

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Директор физтех-школы  
прикладной математики и  
информатики**

**А.М. Райгородский**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Прикладная статистика
<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Физика и педагогика Физтех-школа физики и исследований им. Ландау кафедра дискретной математики
<b>курс:</b>	2
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 4 (весенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 75 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Количество контрольных работ, заданий: 1

Программу составил: Н.А. Волков, phd (к.ф.-м.н.), ассистент

Программа обсуждена на заседании кафедры дискретной математики 03.03.2023

## Аннотация

Курс посвящен основным методам статистического анализа реальных данных, которые подкрепляются необходимой математической теорией. В курсе разбираются как параметрические методы, так и непараметрические. Особое внимание уделяется особенностям работы с реальными данными, а также их подготовке. По итогам прохождения курса студенты смогут правильно формулировать гипотезы по реальным данным, выбирать статистический метод для решения задачи и составлять правильные выводы.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

Изучение математических и теоретических основ современного статистического анализа, а также подготовка слушателей к дальнейшей самостоятельной работе в области анализа статистических задач прикладной математики, физики, астрономии.

#### Задачи дисциплины

- изучение математических основ прикладной статистики;
- приобретение слушателями теоретических знаний в области современного статистического анализа;
- приобретение слушателями навыков подготовки реальных данных к обработке и выбора статистического метода для решения задачи.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
	УК-1.5 Определяет и оценивает практические последствия возможных вариантов решения задачи
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ОПК-2 Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при решении задач профессиональной деятельности, соблюдая требования информационной безопасности	ОПК-2.1 Способен применять современные вычислительную технику и сервисы сети Интернет в области (сфере) профессиональной деятельности
	ОПК-2.2 Знает и умеет применять численные математические методы и прикладное программное обеспечение для решения научных задач в профессиональной области
	ОПК-2.3 Знает основные требования информационной безопасности
ОПК-3 Способен составлять и оформлять научные и (или) технические (технологические, инновационные) отчеты	ОПК-3.1 Знает основные правила оформления научных публикаций и научно-технической документации, в том числе с использованием прикладного программного обеспечения
	ОПК-3.2 Владеет на практике методологией составления научно-технических отчетов (проектов)

(публикации, проекты)	ОПК-3.3 Владеет методами визуального и графического представления результатов научной (научно-технической, инновационной технологической) деятельности в виде отчетов, научных публикаций
ПК-1 Способен планировать и проводить научные эксперименты (в избранной предметной области) и (или) теоретические (аналитические и имитационные) исследования	ПК-1.1 Владеет фундаментальными понятиями, законами и теориями современной физики
	ПК-1.2 Имеет глубокое знание и понимание базовых математических дисциплин
	ПК-1.3 Владеет культурой постановки научной задачи и моделирования естественнонаучных объектов и систем
	ПК-1.4 Умеет строить математические модели для описания и исследования процессов и явлений в соответствующих научных областях
	ПК-1.5 Владеет навыками безопасной работы с современными научными приборами и другим экспериментальным оборудованием
	ПК-1.6 Знает основные правила поведения и работы в современной научной лаборатории
	ПК-1.7 Способен оценивать требуемые ресурсы (материальные и временные) для планирования и проведения научного эксперимента
	ПК-1.8 Владеет навыками работы с современными языками программирования и программными пакетами для научных расчетов
ПК-2 Способен анализировать полученные в ходе научно-исследовательской работы данные и делать научные выводы (заключения)	ПК-1.9 Знает перечень ведущих периодических научных изданий и способен выделять актуальные научные публикации в профессиональной области
	ПК-2.1 Владеет методами статистической обработки и анализа научных данных
	ПК-2.2 Умеет находить ключевые параметры, определяющие изучаемое явление, и производить численные оценки по порядку величины
	ПК-2.3 Способен представлять научные утверждения, их обоснования и доказательства, научные проблемы и их решения ясно и точно в терминах, понятных для профессиональной аудитории, в письменной и устной форме

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- фундаментальные понятия, законы теории вероятностей и математической статистики;
- понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем курса;
- основные свойства объектов математической статистики;
- аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач теории вероятностей и математической статистики;
- параметрические и непараметрические методы статистического анализа;
- базовые понятия теории проверки статистических гипотез;
- основные подходы к сравнению оценок параметров как случайных величин;
- определение общей линейной регрессионной модели и метод наименьших квадратов;
- многомерное нормальное распределение и его основные свойства;
- методы оценки корреляционной зависимости;
- виды задач дисперсионного анализа.

уметь:

- использовать свои знания для решения прикладных задач математической статистики;
- самостоятельно находить методы решения задач, в том числе нестандартных, и проводить их анализ;
- внедрять математико-статистические методы исследований при решении прикладных задач физики, астрономии, математики;
- самостоятельно углублять и расширять знания в области математической статистики.

владеть:

- культурой постановки, анализа и решения задач прикладной статистики, требующих для своего решения использования математических подходов и методов;
- основными методами математической статистики для построения точечных и доверительных оценок;
- навыками применения теорем математической статистики в прикладных задачах физики, математики.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Точечные оценки параметров, метод максимального правдоподобия	3	3		4
2	Сравнение оценок	2	2		3
3	Метод Ньютона и его применение для решения уравнения правдоподобия	2	2		3
4	Робастность, асимптотическая толерантность	2	2		3
5	Доверительные интервалы и доверительные области, метод бутстрепа	2	2		3
6	Ядерные оценки плотности	2	2		3
7	Проверка статистических гипотез	3	3		5
8	Критерий Вальда	2	2		3
9	Пример проверки гипотез в задаче исследовании эффективности нового лекарства	2	2		3
10	Поведение критического уровня критерия для разных размеров выборки	2	2		3
11	Общие критерии согласия	2	2		3
12	Линейная регрессия и коэффициенты корреляции	2	2		13
13	Виды задач дисперсионного анализа, примеры	2	2		13
14	Виды альтернатив в непараметрическом случае	2	2		13
Итого часов		30	30		75
Подготовка к экзамену		0 час.			

Общая трудоёмкость	135 час., 3 зач.ед.
--------------------	---------------------

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 4 (Весенний)

##### 1. Точечные оценки параметров, метод максимального правдоподобия

Точечные оценки параметров. Статистики и оценки, примеры статистик. Свойства оценок - несмещенность, состоятельность, сильная состоятельность, асимптотическая нормальность. Практический смысл свойств. Примеры. Наследование свойств. Дельта-метод, пример. Метод максимального правдоподобия, примеры и свойства. Задача про гамма-излучение. Метод выборочных квантилей, асимптотическая нормальность выборочной квантили.

##### 2. Сравнение оценок

Сравнение оценок. Функция потерь и функция риска, MSE и MAE, примеры. Асимптотическая эффективность.

##### 3. Метод Ньютона и его применение для решения уравнения правдоподобия

Метод Ньютона и его применение для решения уравнения правдоподобия. Одношаговые оценки и их эквивалентность ОМП. Одношаговая оценка для модели Коши со сдвигом.

##### 4. Робастность, асимптотическая толерантность

Робастность, асимптотическая толерантность. Робастные оценки: усеченное среднее и медиана средних Уолша, их асимптотическая толерантность и асимптотическая эффективность по отношению к выборочному среднему на всем классе гладких симметричных распределений и в частных случаях. Робастность, асимптотическая толерантность. Робастные оценки: усеченное среднее и медиана средних Уолша, их асимптотическая толерантность и асимптотическая эффективность по отношению к выборочному среднему на всем классе гладких симметричных распределений и в частных случаях.

##### 5. Доверительные интервалы и доверительные области, метод бутстрепа

Доверительные интервалы и доверительные области. Асимптотические доверительные интервалы, метод построения, пример. Точные доверительные интервалы для параметров в нормальной модели (4 вида). Распределения хи-квадрат и Стьюдента, их свойства. Метод бутстрепа. Пример про дисперсию оценки коэффициента асимметрии. Описание метода бутстрепа, пример про оценку дисперсии статистики. Бутстрепные доверительные интервалы.

##### 6. Ядерные оценки плотности

Ядерные оценки плотности, виды ядер, связь с эмпирической функцией распределения, сходимость оценки плотности. Оптимальная ширина ядра и оптимальное ядро, подбор оптимальной ширины ядра по выборке.

##### 7. Проверка статистических гипотез

Проверка статистических гипотез: гипотезы и критерии, варианты ответов, связь с презумпцией невиновности. Ошибки I и II рода, уровень значимости критерия, мощность критерия, пример. Множественная проверка гипотез, постановка задачи, пример. Контроль FWER, методы Бонферрони и Холма. Нисходящие и восходящие процедуры.

## 8. Критерий Вальда

Критерий Вальда, его разновидности и особенности, функция мощности, пример.

## 9. Пример проверки гипотез в задаче исследовании эффективности нового лекарства

Пример проверки гипотез в задаче исследовании эффективности нового лекарства.  $p$ -value – определение в частном и общем случаях. Распределение  $p$ -value при справедливости основной гипотезы. Что не является  $p$ -value, пример.

## 10. Поведение критического уровня критерия для разных размеров выборки

Поведение критического уровня критерия для разных размеров выборки, следствия. Практическая значимость результата, примеры. Определение необходимого размера выборки на этапе планирования эксперимента.

## 11. Общие критерии согласия

Общие критерии согласия. Критерий Колмогорова, другие критерии, основанные на отклонении от ЭФР. Графический способ проверки с помощью Q-Q plot. Критерии проверки нормальности: Жарка-Бера, Шапиро-Уилка. Критерий хи-квадрат, теорема Пирсона, пример.

## 12. Линейная регрессия и коэффициенты корреляции

Линейная регрессия. Постановка задачи линейной регрессии, примеры зависимостей, случай категориальных переменных. Метод наименьших квадратов. Оценка вектора параметров и ее свойства. Геометрический смысл метода. Несмещенная оценка дисперсии ошибки в методе наименьших квадратов. Коэффициенты корреляции Пирсона, Спирмена и Кендалла, их свойства. Таблицы сопряженности  $2 \times 2$ , точный тест Фишера, меры взаимосвязи, определение количества наблюдений. Общий случай таблиц сопряженности, типы вероятностных моделей, критерий хи-квадрат.

## 13. Виды задач дисперсионного анализа, примеры

Виды задач дисперсионного анализа, примеры. Критерии проверки однородности для бернуллиевских выборок, доверительные интервалы для разности (простые и Уилсона). Проверка на равенство средних нормальных выборок ( $t$ -test, 3 сл.), проверка равенства дисперсий, проверка однородности нормальных выборок.

## 14. Виды альтернатив в непараметрическом случае

Виды альтернатив в непараметрическом случае. Критерии Смирнова и Розенблатта. Критерий Уилкоксона-Манна-Уитни, его свойства, связанная с ним оценка параметра сдвига. Связные выборки, предположения модели, пример, когда предположения не выполняются. Критерий знаков, его свойства, связанная с ним оценка параметра сдвига. Критерий ранговых сумм Уилкоксона, его свойства, связанная с ним оценка параметра сдвига. Проверка симметрии.

## 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Стандартная учебная аудитория, оснащенная мультимедиа проектором, экраном и микрофоном.

## 6. Перечень рекомендуемой литературы

### Основная литература

1. Введение в математическую статистику [Текст] : [учебник для вузов] / Г. И. Ивченко, Ю. И. Медведев. — М. : ЛКИ, 2010, 2014, 2015. — 600 с.

2. Наглядная математическая статистика [Текст] : учеб. пособие для вузов / М. Б. Лагутин .— 2-е изд., испр. — М. : Бином. Лаб. знаний, 2009 .— 472 с.

#### Дополнительная литература

1. Задачи с решениями по математической статистике [Текст] : учеб. пособие для вузов / Г. И. Ивченко, Ю. И. Медведев, А. В. Чистяков .— 2-е изд., испр. и доп. — М. : Дрофа, 2007 .— 318, [2] с. : ил. — (Высшее образование). - Библиогр.: с. 317. - 5000 экз. - ISBN 978-5-358-00772-7 (в пер.) .

### **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Не используются

### **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Не предусмотрено.

### **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Студент, изучающий дисциплину, должен, с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике. В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения и понятия, уметь применять полученные знания для решения различных задач.

Успешное освоение курса требует:

- посещения всех занятий, предусмотренных учебным планом по дисциплине;
- ведения конспекта занятий;
- напряжённой самостоятельной работы студента.

Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала, подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения;
- решение задач, предлагаемых студентам на занятиях;
- подготовку к выполнению заданий текущей и промежуточной аттестации.

Показателем владения материалом служит умение без конспекта отвечать на вопросы по темам дисциплины.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями преподавателю.

Возможен промежуточный контроль знаний студентов в виде решения задач в соответствии с тематикой занятий.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

**по направлению:** Прикладные математика и физика  
**профиль подготовки:** Физика и педагогика  
Физтех-школа физики и исследований им. Ландау  
кафедра дискретной математики  
**курс:** 2  
**квалификация:** бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 4 (весенний) - Дифференцированный зачет

**Разработчик:** Н.А. Волков, phd (к.ф.-м.н.), ассистент



# 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
	УК-1.5 Определяет и оценивает практические последствия возможных вариантов решения задачи
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ОПК-2 Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при решении задач профессиональной деятельности, соблюдая требования информационной безопасности	ОПК-2.1 Способен применять современные вычислительную технику и сервисы сети Интернет в области (сфере) профессиональной деятельности
	ОПК-2.2 Знает и умеет применять численные математические методы и прикладное программное обеспечение для решения научных задач в профессиональной области
	ОПК-2.3 Знает основные требования информационной безопасности
ОПК-3 Способен составлять и оформлять научные и (или) технические (технологические, инновационные) отчеты (публикации, проекты)	ОПК-3.1 Знает основные правила оформления научных публикаций и научно-технической документации, в том числе с использованием прикладного программного обеспечения
	ОПК-3.2 Владеет на практике методологией составления научно-технических отчетов (проектов)
	ОПК-3.3 Владеет методами визуального и графического представления результатов научной (научно-технической, инновационной технологической) деятельности в виде отчетов, научных публикаций
ПК-1 Способен планировать и проводить научные эксперименты (в избранной предметной области) и (или) теоретические (аналитические и имитационные) исследования	ПК-1.1 Владеет фундаментальными понятиями, законами и теориями современной физики
	ПК-1.2 Имеет глубокое знание и понимание базовых математических дисциплин
	ПК-1.3 Владеет культурой постановки научной задачи и моделирования естественнонаучных объектов и систем
	ПК-1.4 Умеет строить математические модели для описания и исследования процессов и явлений в соответствующих научных областях
	ПК-1.5 Владеет навыками безопасной работы с современными научными приборами и другим экспериментальным оборудованием
	ПК-1.6 Знает основные правила поведения и работы в современной научной лаборатории
	ПК-1.7 Способен оценивать требуемые ресурсы (материальные и временные) для планирования и проведения научного эксперимента

	ПК-1.8 Владеет навыками работы с современными языками программирования и программными пакетами для научных расчетов
	ПК-1.9 Знает перечень ведущих периодических научных изданий и способен выделять актуальные научные публикации в профессиональной области
	ПК-2.1 Владеет методами статистической обработки и анализа научных данных
ПК-2 Способен анализировать полученные в ходе научно-исследовательской работы данные и делать научные выводы (заключения)	ПК-2.2 Умеет находить ключевые параметры, определяющие изучаемое явление, и производить численные оценки по порядку величины
	ПК-2.3 Способен представлять научные утверждения, их обоснования и доказательства, научные проблемы и их решения ясно и точно в терминах, понятных для профессиональной аудитории, в письменной и устной форме

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Прикладная статистика» обучающийся должен:

### знать:

- фундаментальные понятия, законы теории вероятностей и математической статистики;
- понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем курса;
- основные свойства объектов математической статистики;
- аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач теории вероятностей и математической статистики;
- параметрические и непараметрические методы статистического анализа;
- базовые понятия теории проверки статистических гипотез;
- основные подходы к сравнению оценок параметров как случайных величин;
- определение общей линейной регрессионной модели и метод наименьших квадратов;
- многомерное нормальное распределение и его основные свойства;
- методы оценки корреляционной зависимости;
- виды задач дисперсионного анализа.

### уметь:

- использовать свои знания для решения прикладных задач математической статистики;
- самостоятельно находить методы решения задач, в том числе нестандартных, и проводить их анализ;
- внедрять математико-статистические методы исследований при решении прикладных задач физики, астрономии, математики;
- самостоятельно углублять и расширять знания в области математической статистики.

### владеть:

- культурой постановки, анализа и решения задач прикладной статистики, требующих для своего решения использования математических подходов и методов;
- основными методами математической статистики для построения точечных и доверительных оценок;
- навыками применения теорем математической статистики в прикладных задачах физики, математики.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Примеры заданий для контрольных работ:

1. Пусть  $X_1, \dots, X_n$  --- выборка из распределения Лапласа со сдвигом  $\theta$ , то есть плотность имеет вид  $p_{\theta}(x) = \frac{1}{2} e^{-|x-\theta|}$ . Сравните в асимптотическом подходе выборочное среднее  $\overline{X}$ , усеченное среднее  $\overline{X}_{\alpha}$ , выборочную медиану  $\widehat{\mu}$ , медиану средних Уолша  $W$ .

2. Найдите асимптотическую толерантность медианы средних Уолша  $W_n$ .
3. Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  --- выборка из неизвестного распределения  $P$  с плотностью  $p(x)$  и  $\tilde{p}_n(x)$  --- построенная по ней ядерная оценка плотности. Пусть также  $\xi$  --- случайная величина из распределения  $P$ , независимая с выборкой  $X$ . Рассмотрим ожидаемую среднеквадратичную ошибку  $E \left( \tilde{p}_n(\xi) - p(\xi) \right)^2$ . Какова асимптотика оптимальной ширины ядра, минимизирующей эту ошибку?
4. Пусть  $X_j = (X_{j1}, \dots, X_{jn_j})$ ,  $j \in \{1, 2\}$  --- две выборки. Для каждой выборки проверяются гипотезы  $H_j$  vs.  $H'_j$  с помощью критерия  $S_j$  уровня значимости  $\alpha$ . Предположим, гипотезы  $H_j$  верны. Какие значения может принимать FWER? Чему соответствуют пограничные значения, а также случай независимости выборок?
5. Пусть  $X_1, \dots, X_n$  --- выборка из распределения Бернулли с параметром  $\theta$ . Вычислите  $MSE_{\widehat{\theta}}(\theta)$ , где  $\widehat{\theta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$  --- оценка Ходжеса-Лемана.
6. Медицинская лаборатория проводит испытания нового препарата для лечения некоторого заболевания. Для исследований были отобраны 2500 больных. Некоторые из них принимали новый препарат, а другие --- плацебо. В первой группе значимое улучшение состояния наблюдается среди 853 пациентов из 1719 пациентов, принимавших новый препарат. Во второй группе значимое улучшение наблюдается среди 369 пациентов из 781 пациентов, принимавших плацебо. Влияет ли новый препарат на улучшение состояния у пациентов?
7. Рассмотрим критерий Уилкоксона-Манна-Уитни. Докажите, что при отсутствии совпадений среди  $X_i$  и  $Y_j$  для статистики Манна-Уитни справедливо  $U = V - \frac{m(m+1)}{2}$ . Найдите  $E U$  при справедливости гипотезы  $H_0$  об однородности выборок.

#### 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Какие основные подходы к статистике рассматриваются?
2. Что такое оценка параметра?
3. Можно ли оценивать сдвиг в модели распределения Коши с помощью выборочного среднего?
4. Как сгенерировать бутстрепную выборку?
5. Какова практическая интерпретация доверительного интервала?
6. Какие ответы возможны в задаче проверки гипотез?
7. Что такое критерий проверки гипотез?
8. Как проверить нормальность выборки?
9. Можно ли с помощью линейной регрессии приблизить параболическую зависимость?
10. Когда имеет смысл применять коэффициент корреляции Пирсона?
11. Что такое ранг наблюдения в выборке?
12. Как проверить независимости вещественного и категориального признака?
13. Как строится критерий Уилкоксона-Манна-Уитни?

##### Пример билета

1. Как сгенерировать бутстрепную выборку?
2. Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  --- выборка из неизвестного распределения  $P$  с плотностью  $p(x)$  и  $\tilde{p}_n(x)$  --- построенная по ней ядерная оценка плотности. Пусть также  $\xi$  --- случайная величина из распределения  $P$ , независимая с выборкой  $X$ . Рассмотрим ожидаемую среднеквадратичную ошибку  $E \left( \tilde{p}_n(\xi) - p(\xi) \right)^2$ . Какова асимптотика оптимальной ширины ядра, минимизирующей эту ошибку?

##### Критерии оценивания

- оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений

- оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений
- оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему всесторонние систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, и правильное обоснование принятых решений
- оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал, и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет фрагментарно основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач;
- оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется студенту, который не знает формулировок основных понятий дисциплины.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Дифференцированный зачет проводится в устной форме по билетам.