

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Проректор по учебной работе и  
довузовской подготовке**

**А.А. Воронов**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Нелинейные вычислительные процессы
<b>по направлению:</b>	Информатика и вычислительная техника
<b>профиль подготовки:</b>	Математическое моделирование и компьютерные технологии Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра вычислительной физики
<b>курс:</b>	4
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 8 (весенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 0 час.

лабораторные занятия: 30 час.

Самостоятельная работа: 30 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Количество контрольных работ, заданий: 2

Программу составил: П.С. Уткин, канд. физ.-мат. наук, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры вычислительной физики 28.05.2020

## Аннотация

Курс включает следующие темы и разделы: численное интегрирование жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), численные методы решения краевых задач для квази-линейных систем уравнений гиперболического типа, численные методы решения краевых задач для квазилинейных систем уравнений параболического типа, некоторые численные методы решения краевых задач эллиптических уравнений. Цель дисциплины является формирование у студентов знаний и навыков построения современных вычислительных алгоритмов для решения нелинейных уравнений математической физики. К задачам дисциплины относятся освоение студентами базовых знаний (понятий, концепций, методов) в области построения вычислительных алгоритмов для решения нелинейных уравнений математической физики и исследования свойств этих алгоритмов, приобретение теоретических знаний и практических умений и навыков в области вычислительных алгоритмов для решения нелинейных уравнений математической физики, оказание консультаций и помощи студентам в проведении собственных теоретических исследований в области вычислительной математики. После освоения курса студент будет знать фундаментальные понятия, законы, теории вычислительной математики, современные проблемы соответствующих разделов вычислительной математики, понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем курса, аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач вычислительной математики. Он будет уметь понимать поставленную задачу, использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач, оценивать корректность постановок задач, строго доказывать или опровергать утверждение, самостоятельно находить алгоритмы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ, самостоятельно видеть следствия полученных результатов, точно представить математические знания в области изучаемого курса в устной и письменной форме. А также он будет владеть навыками освоения большого объема информации и решения задач, навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин, культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования изучаемых в курсе математических подходов и методов, предметным языком вычислительной математики и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

формирование у студентов знаний и навыков построения современных вычислительных алгоритмов для решения нелинейных уравнений математической физики.

#### Задачи дисциплины

- освоение студентами базовых знаний (понятий, концепций, методов) в области построения вычислительных алгоритмов для решения нелинейных уравнений математической физики и исследования свойств этих алгоритмов;
- приобретение теоретических знаний и практических умений и навыков в области вычислительных алгоритмов для решения нелинейных уравнений математической физики;
- оказание консультаций и помощи студентам в проведении собственных теоретических исследований в области вычислительной математики.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.1 Формулирует совокупность взаимосвязанных задач в рамках поставленной цели работы, обеспечивающих ее достижение. Определяет ожидаемые результаты решения поставленных задач
	УК-2.2 Проектирует решение конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
--	---

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- ☐ фундаментальные понятия, законы, теории вычислительной математики;
- ☐ современные проблемы соответствующих разделов вычислительной математики;
- ☐ понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем курса;
- ☐ аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач вычислительной математики.

уметь:

- ☐ понимать поставленную задачу;
- ☐ использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач;
- ☐ оценивать корректность постановок задач;
- ☐ строго доказывать или опровергать утверждение;
- ☐ самостоятельно находить алгоритмы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- ☐ самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
- ☐ точно представить математические знания в области изучаемого курса в устной и письменной форме.

владеть:

- ☐ навыками освоения большого объема информации и решения задач;
- ☐ навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- ☐ культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования изучаемых в курсе математических подходов и методов;
- ☐ предметным языком вычислительной математики и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Численное интегрирование жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ).	7		7	7
2	Численные методы решения краевых задач для квазилинейных систем уравнений гиперболического типа.	7		7	7
3	Численные методы решения краевых задач для квазилинейных систем уравнений параболического типа	8		8	8
4	Некоторые численные методы решения краевых задач эллиптических уравнений.	8		8	8
Итого часов		30		30	30
Подготовка к экзамену		0 час.			

Общая трудоёмкость	90 час., 2 зач.ед.
--------------------	--------------------

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 8 (Весенний)

##### 1. Численное интегрирование жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ).

- 1.1. Жесткие системы ОДУ. Простейшие примеры. Качественная картина поведения решений.
- 1.2. A и L – устойчивые схемы для жестких систем ОДУ, жестко- устойчивые и монотонные схемы.
- 1.3. Двухточечные схемы (Рунге-Кутта) для систем обыкновенных дифференциальных уравнений: явные, полуявные, неявные. Условия аппроксимации.
- 1.4. Линейные многошаговые схемы (Адамса) для систем обыкновенных дифференциальных уравнений: явные и неявные схемы. Условия аппроксимации.
- 1.5. Линейные многошаговые схемы для продолженных систем обыкновенных дифференциальных уравнений (схемы Обрешкова): явные и неявные схемы. Условия аппроксимации.
- 1.6. Итерационные методы решения нелинейных систем в случае неявных и полуявных схем.

##### 2. Численные методы решения краевых задач для квазилинейных систем уравнений гиперболического типа.

- 2.1. Системы уравнений гиперболического типа (СУГТ). Характеристическая форма уравнений. Дивергентная форма уравнений, сохранение дивергентной формы при преобразовании независимых переменных. Продолженные (расширенные) системы. Системы уравнений гиперболического типа на графах (переходные ударно-волновые процессы в сетях). Постановка краевых условий. Примеры СУГТ – уравнения газовой динамики, мелкой воды, магнитогазодинамики, упруго-деформируемых тел, интенсивного дорожного движения, электроэнергетических сетей и др. Их характеристическая и дивергентная формы.
- 2.2. Простейшее уравнение переноса (УП). Разностные схемы для УП в пространстве неопределенных коэффициентов. Условия аппроксимации и устойчивости. Критерии монотонности разностных схем (Фридрихса, Годунова, Хартена, Ван Лири). Монотонные по Фридрихсу схемы в пространстве неопределенных коэффициентов (схемы с положительной ап-проксимацией).
- 2.3. Схемы повышенного порядка аппроксимации для уравнения переноса. Невозможность построения линейных, монотонных по Фридрихсу схем с порядком аппроксимации выше первого. Гибридные (TVD) схемы.
- 2.4. Схемы повышенного порядка аппроксимации для уравнения переноса на нерасширяющихся сеточных шаблонах. Метод параметрической коррекции разностных схем.
- 2.5. Разностные схемы в пространстве сеточных функций. Монотонные по Ван Лиру схемы повышенного порядка аппроксимации в пространстве сеточных функций. Обобщение критериев монотонности на случай многослойных сеточных шаблонов. Монотонные по Ван Лиру схемы повышенного порядка аппроксимации для многослойных и нерасширяющихся сеточных шаблонов.
- 2.6. Обобщение разностных схем для уравнения переноса на случай квазилинейной системы уравнений гиперболического типа. Консервативные схемы. Решение сеточных уравнений в случае неявных схем.
- 2.7. Примеры: явные схемы Куранта – Изаксона – Риса и ее консервативный вариант. Схемы П.Лакса, Лакса – Вендроффа, Макормака, Бима-Уорминга, В.Русанова. Неявные схемы Карлсона, Ландау – Меймана – Халатникова, Бабенко. Гибридные схемы и схемы со сглаживанием (Федоренко, Бориса – Бука, TVD – схемы).

2.8. Обобщение разностных схем для квазилинейной системы уравнений гиперболического типа на многомерный случай. Методы расщепления по пространственным переменным в случае канонической области интегрирования. Методы на неструктурированных сетках для решения в сложных, в том числе многосвязных областях.

3. Численные методы решения краевых задач для квазилинейных систем уравнений параболического типа

3.1. Квазилинейные параболические уравнения и системы. Автомодельная задача о бегущей волне.

3.2. Разностные схемы для простейшего уравнения теплопроводности в пространстве неопределенных коэффициентов. Монотонные схемы (схемы с положительной аппроксимацией) с порядком аппроксимации  $n$  и  $n+1$ .

3.3. Обобщение разностных схем для уравнения теплопроводности на случай квазилинейных уравнений и систем параболического типа. Консервативные схемы. Расщепление по "физическим процессам".

3.4. Обобщение разностных схем для квазилинейной системы уравнений параболического типа на многомерный случай. Методы расщепления по пространственным переменным и методы на неструктурированных сетках для решения в сложных, в том числе многосвязных областях интегрирования.

4. Некоторые численные методы решения краевых задач эллиптических уравнений.

4.1. Простейшие уравнения эллиптического типа и его разностные аппроксимации. Схемы с положительной аппроксимацией в случае регулярных и нерегулярных (неструктурированных) сеток.

4.2. Некоторые итерационные методы решения сеточных уравнений. Метод простой итерации. Условия сходимости, оптимальный выбор итерационного параметра. \*Чебышевское ускорение сходимости для метода простой итерации, его неустойчивость и регуляризация (упорядочивание итерационных параметров).

## **5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Учебная аудитория оснащенная мультимедийным проектором, экраном и персональными компьютерами.

## **6. Перечень рекомендуемой литературы**

### **Основная литература**

1. Монотонные разностные схемы высокого порядка аппроксимации для систем уравнений гиперболического типа [Текст] : учеб. пособие для вузов / Я. А. Холодов, П. С. Уткин, А. С. Холодов ; М-во образования и науки РФ, Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т) .— М. : МФТИ, 2015 .— 69 с.
2. Сеточно - характеристические численные методы [Текст] /К. М. Магомедов, А. С. Холодов, учеб. пособие для бакалавриата и магистратуры. М., Юрайт, 2019

### **Дополнительная литература**

1. Численные методы [Текст] : в 2 кн. : учебник для вузов / Н. Н. Калиткин, Е. А. Альшина .— М. : Академия, 2013 .— (Университетский учебник. Прикладная математика и информатика) .— Кн. 1 : Численный анализ. - 2013. - 304 с.
2. Численные методы [Текст] : в 2 кн. : учебник для вузов / Н. Н. Калиткин, П. В. Корякин .— М. : Академия, 2013 .— (Университетский учебник. Прикладная математика и информатика) .— Кн. 2 : Методы математической физики. - 2013. - 304 с.
3. Методы решения сеточных уравнений [Текст] : учеб. пособие для вузов / А. А. Самарский, Е. С. Николаев .— М. : Наука, 1978 .— 592 с.
4. Введение в вычислительную физику [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / Р. П. Федоренко ; под ред. А. И. Лобанова .— 2-е изд., испр. и доп. — Долгопрудный : Интеллект, 2008 .— 504 с.

**7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

[http://mipt.ru/education/chair/computational\\_mathematics/](http://mipt.ru/education/chair/computational_mathematics/)

**8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Программный комплекс: Комплект лабораторных работ по курсу "Нелинейные вычислительные процессы".

**9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Студент, изучающий курс НВП, должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике. В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения и понятия, аксиомы, методы доказательств.

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента.

В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой.

Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы,
- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе), подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения, доказательство отдельных утверждений, свойств;
- решение задач, предлагаемых студентам в качестве курсового задания,
- подготовку к лабораторным работам, дифференцированному зачёту.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций.

Показателем владения материалом служит умение решать задачи.

Для формирования умения применять теоретические знания на практике студенту необходимо решать как можно больше задач.

При решении задач каждое действие необходимо аргументировать, ссылаясь на известные теоретические сведения.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания.

При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к лектору или преподавателю, ведущему лабораторные работы.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

<b>по направлению:</b>	Информатика и вычислительная техника
<b>профиль подготовки:</b>	Математическое моделирование и компьютерные технологии Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра вычислительной физики
<b>курс:</b>	4
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 8 (весенний) - Дифференцированный зачет

**Разработчик:** П.С. Уткин, канд. физ.-мат. наук, доцент

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.1 Формулирует совокупность взаимосвязанных задач в рамках поставленной цели работы, обеспечивающих ее достижение. Определяет ожидаемые результаты решения поставленных задач
	УК-2.2 Проектирует решение конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Нелинейные вычислительные процессы» обучающийся должен:

### знать:

- ☐ фундаментальные понятия, законы, теории вычислительной математики;
- ☐ современные проблемы соответствующих разделов вычислительной математики;
- ☐ понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем курса;
- ☐ аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач вычислительной математики.

### уметь:

- ☐ понимать поставленную задачу;
- ☐ использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач;
- ☐ оценивать корректность постановок задач;
- ☐ строго доказывать или опровергать утверждение;
- ☐ самостоятельно находить алгоритмы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- ☐ самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
- ☐ точно представить математические знания в области изучаемого курса в устной и письменной форме.

### владеть:

- ☐ навыками освоения большого объема информации и решения задач;
- ☐ навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- ☐ культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования изучаемых в курсе математических подходов и методов;
- ☐ предметным языком вычислительной математики и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

см. файл.

## 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

см. файл.

Критерии оценивания

см. файл.



**5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

см. файл.

### 3. Перечень типовых контрольных заданий, используемых для оценки знаний, умений, навыков

Промежуточная аттестация по дисциплине «Нелинейные вычислительные процессы» осуществляется в форме дифференцированного зачета. Дифференцированный зачет проводится по итогам сдачи трех заданий, каждое из которых включает в себя лабораторную работу и письменный тест, и путем организации специального опроса, проводимого в письменной форме (итоговая контрольная работа).

Пример письменного теста при сдаче первого задания:

1. Для численного интегрирования уравнения  $u_t + au_x = 0$ ,  $a = \text{const}$ , рассматривается следующая схема с пересчетом:

$$\begin{cases} \frac{u_{m+1}^{n+1/2} - (u_{m+1}^n + u_m^n)/2}{\tau/2} + a \frac{u_m^n - u^n}{h} = 0, \\ \frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{h} + a \frac{u_{m+1/2}^{n+1/2} - u_{m-1/2}^{n+1/2}}{h} = 0. \end{cases}$$

Определить порядок аппроксимации данной схемы (3 балла).

2. Распространение плоских звуковых волн в газе описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_0 c^2 \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \end{cases}$$

где  $u$  и  $p$  – малые отклонения скорости и давления от их значений в невозмущенной среде,  $\rho_0$  и  $c_0$  – постоянные плотность среды и скорость звука в ней. Доказать, что данная система уравнений имеет гиперболический тип (1 балл), выписать для нее инварианты Римана (1 балл) и построить разностную схему Лакса-Вендроффа для ее решения (1 балл).

3. Рассматривается задача Римана для одномерной системы уравнений Эйлера газовой динамики. Параметры слева от первоначального разрыва:  $p_L = 1.0$ ,  $\rho_L = 1.0$ ,  $u_L = 1.0$ . Используя анализ на фазовой плоскости состояний  $(u, p)$ , привести какой-либо набор параметров  $p_R, \rho_R, u_R$  справа от разрыва, чтобы в результате распада разрыва образовалась конфигурация из:

- ударной волны, движущейся вправо, контактного разрыва и волны разрежения, движущейся влево (1.5 балла);
- ударной волны, движущейся влево, контактного разрыва и волны разрежения, движущейся вправо (1.5 балла).

Пример лабораторной работы по первому заданию подробно описан в учебном пособии по курсу:

Холодов, Я.А., Уткин, П.С., Холодов, А.С. Монотонные разностные схемы высокого порядка аппроксимации для систем уравнений гиперболического типа: учебное пособие. – М.: МФТИ, 2015. – 69 С,

размещенном на сайте института: <https://mipt.ru/upload/medialibrary/ebb/Hyperbolic.pdf>.

Пример итоговой контрольной работы:

1. Для одномерных уравнений газовой динамики:

$$\begin{cases} \mathbf{U}_t + \mathbf{F}_x = 0, x \in [0, 1], \\ \mathbf{U}(\mathbf{V}) = \{\rho, \rho u, e\}^T, \mathbf{F}(\mathbf{V}) = \{\rho u, \rho u^2 + p, u(e + p)\}^T, \\ \mathbf{V} = \{\rho, u, \varepsilon\}^T, e = \rho \varepsilon + 0.5 \rho u^2, p = \rho(\gamma - 1)\varepsilon, \end{cases}$$

известно, что в некоторый момент времени в точках  $x = 0, u = c$  и  $x = 1, u > c$ , где  $c$  – скорость звука. Определите, сколько граничных условий понадобится задать в каждой из точек  $x = 0$  и  $x = 1$  (7 баллов).

2. Для одномерной нелинейной системы гиперболического типа, записанной в дивергентной форме:

$$\mathbf{U}_t + \mathbf{F}(\mathbf{U})_x = 0,$$

все возможные явные однослойные схемы могут быть представлены в следующем виде:

$$\mathbf{U}_m^{n+1} = \mathbf{U}_m^n - \frac{\tau}{h} (\mathbf{F}_{m+1/2} - \mathbf{F}_{m-1/2}),$$

и отличаются друг от друга только аппроксимацией вектора потока  $\mathbf{F}_{m+1/2}$ . Известно, что для каждого из условий совместности исходной одномерной гиперболической системы  $\omega_i \cdot (\mathbf{U}_t + \lambda_i \mathbf{U}_x) = 0, i = 1, \dots, I$  построена разностная схема в виде:

$$\omega_i \cdot [\mathbf{U}_m^{n+1} - \mathbf{U}_m^n - \frac{\sigma_i}{2} (\mathbf{U}_{m-1}^n - \mathbf{U}_{m+1}^n) - \frac{|\sigma_i| + \sigma_i^2}{4} (\mathbf{U}_{m-1}^n - 2\mathbf{U}_m^n + \mathbf{U}_{m+1}^n)] = 0, i = 1, \dots, I.$$

Определите, какой вид в этом случае будет иметь вектор  $\mathbf{F}_{m+1/2}$  (9 баллов).

3. Для произвольной линейной двумерной системы уравнений гиперболического типа:

$$\mathbf{V}_t + \mathbf{A}_1 \mathbf{V}_x + \mathbf{A}_2 \mathbf{V}_y = 0, \mathbf{V} = \{v_1, \dots, v_I\},$$

определите, при выполнении каких условий, она может быть преобразована к набору из  $I$  линейно независимых двумерных уравнений переноса вида

$$w_{it} + \lambda_{1i} w_{ix} + \lambda_{2i} w_{iy} = 0, i = 1, \dots, I.$$

Здесь  $\lambda_{1i}$  и  $\lambda_{2i}$  – собственные числа матриц  $\mathbf{A}_1$  и  $\mathbf{A}_2$  (9 баллов).

4. Для двумерного уравнения смешанного типа:

$$u_t + u_x + u_y = u_{xx},$$

решаемого на хаотической сетке, рассчитайте, сколько понадобится соседних точек вашей сетки, чтобы схема:

$$u^{n+1} = \sum_j \alpha_{ij} u_j^n,$$

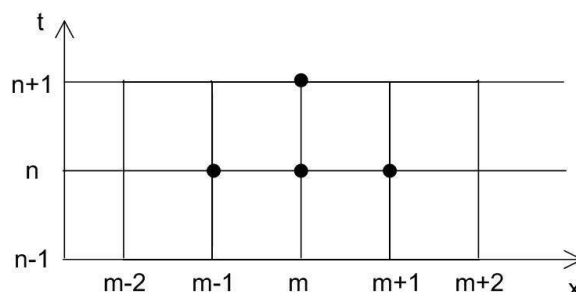
давала второй порядок аппроксимации  $O(\tau^2, r^2)$ , где  $r$  – максимальное расстояние от рассчитываемой точки до любой из соседних:

$$r = \max_{j, j \neq i} \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}.$$

5. Приведите пример монотонной по Фридрихсу консервативной и неконсервативной разностных схем первого порядка аппроксимации для нелинейного уравнения Хопфа:

$$u_t + (u^2/2)_x = 0,$$

численно интегрируемого на шаблоне, представленном на рисунке ниже:



#### 4. Критерии оценивания

Работа студентов по курсу оценивается по 100 бальной шкале. Из этих 100 баллов 45 приходится на три задания (лабораторные работы), 45 баллов на итоговую контрольную работу и 10 баллов даются за посещение лекций.

Баллы за задания распределяются в следующей пропорции: по 15 баллов за каждую работу. Оценка за каждую работу складывается из трех частей:

- письменный тест – 9 баллов (3 задачи по 3 балла каждая);
- выполнение задания - 6 баллов.

Для написания тестов и сдачи каждого из заданий устанавливаются определенные временные сроки. Дата написания теста по каждому из заданий устанавливается заранее и объявляется преподавателем. Сдавать работу можно со следующего после написания теста занятия, включая занятие, на котором пишется тест уже к следующей лабораторной работе. Те из студентов, кто не укладывается в заданные сроки и не имеет документально подтвержденных уважительных причин, попадает на следующие штрафные санкции:

- каждое занятие после установленного срока отнимает 2 балла от оценки за сдаваемую работу.

Разрешается сдача заданий не только во время установленное расписанием для конкретной группы, но и на занятиях других групп, в том случае если они проводятся вашим преподавателем.

Баллы за посещения лекций начисляются из расчета по 1 баллу за каждое посещение. Больше 10 баллов не начисляется.

Итоговые оценки выставляется следующим образом:

- «неудовлетворительно (1)» – 10 – 19 баллов;
- «неудовлетворительно (2)» – 20 – 29 баллов;
- «удовлетворительно (3)» – 30 – 39 баллов;
- «удовлетворительно (4)» – 40 – 49 баллов;
- «хорошо (5)» – 50 – 59 баллов;
- «хорошо (6)» – 60 – 69 баллов;
- «хорошо (7)» – 70 – 79 баллов;
- «отлично (8)» – 80 – 85 баллов;
- «отлично (9)» – 86 – 95 баллов;
- «отлично (10)» – 96 – 100 баллов.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

При проведении письменного теста по каждому из заданий обучающему предоставляется один академический час. При этом обучающиеся могут пользоваться вычислительной техникой.

Время проведения итоговой контрольной работы составляет два академических часа. При этом обучающиеся могут пользоваться вычислительной техникой.