

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Директор физтех-школы  
прикладной математики и  
информатики**

**А.М. Райгородский**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Геометрическое моделирование и построение расчетных сеток
<b>по направлению:</b>	Прикладная математика и информатика
<b>профиль подготовки:</b>	Прикладная математика и информатика Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра математического моделирования сложных систем и оптимизации
<b>курс:</b>	1
<b>квалификация:</b>	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 45 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 15 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 45 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Количество контрольных работ, заданий: 4

Программу составил: А.А. Жукова, канд. физ.-мат. наук, доцент, заведующий кафедрой

Программа обсуждена на заседании кафедры математического моделирования сложных систем и оптимизации  
02.04.2024

## Аннотация

Дисциплина "Геометрическое моделирование и построение расчетных сеток" изучает методы численного моделирования и расчетные сетки; понятие криволинейной сетки, методы Винслоу, Годунова-Прокопова и др.; структурированные и неструктурированные сетки, их области применения.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

- изучение основных понятий и методов геометрического моделирования и построение расчетных сеток.

#### Задачи дисциплины

- освоение студентами базовых знаний в области геометрическое моделирование и построение расчетных сеток;
- приобретение теоретических знаний в области геометрическое моделирование и построение расчетных сеток;
- оказание консультаций и помощи студентам в решении теоретических и практических задач.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
	УК-1.2 Осуществляет поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации
	УК-1.3 Разрабатывает стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности
ОПК-5 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области информатики и вычислительной техники, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-5.1 Имеет представление о современном состоянии исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-5.2 Способен оценивать актуальность исследований в области информатики и вычислительной техники и их практическую значимость
	ОПК-5.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
ПК-1 Готов к включению в профессиональное сообщество; способен проводить под научным руководством локальные исследования на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности	ПК-1.1 Знает принципы построения научной работы, методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации; владеет навыками подготовки научных обзоров, публикаций рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и английском языке
	ПК-1.2 Умеет решать научные задачи с пониманием существующих подходов к верификации модели программного обеспечения в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой
	ПК-1.3 Имеет практический опыт выступлений на научной аргументации при анализе объекта научной профессиональной деятельности

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- фундаментальные понятия, законы, методы геометрического моделирования и построение расчетных сеток;
- основные свойства соответствующих математических объектов;
- аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач.

уметь:

- понять поставленную задачу;
- использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач теории геометрического моделирования и построение расчетных сеток ;
- оценивать корректность постановок задач;
- строго доказывать или опровергать утверждение;
- самостоятельно находить алгоритмы решения задач геометрического моделирования и построение расчетных сеток, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- самостоятельно видеть следствия полученных результатов.

владеть:

- навыками освоения большого объема информации и решения задач;
- навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов геометрического моделирования и построение расчетных сеток;
- предметным языком дискретной математики и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Критерии взаимнооднозначности многомерных отображений.	8	4		15
2	Предмет курса и исторический обзор: методы численного моделирования и расчетные сетки; понятие криволинейной сетки, методы Винслоу, Годунова-Прокопова и др.; структурированные и неструктурированные сетки, их области применения.	8	4		10
3	Распластывание поверхностей в задачах анатомии, геологии, штамповки, компьютерной графики; принцип максимума для дискретных гармонических отображений, деформации триангуляции (Флоатер); метод упаковки окружностей и конформное распастывание (Стефенсон, Бобенко); квазиизометричное распастывание (Гаранжа).	8	4		10

4	Теорема Делоне о "пустом шаре" и современные методы построения неструктурированных сеток: минимаксные свойства разбиений Делоне; вариационный принцип (Раджан); практические методы построения триангуляции Делоне (Жорж).	6	3		10
Итого часов		30	15		45
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		90 час., 2 зач.ед.			

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 2 (Весенний)

##### 1. Критерии взаимнооднозначности многомерных отображений.

Критерии взаимнооднозначности многомерных отображений.

Краткий обзор теории двумерных многообразий ограниченной кривизны (МОК) А.Д. Александрова:

внутренняя метрика и кривизна;

понятие полиэдральной (многогранной метрики);

кривизна многогранников;

сходимость и аппроксимация МОК многогранниками;

метод разрезания и склейки.

Связь кривизны и свойств параметризаций МОК. Изотермические, чебышевские и квазиизометричные координаты в МОК.

Теория А.Д.Александрова и современная машинная геометрия.

Адаптивные сетки в задачах численного моделирования.

проблемы корректной постановки задачи адаптации;

минимизация ошибки интерполяции, использование апостериорных оценок в методе конечных элементов;

методы следящей поверхности, использование многомерных гармонических отображений (Брэкбил, Лисейкин);

принцип равномерного распределения (де Бур) и его многомерное обобщение на основе квазиизометричных отображений;

"распластывание" метрики в задачах адаптации;

подвижные адаптивные сетки и принцип геометрической консервативности.

2. Предмет курса и исторический обзор: методы численного моделирования и расчетные сетки; понятие криволинейной сетки, методы Винслоу, Годунова-Проконова и др.; структурированные и неструктурированные сетки, их области применения.

Методы построения пространственных отображений и расчетные сетки:

конформные и квазиконформные отображения;

гармонические отображения, принцип максимума и обратимость в двумерном случае (Радо-Кнезер-Шоке);

отображения с ограниченным искажением (Решетняк);

отображения в теории упругости и кристаллографии;

квазиизометричные отображения;

"гиперболические", "параболические" и "эллиптические" методы построения расчетных сеток.

3. Распластывание поверхностей в задачах анатомии, геологии, штамповки, компьютерной графики; принцип максимума для дискретных гармонических отображений, деформации триангуляции (Флоатер); метод упаковки окружностей и конформное распастывание (Стефенсон, Бобенко); квазиизометричное распастывание (Гаранжа).

Отображения в задачах графики и анимации: отображения текстур с минимальным искажением, деформация (морфинг) поверхностей и объемов.

Методы реконструкции и "ремонта" поверхностей.

Сингулярности отображений, понятие квазиизометричных (билипшицевых) отображений.

Вариационные методы построения отображений:

несовместимость выпуклости функционала и ориентируемости экстремального отображения (Сьярле);

понятия квазивыпуклости (Морри), поливыпуклости (Болл), выпуклости ранга 1, эллиптичности (Лсжандр-Адамар);

множество допустимых отображений, его поливыпуклость;

корректность краевых задач для построения многомерных отображений (Болл).

4. Теорема Делоне о "пустом шаре" и современные методы построения неструктурированных сеток: минимаксные свойства разбиений Делоне; вариационный принцип (Раджан); практические методы построения триангуляции Делоне (Жорж).

Понятие невырожденной (допустимой) сетки, "распутывание" расчетных сеток, понятие "барьера" на границе допустимого множества (Иваненко, Чарахчян).

Построение отображений и сеток с минимальным искажением. Оценки искажения для полилинейных отображений и для основных конечных элементов.

Построение параметризаций поверхностей и многообразий. Основные подходы к построению сеток на поверхностях.

## **5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Необходимое оборудование для лекций: компьютер и мультимедийное оборудование (проектор, звуковая система).

## **6.Перечень рекомендуемой литературы**

### **Основная литература**

1. Лекции по современным аспектам линейной алгебры [Текст] / С. К. Годунов ; Ин-т математики им. С. Л. Соболева СО РАН .— Научное изд. — Новосибирск : Научная книга, 2002 .— 216 с.

### **Дополнительная литература**

1. Разностные схемы. Введение в теорию [Текст] : уч. пособие для вузов и ун-тов / С. К. Годунов, В. С. Рябенский .— М. : Наука, 1973 .— 400 с.

## **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Не используются

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Не требуется.

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Студент, изучающий курс алгебры логики, комбинаторика, теория графов, должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике.

В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения понятия, аксиомы, методы доказательств.

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы,
- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе), подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения, доказательство отдельных утверждений, свойств
- подготовку к дифференцированному зачету.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций.

Показателем владения материалом служит умение решать задачи. Для формирования умения применять теоретические знания на практике студенту необходимо решать как можно больше задач. При решении задач каждое действие необходимо аргументировать, ссылаясь на известные теоретические сведения.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к лектору или преподавателю, ведущему практические занятия.

Литература для самостоятельной работы:

1. Годунов С. К., Прокопов Г. П., “О расчетах конформных отображений и построении разностных сеток”, Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 7:5 (1967), 1031–1059  
Math-Net.Ru MathSciNet MathSciNet Zentralblatt MATH
2. Годунов С. К., Прокопов Г. П., “Об использовании подвижных сеток в газодинамических расчетах”, Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 12:2 (1972), 429–440  
Math-Net.Ru MathSciNet MathSciNet Zentralblatt MATH
3. Brackbill J. U., Saltzman J. S., “Adaptive zoning for singular problems in two dimensions”, J. Comput. Phys., 46:3 (1982), 342–368 crossref MathSciNet MathSciNet Zentralblatt MATH ads ISIWebOfKnowledge
4. Jacquotte O. P., “A mechanical model for a new grid generation method in computational fluid dynamics”, Comput. Meth. Appl. Mech. and Engng., 66 (1988), 323–338  
crossref MathSciNet MathSciNet Zentralblatt MATH ads
5. Лисейкин В. Д., “О конструировании регулярных сеток на n-мерных поверхностях”, Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 31:11 (1991), 1670–1683  
Math-Net.Ru MathSciNet MathSciNet
6. Charles E. Cockrell. Interpretation of Waverider performance data using computational fluid dynamics // American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1993.
7. SolidWorks. Практическое руководство. М.: Бином, 2004.
8. Голованов Н. Н. Геометрическое моделирование. М.: Физматлит, 2002.
9. Алямовский А. А. COSMOSWorks. Основы расчета конструкций в среде SolidWorks. М.: ДМК Пресс, 2011.
10. Железнякова А.Л., Суржиков С.Т. Численное моделирование гиперзвукового обтекания модели летательного аппарата X-43 / Препр. ИПМех им. А.Ю. Ишлинского РАН. № 950. 2010
11. Гаранжа В. А., “Барьерный метод построения квазиизометрических сеток”, Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 40:11 (2000), 1685–1705 Math-Net.Ru MathSciNet MathSciNet Zentralblatt MATH
12. Гаранжа В. А., Замарашкин Н. Л., “Пространственные квазиизометричные отображения как решения задачи минимизации поливыпуклого функционала”, Построение расчетных сеток: теория и приложение, ВЦ РАН, М., 2002, 150–168

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

<b>по направлению:</b>	Прикладная математика и информатика
<b>профиль подготовки:</b>	Прикладная математика и информатика Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра математического моделирования сложных систем и оптимизации
<b>курс:</b>	<u>1</u>
<b>квалификация:</b>	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Дифференцированный зачет

**Разработчик:** А.А. Жукова, канд. физ.-мат. наук, доцент, заведующий кафедрой

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
	УК-1.2 Осуществляет поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации
	УК-1.3 Разрабатывает стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности
ОПК-5 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области информатики и вычислительной техники, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-5.1 Имеет представление о современном состоянии исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-5.2 Способен оценивать актуальность исследований в области информатики и вычислительной техники и их практическую значимость
	ОПК-5.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
ПК-1 Готов к включению в профессиональное сообщество; способен проводить под научным руководством локальные исследования на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности	ПК-1.1 Знает принципы построения научной работы, методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации; владеет навыками подготовки научных обзоров, публикаций рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и английском языке
	ПК-1.2 Умеет решать научные задачи с пониманием существующих подходов к верификации модели программного обеспечения в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой
	ПК-1.3 Имеет практический опыт выступлений на научной аргументации при анализе объекта научной профессиональной деятельности

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Геометрическое моделирование и построение расчетных сеток» обучающийся должен:

### знать:

- фундаментальные понятия, законы, методы геометрического моделирования и построение расчетных сеток;
- основные свойства соответствующих математических объектов;
- аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач.

### уметь:

- понять поставленную задачу;
- использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач теории геометрического моделирования и построение расчетных сеток ;
- оценивать корректность постановок задач;
- строго доказывать или опровергать утверждение;
- самостоятельно находить алгоритмы решения задач геометрического моделирования и построение расчетных сеток, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- самостоятельно видеть следствия полученных результатов.



**владеть:**

- навыками освоения большого объема информации и решения задач;
- навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов геометрического моделирования и построение расчетных сеток;
- предметным языком дискретной математики и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

**3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю**

С целью контроля освоения обучающимися учебного материала проводится устный опрос в начале занятия по теме прошлой лекции или в конце занятия по пройденной теме.

**4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся**

Перечень контрольных вопросов для сдачи дифференцированного зачета в 10-ом семестре:

1. Методы построения пространственных отображений и расчетные сетки.
2. Теорема Делоне о "пустом шаре" и современные методы построения неструктурированных сеток.
3. Понятие невырожденной (допустимой) сетки, "распутывание" расчетных сеток, понятие "барьера" на границе допустимого множества (Иваненко, Чарахчян).
4. Построение отображений и сеток с минимальным искажением. Оценки искажения для полилинейных отображений и для основных конечных элементов.
5. Построение параметризаций поверхностей и многообразий. Основные подходы к построению сеток на поверхностях.
6. Распластывание поверхностей в задачах анатомии, геологии, штамповки, компьютерной графики. - принцип максимума для дискретных гармонических отображений, деформации триангуляции (Флоатер).
7. Отображения в задачах графики и анимации: отображения текстур с минимальным искажением, деформация (морфинг) поверхностей и объемов.
8. Методы реконструкции и "ремонта" поверхностей.
9. Сингулярности отображений, понятие квазиизометричных (билипшицевых) отображений.
10. Вариационные методы построения отображений.
11. Критерии взаимнооднозначности многомерных отображений.
12. Связь кривизны и свойств параметризаций МОК. Изотермические, чебышевские и квазиизометричные координаты в МОК.
13. Теория А.Д.Александрова и современная машинная геометрия.
14. Адаптивные сетки в задачах численного моделирования.

**Критерии оценивания**

«отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений

«отлично (9)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений

«отлично (8)» выставляется студенту, показавшему всесторонние систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, и правильное обоснование принятых решений

«хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;

«хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;

«хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал, и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;

«удовлетворительно (4)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

«удовлетворительно (3)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет фрагментарно основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

«неудовлетворительно (2)» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Во время проведения дифференцированного зачета обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, а также справочной литературой, вычислительной техникой, конспектами лекций.

Дифференцированный зачет может проводиться по итогам текущей успеваемости и сдачи заданий, или путем организации специального опроса, проводимого в устной форме.