец XX века.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

Освоение студентами фундаментальных знаний в области приближенного решения краевых задач и математического моделирования, изучение современных методов дискретизации дифференциальных уравнений и областей их практического применения.

Задачи дисциплины

- формирование базовых знаний в области дискретизации дифференциальных уравнений и математического моделирования как дисциплин, обеспечивающей технологические основы современных инновационных сфер деятельности;
- обучение студентов двум классам современных методов дискретизации и ознакомление с их приложениями;
- формирование подходов к выполнению исследований студентами по математическому моделированию в рамках выпускных работ на степень магистра.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-3 Способен осуществлять социальное взаимодействие и реализовывать свою роль в команде	УК-3.1 Способен устанавливать разные виды коммуникации (учебную, научную, деловую, неформальную и др.)
ОПК-5 Способен участвовать в проведении фундаментальных и прикладных исследований и разработок, самостоятельно осваивать новые теоретические, в том числе, математические методы исследований и работать на современной экспериментальной научно-исследовательской, измерительно-аналитической и технологической аппаратуре)	ОПК-5.1 Способен решать поставленные задачи в области теоретических и экспериментальных исследований и разработок
	ОПК-5.2 Обладает способностью к освоению новых знаний на основе изучения литературы, научных статей и других источников

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- ☐ место и роль общих вопросов науки в научных исследованиях;
- ☐ современные проблемы теории аппроксимации и вычислительной математики;
- ☐ методы приближенного решения задач математической физики;
- ☐ постановку проблем моделирования физических процессов;
- ☐ о взаимосвязях и фундаментальном единстве естественных наук.

уметь:

- ☐ эффективно использовать на практике теоретические компоненты науки: понятия, суждения, умозаключения, законы;
- ☐ представить панораму универсальных методов и законов современного естествознания;
- ☐ работать на современных компьютерах;
- ☐ абстрагироваться от несущественных влияний при моделировании реальных физических ситуаций;
- ☐ пользоваться справочной литературой научного и прикладного характера для быстрого поиска необходимых математических и физических данных и понятий.

владеть:

- ☐ планированием, постановкой и обработкой результатов численного эксперимента;
- ☐ научной картиной мира;
- ☐ навыками самостоятельной работы в лаборатории на современном компьютерном оборудовании;
- ☐ навыками освоения большого объема информации;
- ☐ культурой постановки и моделирования физических задач.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Введение в предмет. Метод Ритца в проекционной форме. Метод Ритца в вариационной форме. Метод Бубнова-Галеркина. Метод наименьших квадратов. Метод Галеркина-Петрова. Общая форма проекционного метода. Краевые условия.	5			5
2	Главные краевые условия и криволинейная граница. Естественные краевые условия и криволинейная граница.	10			10
3	Кусочно-постоянные функции. Кусочно-линейные функции. Канонический треугольник. Аппроксимация на триангуляции. Билинейные функции.	5			5
4	ПСС для одномерного уравнения диффузии. Оценка сходимости. Обобщения. ПСМ для двумерного эллиптического уравнения. Технология метода конечных элементов. Третья краевая задача. Решение параболического уравнения. Оценка сходимости. ПСМ для интегральных уравнений. Смешанный метод конечных элементов. Метод конечных объемов.	10			10
Итого часов		30			30
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		90 час., 2 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 7 (Осенний)

1. Введение в предмет. Метод Ритца в проекционной форме. Метод Ритца в вариационной форме. Метод Бубнова-Галеркина. Метод наименьших квадратов. Метод Галеркина-Петрова. Общая форма проекционного метода. Краевые условия.

Введение. Общая схема алгоритмов.

Метод Ритца. Классический метод Ритца. Метод Ритца в энергетических пространствах. Проблемы выбора базисных функций. Плотность.

Метод Ритца в вариационной формулировке. Естественные и главные краевые условия. Примеры.

Метод Бубнова-Галеркина. Случай оператора с самосопряженной главной частью. Общий случай алгоритма.

Метод наименьших квадратов. Теорема сходимости. Связь с методом Ритца.

Метод Галеркина-Петрова. SUPG метод.

Общая форма проекционного метода.

Удовлетворение краевым условиям. Минимизация ошибки аппроксимации. Устойчивость.

2. Главные краевые условия и криволинейная граница. Естественные краевые условия и криволинейная граница.

Кусочно-линейная аппроксимация в области с криволинейной границей (главные краевые условия).

Кусочно-линейная аппроксимация в области с криволинейной границей (естественные краевые условия).

3. Кусочно-постоянные функции. Кусочно-линейные функции. Канонический треугольник. Аппроксимация на триангуляции. Билинейные функции.

Аппроксимация простейшими кусочно-постоянными функциями.

Кусочно-линейные базисные функции в одномерном случае. Построение "функций-домиков". Аппроксимация.

Кусочно-линейная аппроксимация на каноническом треугольнике. Функция Куранта.

Кусочно-линейная аппроксимация на триангуляции многоугольной области.

Аппроксимация билинейными базисными функциями.

4. ПСС для одномерного уравнения диффузии. Оценка сходимости. Обобщения. ПСМ для двумерного эллиптического уравнения. Технология метода конечных элементов. Третья краевая задача. Решение параболического уравнения. Оценка сходимости. ПСМ для интегральных уравнений. Смешанный метод конечных элементов. Метод конечных объемов.

Построение проекционно-сеточных схем для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. Постановка задачи. Построение схемы.

Сходимость. Метод оценки скорости сходимости. Прием Нитше. Примеры.

Обобщения на разрывные коэффициенты, неоднородные краевые условия.

Решение задачи Дирихле для эллиптического уравнения второго порядка.

Технология метода конечных элементов.

Решение третьей краевой задачи для эллиптического уравнения второго порядка

Решение параболического уравнения. Постановка задачи. Построение схем. Численное решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Сходимость для параболического уравнения. Оценки скорости сходимости.

Проекционно-сеточный метод для интегральных уравнений.

Локально консервативные дискретизации: смешанный метод конечных элементов.

Локально консервативные дискретизации: метод конечных объемов.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Необходимое оборудование для лекций: компьютер и мультимедийное оборудование (проектор, звуковая система).

Обеспечение самостоятельной работы — электронная библиотека ИВМ РАН.

6.Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Введение в проекционно сеточные методы [Текст] / Г. И. Марчук, В. И. Агошков - М.Наука,1981
2. Теория метода конечных элементов [Текст]/Г. Стренг, Дж. Фикс, пер. с англ. В. И. Агошкова [и др.] , -М., Мир, 1977

Дополнительная литература

1. Методы вычислительной математики [Текст] / Г. И. Марчук - М.Наука,1989
2. Дифференциальные уравнения в частных производных [Текст] : учеб. пособие для вузов / В. П. Михайлов .— 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Наука, 1983 .— 424 с.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Информационные ресурсы: доступные через Internet электронные конспекты лекций, учебные пособия и сборники задач, разработанные для данного курса.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

не требуется

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Студент, изучающий дисциплину, должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике. В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения, понятия, аксиомы, алгоритмы.

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе), подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения, доказательство отдельных утверждений, свойств;
- подготовку к дифференцированному зачету.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к лектору.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Информатика и вычислительная техника
профиль подготовки:	Математическое моделирование и компьютерные технологии Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра вычислительных технологий и моделирования в геофизике и биоматематике
курс:	<u>4</u>
квалификация:	бакалавр
Семестр, формы промежуточной аттестации: 7 (осенний) - Экзамен	
Разработчик:	Ю.В. Василевский, д-р физ.-мат. наук, доцент

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-3 Способен осуществлять социальное взаимодействие и реализовывать свою роль в команде	УК-3.1 Способен устанавливать разные виды коммуникации (учебную, научную, деловую, неформальную и др.)
ОПК-5 Способен участвовать в проведении фундаментальных и прикладных исследований и разработок, самостоятельно осваивать новые теоретические, в том числе, математические методы исследований и работать на современной экспериментальной научно-исследовательской, измерительно-аналитической и технологической аппаратуре)	ОПК-5.1 Способен решать поставленные задачи в области теоретических и экспериментальных исследований и разработок
	ОПК-5.2 Обладает способностью к освоению новых знаний на основе изучения литературы, научных статей и других источников

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Проекционно-сеточные методы» обучающийся должен:

знать:

- ☐ место и роль общих вопросов науки в научных исследованиях;
- ☐ современные проблемы теории аппроксимации и вычислительной математики;
- ☐ методы приближенного решения задач математической физики;
- ☐ постановку проблем моделирования физических процессов;
- ☐ о взаимосвязях и фундаментальном единстве естественных наук.

уметь:

- ☐ эффективно использовать на практике теоретические компоненты науки: понятия, суждения, умозаключения, законы;
- ☐ представить панораму универсальных методов и законов современного естествознания;
- ☐ работать на современных компьютерах;
- ☐ абстрагироваться от несущественных влияний при моделировании реальных физических ситуаций;
- ☐ пользоваться справочной литературой научного и прикладного характера для быстрого поиска необходимых математических и физических данных и понятий.

владеть:

- ☐ планированием, постановкой и обработкой результатов численного эксперимента;
- ☐ научной картиной мира;
- ☐ навыками самостоятельной работы в лаборатории на современном компьютерном оборудовании;
- ☐ навыками освоения большого объема информации;
- ☐ культурой постановки и моделирования физических задач.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

С целью контроля освоения обучающимися учебного материала проводится устный опрос в начале занятия по теме прошлой лекции или в конце занятия по пройденной теме.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Перечень контрольных вопросов для сдачи экзамена:

1. Метод Ритца в проекционной форме.
2. Метод Ритца в вариационной форме.
3. Метод Бубнова-Галеркина.
4. Метод наименьших квадратов.
5. Метод Галеркина-Петрова.

6. Общая форма проекционного метода.
7. Краевые условия.
8. Кусочно-постоянные функции.
9. Кусочно-линейные функции.
10. Канонический треугольник.
11. Аппроксимация на триангуляции.
12. Билинейные функции.
13. Главные краевые условия и криволинейная граница.
14. Естественные краевые условия и криволинейная граница.
15. ПСС для одномерного уравнения диффузии.
16. Оценка сходимости.
17. Обобщения.
18. ПСМ для двумерного эллиптического уравнения.
19. Технология метода конечных элементов.
20. Третья краевая задача.
21. Решение параболического уравнения.
22. Оценка сходимости.
23. ПСМ для интегральных уравнений.
24. Смешанный метод конечных элементов.
25. Метод конечных объемов.

Примерный перечень билетов:

Билет №1

1. Метод Рунге в проекционной форме.
2. Решение параболического уравнения.

Билет №1

1. Общая форма проекционного метода.
2. Технология метода конечных элементов.

Критерии оценивания

Оценка отлично 10 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 9 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 8 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.

Оценка хорошо 7 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка хорошо 6 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка хорошо 5 баллов - выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка удовлетворительно 4 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка удовлетворительно 3 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка неудовлетворительно 2 балла - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка неудовлетворительно 1 балл - выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Во время проведения экзамена обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, а также справочной литературой, вычислительной техникой, конспектами лекций.

Экзамен может проводиться по итогам текущей успеваемости и сдачи заданий, или путем организации специального опроса, проводимого в устной форме.