

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО
Проректор по учебной работе

А.А. Воронов

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Элементы теории уравнений математической физики
по направлению:	Информатика и вычислительная техника
профиль подготовки:	Математическое моделирование и компьютерные технологии Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра высшей математики
курс:	3
квалификация:	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 5 (осенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 30 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Количество контрольных работ, заданий: 2

Программу составил: В.И. Зубов, д-р физ.-мат. наук, профессор, профессор

Программа обсуждена на заседании кафедры высшей математики 11.04.2023

Аннотация

В курсе изучаются основные краевые задачи математической физики. Приводится классификация линейных дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка, основанная на их приведении к каноническому виду. Вводится понятие характеристической поверхности.

Подробно рассматривается классическая задача Коши для уравнения колебаний струны. Выводится формула Даламбера, определяется область зависимости классического решения от начальных данных, доказываются корректность задачи. Рассматривается смешанная задача для полубесконечной струны.

Фундаментальное решение трёхмерного волнового уравнения. Задача Коши для трёхмерного волнового уравнения, формула Кирхгофа. Единственность классического решения задачи Коши.

Фундаментальное решение уравнения теплопроводности. Формула Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности. Принцип максимума и единственность решения для уравнения теплопроводности.

Спектр и собственные функции оператора Лапласа в круге при тривиальном граничном условии.

Спектр и собственные функции оператора Лапласа–Бельтрами на сфере трёхмерного пространства. Сферические функции. Метод Фурье построения решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре.

Гармонические функции и их свойства. Теорема о среднем и принцип максимума для гармонических функций в трёхмерном пространстве.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

- изучение корректных постановок краевых задач для основных дифференциальных уравнений с частными производными, освоение аналитических методов решения этих краевых задач и их приложение к задачам гидродинамики, аэродинамики, теории теплопроводности и др.

Задачи дисциплины

- изучение различных типов дифференциальных уравнений с частными производными и свойств решений краевых задач для этих уравнений, характерных для каждого типа;
- изучение корректных постановок краевых задач для дифференциальных уравнений с частными производными разного типа;
- овладение аналитическими методами решения краевых задач для дифференциальных уравнений с частными производными.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны знать:

- основные типы дифференциальных уравнений в частных производных;
- определение характеристической поверхности;
- основные краевые задачи для уравнений гиперболического типа, параболического типа, эллиптического типа;
- формулы Даламбера, Пуассона, Кирхгофа решения задачи Коши для волнового уравнения;
- формулу Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности;
- метод интеграла энергии для волнового уравнения и принцип максимума для параболического уравнения;
- гармонические функции и их свойства;
- формулу Пуассона решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге;
- основные свойства оператора Лапласа при однородных краевых условиях.

уметь:

- определять тип дифференциальных уравнений с частными производными; приводить уравнения 2-го порядка к каноническому виду;
- решать методом характеристик краевые задачи на плоскости (задачи Коши и Гурса);
- решать задачи Коши для волнового уравнения;
- решать смешанные задачи для полубесконечной струны;
- решать задачи Коши для уравнения теплопроводности;
- использовать метод Фурье при решении краевых задач для эллиптических уравнений, применять сферические функции при решении задач для областей со сферической симметрией;

владеть:

- методами и подходами теории уравнений с частными производными, применяемыми при решении задач гидродинамики, аэродинамики, физики, теоретической физики, экономики и др.;
- знаниями, приобретенными при изучении курса уравнений математической физики, позволяющими корректно формулировать краевые задачи при математическом моделировании процессов или объектов в различных областях науки и техники.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка с линейной старшей частью. Классификация уравнений. Задача Коши, метод характеристик.	5	5		5
2	Волновое уравнение 1.	5	5		5
3	Волновое уравнение 2.	5	5		5
4	Задача Коши для уравнения теплопроводности.	5	5		5
5	Начальные сведения об операторе Лапласа и о задаче на собственные значения при однородных краевых условиях.	5	5		5
6	Задача Дирихле для уравнения Лапласа в круге.	5	5		5
Итого часов		30	30		30
Подготовка к экзамену		0 час.			

Общая трудоёмкость	90 час., 2 зач.ед.
--------------------	--------------------

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 5 (Осенний)

1. Приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка с линейной старшей частью. Классификация уравнений. Задача Коши, метод характеристик.

Вывод некоторых уравнений математической физики. Приведение к каноническому виду в точке дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка от n независимых переменных с линейной старшей частью. Классификация уравнений. Понятие о задаче Коши и характеристической поверхности. Приведение уравнений второго порядка к каноническому виду на плоскости. Понятие о методе характеристик.

2. Волновое уравнение 1.

Общее решение однородного волнового уравнения. Постановка и решение задачи Коши. Формула Даламбера. Область зависимости решения задачи Коши от начальных данных. Пример Адамара некорректной задачи (задача Коши для уравнения Лапласа). Понятие об обобщенном (негладком) решении.

Постановка и решение смешанной задачи для смешанной задачи для полубесконечной струны с закреплённым концом. Условия согласования начальных и граничного данных.

3. Волновое уравнение 2.

Формулы Пуассона-Кирхгофа решения задачи Коши для однородного волнового уравнения. Принцип Гюйгенса. Метод Дюамеля решения задачи Коши для неоднородного волнового уравнения. Общая формула Кирхгофа. Задача Коши для волнового уравнения. Метод спуска. Формула Пуассона. Диффузия волн. Единственность классического решения задачи Коши (метод интеграла энергии).

4. Задача Коши для уравнения теплопроводности.

Задача Коши для уравнения теплопроводности.

Постановка задачи Коши. Формула Пуассона решения задачи Коши для однородного уравнения теплопроводности, бесконечная дифференцируемость решений. Фундаментальное решение. Метод Дюамеля для неоднородного уравнения. Принцип максимума для параболического уравнения. Единственность классического решения задачи Коши, её корректность.

5. Начальные сведения об операторе Лапласа и о задаче на собственные значения при однородных краевых условиях.

Начальные сведения об операторе Лапласа и о задаче на собственные значения при однородных краевых условиях.

Формулы Грина для оператора Лапласа. Постановка краевых задач Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона в ограниченной области. Необходимое условие разрешимости задачи Неймана. Симметричность и положительность оператора « Δ » с однородными условиями Дирихле. Задача на собственные значения. Вещественность и положительность собственных значений. Ортогональность собственных функций.

6. Задача Дирихле для уравнения Лапласа в круге.

Задача Дирихле для уравнения Лапласа в круге.

Построение формального решения задачи Дирихле методом Фурье. Бесконечная дифференцируемость решения в области, разложение его по гармоническим многочленам в случае уравнения Лапласа. Интеграл Пуассона. Существование классического решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге при непрерывной граничной функции.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная мультимедиапроектором и экраном.

6.Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Сборник задач по уравнениям математической физики, Электронная версия печатной публикации / В. С. Владимиров, В. П. Михайлов, Т. В. Михайлова, М. И. Шабунин. — Москва, ФИЗМАТЛИТ, 2016
2. Уравнения математической физики [Текст] : учебник для вузов : рек. М-вом образования РФ / А. Н.Тихонов, А. А. Самарский ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова .— 7-е изд. — М. : Изд-во МГУ ; Наука, 2004 .— 798 с.
3. Уравнения математической физики [Текст] : учеб. пособие для вузов / В. М. Уроев .— М. : Яуза, 1998 .— 373 с.

Дополнительная литература

1. Уравнения математической физики, Электронная версия печатной публикации / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. — Москва, Физматлит, 2000
2. Лекции по уравнениям математической физики [Текст] : учеб.пособие: рек.Учеб.-метод.советом МФТИ / В.П.Михайлов .— М : Физматлит, 2001 .— 206 с.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. <http://lib.mipt.ru/catalogue/1604/?t=492> – электронная библиотека Физтеха, раздел «Уравнения математической физики».
2. <http://www.exponenta.ru> – образовательный математический сайт.
3. <http://mathnet.ru> – общероссийский математический портал.
4. <http://www.edu.ru> – федеральный портал «Российское образование».
5. <http://benran.ru> –библиотека по естественным наукам Российской академии наук.
6. <http://www.i-exam.ru> – единый портал Интернет-тестирования в сфере образования.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

На лекционных занятиях могут использоваться мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

Для контроля и коррекции знаний обучающиеся могут использовать компьютерное тестирование, в том числе на портале www.i-exam.ru.

В процессе самостоятельной работы обучающихся возможно использование таких программных средств, как Mathcad, Scilab и др.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Студент, изучающий курс уравнения математической физики , должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике.

В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения теории уравнений с частными производными, типы уравнений, постановки основных краевых задач для уравнений с частными производными, основные свойства решений этих задач, применять полученные знания для решения различных задач.

Очень важными являются методы, позволяющие решать задачи Коши для уравнений с частными производными гиперболического и параболического типов: метод характеристик, метод Коши-Ковалевской, метод разделения переменных и т.д.

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой.

Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы,
- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе), подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения, доказательство отдельных утверждений, свойств;
- решение задач, предлагаемых студентам на лекциях и практических занятиях,
- подготовку к практическим занятиям, коллоквиумам, зачёту.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций.

Показателем владения материалом служит умение решать задачи. Для формирования умения применять теоретические знания на практике студенту необходимо решать как можно больше задач. При решении задач каждое действие необходимо аргументировать, ссылаясь на известные теоретические сведения. Значительно облегчить решение задачи может хорошо выполненная постановка задачи.

При подготовке к практическим занятиям необходимо повторять ранее изученные основные определения, формулировки теорем. В начале занятия, как правило, проводится короткий (10-15 минут) опрос по материалу прошедших занятий в устной или письменной форме.

Обычно придерживаются следующей схемы: изучение материала лекции по конспекту в тот же день, когда была прослушана лекция (10-15 минут); повторение материала накануне следующей лекции (10-15 минут), проработка учебного материала по конспектам лекций, учебной и научной литературе, подготовка ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения (1 час в неделю), подготовка к практическому занятию, решение задач (1 час). Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к лектору или преподавателю, ведущему практические занятия.

Обязательным требованием является выполнение домашних работ, которые оформляются в специально отведённой для этого тетради и систематически сдаются на проверку.

Промежуточный контроль знаний проводится в виде коллоквиумов, на которых студенту предлагается письменно ответить на теоретический вопрос и решить две задачи по теме коллоквиума, а также студенту в ходе освоения курса необходимо выполнить две домашних индивидуальные работы с их последующей защитой:

- 1) «Классификация уравнений с частными производными второго порядка, метод характеристик, задача Коши и смешанная задача для волнового уравнения, формула Кирхгофа».
- 2) «Задача Коши для уравнения теплопроводности. Краевые задачи для эллиптических уравнений в круге и кольце. Сферические функции».

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Информатика и вычислительная техника
профиль подготовки:	Математическое моделирование и компьютерные технологии Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра высшей математики
курс:	3
квалификация:	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 5 (осенний) - Дифференцированный зачет

Разработчик: В.И. Зубов, д-р физ.-мат. наук, профессор, профессор

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Элементы теории уравнений математической физики» обучающийся должен:

знать:

- основные типы дифференциальных уравнений в частных производных;
- определение характеристической поверхности;
- основные краевые задачи для уравнений гиперболического типа, параболического типа, эллиптического типа;
- формулы Даламбера, Пуассона, Кирхгофа решения задачи Коши для волнового уравнения;
- формулу Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности;
- метод интеграла энергии для волнового уравнения и принцип максимума для параболического уравнения;
- гармонические функции и их свойства;
- формулу Пуассона решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге;
- основные свойства оператора Лапласа при однородных краевых условиях.

уметь:

- определять тип дифференциальных уравнений с частными производными; приводить уравнения 2-го порядка к каноническому виду;
- решать методом характеристик краевые задачи на плоскости (задачи Коши и Гурса);
- решать задачи Коши для волнового уравнения;
- решать смешанные задачи для полубесконечной струны;
- решать задачи Коши для уравнения теплопроводности;
- использовать метод Фурье при решении краевых задач для эллиптических уравнений, применять сферические функции при решении задач для областей со сферической симметрией;

владеть:

- методами и подходами теории уравнений с частными производными, применяемыми при решении задач гидродинамики, аэродинамики, физики, теоретической физики, экономики и др.;
- знаниями, приобретенными при изучении курса уравнений математической физики, позволяющими корректно формулировать краевые задачи при математическом моделировании процессов или объектов в различных областях науки и техники.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Текущий контроль осуществляется на основе балльно-рейтинговой системы (БРС) оценки знаний по изучаемой дисциплине. БРС учитывает выполнение студентами совокупности домашних заданий и контрольных работ в соответствии с учебным планом. Данные о посещаемости и текущей успеваемости вносятся преподавателями в специальные журналы и учитываются в БРС.

Текущий контроль на основе домашних заданий осуществляется в течении учебного семестра в сроки, установленные Учебным управлением, в соответствии с учебным планом.

Для сдачи задания студент обязан предоставить решение задачи домашнего задания в письменной форме, ответить на вопросы преподавателя и написать контрольную работу по заданию, по которой проверяются знание понятий и утверждений по темам сдаваемого задания и умению решать задачи.

Во время выполнения контрольной работы нельзя пользоваться помощью других лиц, вычислительной техники и мобильными телефонами.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Дать определение задачи Коши и характеристической поверхности. В чем суть метода характеристик?
2. Написать формулу Даламбера. Решение какой задачи оно дает? Как формулируется смешанная задача для полубесконечной струны с закреплённым концом? Со свободным концом?
3. В чем состоит принцип Гюйгенса?
4. Сформулировать задачу Коши для уравнения теплопроводности. Привести формулу, дающую ее решение. Как формулируется принцип максимума для параболического уравнения?
5. Как определяется оператор Лапласа при однородных краевых условиях? Как определяются его собственные значения и собственные функции? Написать формулы Грина для оператора Лапласа. Сформулировать краевые задачи Дирихле и Неймана для уравнения эллиптического типа.
6. Какие методы Вам известны для решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге? Что такое интеграл Пуассона?
10. Дать определение гармонической функции в \mathbb{R}^n . Какие свойства этих функций? В чем состоит принцип максимума и минимума для гармонических функций? Как формулируется задача Дирихле для уравнения Пуассона?
11. Дайте определение сферических функций, шаровых функций. Где они используются?

Критерии оценивания

Оценка «отлично (10)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;

оценка «отлично (9)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений, но при этом были допущены небольшие неточности, которые были самостоятельно обнаружены и исправлены;

оценка «отлично (8)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений, но при этом были допущены небольшие неточности, которые после указания экзаменатора были самостоятельно исправлены;

оценка «хорошо (7)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает неточности в ответе или делает несущественные ошибки при решении задач;

оценка «хорошо (6)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает небольшие ошибки в ответе и (или) при решении задач;

оценка «хорошо (5)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но отвечает неуверенно и (или) допускает ошибки при решении задач;

оценка «удовлетворительно (4)» выставляется обучающемуся, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, неточные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, если при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «удовлетворительно (3)» выставляется обучающемуся, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, неточные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, не владеющему некоторыми разделами учебной программы, но умеющему применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется обучающемуся, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач;

оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется обучающемуся, показавшему полное незнание учебной программы дисциплины.

оценка «зачтено» выставляется студенту по итогам текущей успеваемости, при условии, что он сдал все задания, предусмотренные программой дисциплины, написал промежуточные контрольные работы и набрал пороговое количество баллов;

оценка «не зачтено» выставляется обучающемуся, если он не набрал пороговое количество баллов.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Дифференцированный зачет проводится по итогам текущей успеваемости сдачи заданий и контрольных вопросов, предусмотренных программой дисциплины, с учетом набранных очков по БРС. При наборе количества очков БРС не меньше порогового студенту ставится зачет.

При проведении устного опроса обучающемуся предоставляется 20 минут на подготовку. Опрос обучающегося на устном опросе не должен превышать двух астрономических часов. Во время проведения устного опроса обучающиеся могут пользоваться только программой дисциплины.

«СОГЛАСОВАНО»

Проректор по учебной работе

А. А. Воронов

«____» _____ 2023

Балльно-рейтинговая система оценки знаний студентов

по дисциплине «Уравнения математической физики», 3 курс, 5 семестр,
дифференцированный зачет, кафедра высшей математики

Виды заданий	Сумма баллов
1. Контрольная работа № 1 по 1-му заданию	0 – 9
2. Контрольная работа № 2 по 2-му заданию	0 – 9
3. Задание № 1 (тетрадь и ее защита)	0 – 3
4. Задание № 2 (тетрадь и ее защита)	0 – 3
5. Проверка теоретических знаний (не более трёх лекционных контрольных)	0 – 3
6. Работа на семинарах	0 – 3
ИТОГО	0 – 30

Дифференцированный зачет выставляется по результатам работы в семестре в соответствии со следующей шкалой

Баллы БРС	Оценки	
29-30	10	отлично
27-28	9	
25-26	8	
23-24	7	хорошо
21-22	6	
19-20	5	
17-18	4	удовлетворительно
15-16	3	
10 – 14	2	неудовлетворительно
0 – 9	1	

Если сумма баллов за работу в семестре меньше 15, то в зачетную неделю студенту предоставляется возможность повысить свою оценку. Итоговая оценка не может быть повышена более чем на два балла по десятибалльной шкале.

Студенты, имеющие неудовлетворительную оценку к началу экзаменационной сессии, ликвидируют академическую задолженность в установленные для этого сроки. При этом итоговая оценка студента не может быть повышена более чем на два балла по десятибалльной шкале.

Регламент принятия домашних заданий и проведения зачета определяется «Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов на кафедре высшей математики».

Зав. кафедрой

Г.Е. Иванов