

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО

**Директор физтех-школы
прикладной математики и
информатики**

А.М. Райгородский

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Основы эргодической теории
по направлению:	Прикладная математика и информатика
профиль подготовки:	Прикладная математика и информатика Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра анализа систем и решений
курс:	2
квалификация:	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 3 (осенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 30 всего, в том числе:

лекции: 0 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 30 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Количество контрольных работ, заданий: 2

Программу составил: А.А. Шананин, д-р физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой

Программа обсуждена на заседании кафедры анализа систем и решений 19.04.2024

Аннотация

Цель курса познакомить слушателей с математическим аппаратом и с основными моделями эргодической теории, что позволяет осуществлять общий подход к решению широкого класса прикладных экстремальных задач, допускающих математическую формализацию.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

- познакомить слушателей с математическим аппаратом и с основными моделями эргодической теории.

Задачи дисциплины

- ознакомление с теорией динамических систем.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-3 Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1 Умеет анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-3.2 Владеет исследовательскими методами и способен использовать их при решении новых задач, применяя знания из различных областей науки (техники)
	ОПК-3.3 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, задач, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений
	ОПК-3.4 Способен самостоятельно приобретать, развивать и применять математические знания для решения нестандартных задач, в том числе в новой или незнакомой среде и в междисциплинарном контексте
ПК-2 Понимает и способен применить в научно-исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат и алгоритмы, основные законы естествознания, современные языки программирования и программное обеспечение; операционные системы и сетевые технологии	ПК-2.1 Знает основы научно-исследовательской деятельности в области информационно-коммуникационных технологий владеет знанием основ философии и методологии науки; знанием методов научных исследований и навыками их проведения
	ПК-2.2 Имеет практический опыт использования существующих методов и алгоритмов решения задач цифровой обработки сигналов, использования сети Интернет, аннотирования, реферирования, библиографического разыскания и описания, опыт работы с научными источниками
	ПК-2.3 Умеет применять полученные знания в области фундаментальных научных основ теории информации и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- основные модели и теоремы теории динамических систем.

уметь:

- понять поставленную задачу и провести ее формализацию;
- оценивать корректность постановок задач;
- строго доказывать или опровергать утверждения;
- самостоятельно находить алгоритмы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- самостоятельно видеть следствия полученных результатов.

владеть:

- навыками освоения большого объема информации и решения задач теории динамических систем;
- навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач;
- навыками освоения большого объема информации.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Введение.		3		2
2	Временные и пространственные средние.		3		2
3	Максимальная эргодическая теорема.		3		2
4	Определение и свойства энтропии разбиения.		2		2
5	Перемешивание. Связь с эргодичностью.		3		2
6	Понятие изоморфизма абстрактных динамических систем.		3		2
7	Свойства собственных чисел и собственных функций эргодических преобразований.		3		2
8	Сдвиги на окружности. Теорема Боля-Серпинского-Вейля.		2		6
9	Статистическая эргодическая теорема.		2		4
10	Теорема Боголюбова-Крылова.		3		4
11	Эргодичность динамических систем с непрерывным временем.		3		2
Итого часов			30		30
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		90 час., 2 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 3 (Осенний)

1. Введение.

Модели популяций с неперекрывающимися поколениями. Теорема Лиувилля об инвариантной мере. Движение заряженной частицы в стационарном электромагнитном поле. Магнитная гидродинамика. Гамильтоновы системы. Отображение Гаусса.

2. Временные и пространственные средние.

Временные и пространственные средние. Эргодичность. Сдвиги на торе. Теорема о всюду плотных траекториях. Теорема Вейля-фон Неймана. Теорема Кронекера – Вейля.

3. Максимальная эргодическая теорема.

Максимальная эргодическая теорема. Теорема Биркгофа-Хинчина.

4. Определение и свойства энтропии разбиения.

Определение и свойства энтропии разбиения. Энтропия динамических систем. Инвариантность энтропии при изоморфизме динамических систем. Теорема Колмогорова. Примеры: энтропия сдвига на окружности, энтропия сдвига Бернулли, энтропия линейного автоморфизма.

5. Перемешивание. Связь с эргодичностью.

Перемешивание. Связь с эргодичностью. Лебеговские спектры. Примеры. Слабое перемешивание.

6. Понятие изоморфизма абстрактных динамических систем.

Понятие изоморфизма абстрактных динамических систем. Изоморфизм преобразования пекаря и схемы Бернулли. Изоморфизм схем Бернулли.

7. Свойства собственных чисел и собственных функций эргодических преобразований.

Свойства собственных чисел и собственных функций эргодических преобразований. Динамические системы с чисто точечным спектром. Теорема фон Неймана-Халмоша.

8. Сдвиги на окружности. Теорема Боля-Серпинского-Вейля.

Сдвиги на окружности. Теорема Боля-Серпинского-Вейля. Строгая эргодичность сдвига на иррациональный угол. Распределение первых цифр в десятичной записи чисел 2 в степени n .

9. Статистическая эргодическая теорема.

Статистическая эргодическая теорема.

10. Теорема Боголюбова-Крылова.

Теорема Боголюбова-Крылова. Понятие абстрактной динамической системы. Теорема Пуанкаре о возвращении.

11. Эргодичность динамических систем с непрерывным временем.

Эргодичность динамических систем с непрерывным временем. Задача Лагранжа о среднем движении перигелия.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Необходимое оборудование для практических занятий: компьютер и мультимедийное оборудование (проектор, маркерная доска).

6.Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Динамика стохастических систем [Текст] : курс лекций / В. И. Кляцкин .— Научное изд. — М. : Физматлит, 2003 .— 240 с.

Дополнительная литература

1. Вычислительные методы для анализа моделей сложных динамических систем [Текст]. Ч.1 : учеб.пособие для вузов / А.И.Лобанов, И.Б.Петров; М-во образования РФ, МФТИ .— М. : Изд-во МФТИ, 2000 .— 168 с.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Не используются

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Не предусмотрено.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Студент, изучающий дисциплину, должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике. В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения, понятия, аксиомы.

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала (по учебной и научной литературе), подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения, доказательство отдельных утверждений, свойств;
- подготовку к экзамену.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к лектору.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению: Прикладная математика и информатика
профиль подготовки: Прикладная математика и информатика
Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики
кафедра анализа систем и решений
курс: 2
квалификация: магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 3 (осенний) - Экзамен

Разработчик: А.А. Шананин, д-р физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-3 Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1 Умеет анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-3.2 Владеет исследовательскими методами и способен использовать их при решении новых задач, применяя знания из различных областей науки (техники)
	ОПК-3.3 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, задач, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений
	ОПК-3.4 Способен самостоятельно приобретать, развивать и применять математические знания для решения нестандартных задач, в том числе в новой или незнакомой среде и в междисциплинарном контексте
ПК-2 Понимает и способен применить в научно-исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат и алгоритмы, основные законы естествознания, современные языки программирования и программное обеспечение; операционные системы и сетевые технологии	ПК-2.1 Знает основы научно-исследовательской деятельности в области информационно-коммуникационных технологий владеет знанием основ философии и методологии науки; знанием методов научных исследований и навыками их проведения
	ПК-2.2 Имеет практический опыт использования существующих методов и алгоритмов решения задач цифровой обработки сигналов, использования сети Интернет, аннотирования, реферирования, библиографического разыскания и описания, опыт работы с научными источниками
	ПК-2.3 Умеет применять полученные знания в области фундаментальных научных основ теории информации и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Основы эргодической теории» обучающийся должен:

знать:

- основные модели и теоремы теории динамических систем.

уметь:

- понять поставленную задачу и провести ее формализацию;
- оценивать корректность постановок задач;
- строго доказывать или опровергать утверждения;
- самостоятельно находить алгоритмы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- самостоятельно видеть следствия полученных результатов.

владеть:

- навыками освоения большого объема информации и решения задач теории динамических систем;
- навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач;
- навыками освоения большого объема информации.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

С целью контроля освоения обучающимися учебного материала проводится устный опрос в начале занятия по теме прошлого занятия.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Модели популяций с неперекрывающимися поколениями. Теорема Лиувилля об инвариантной мере.
2. Движение заряженной частицы в стационарном электромагнитном поле. Магнитная гидродинамика. Гамильтоновы системы. Отображение Гаусса.
3. Теорема Боголюбова-Крылова.
4. Понятие абстрактной динамической системы. Теорема Пуанкаре о возвращении.
5. Статистическая эргодическая теорема.
6. Максимальная эргодическая теорема.
7. Теорема Биркгофа-Хинчина.
8. Временные и пространственные средние. Эргодичность. Сдвиги на торе. Теорема о всюду плотных траекториях.
9. Теорема Вейля-фон Неймана. Теорема Кронекера – Вейля.
10. Сдвиги на окружности. Теорема Боля-Серпинского-Вейля.
11. Строгая эргодичность сдвига на иррациональный угол. Распределение первых цифр в десятичной записи чисел .
12. Эргодичность динамических систем с непрерывным временем.
13. Задача Лагранжа о среднем движении перигелия.
14. Перемешивание. Связь с эргодичностью. Лебеговские спектры. Примеры. Слабое перемешивание.
15. Понятие изоморфизма абстрактных динамических систем. Изоморфизм преобразования пекаря и схемы Бернулли.
16. Изоморфизм схем Бернулли.
17. Свойства собственных чисел и собственных функций эргодических преобразований.
18. Динамические системы с чисто точечным спектром. Теорема фон Неймана-Халмоша.
19. Определение и свойства энтропии разбиения. Энтропия динамических систем. Инвариантность энтропии при изоморфизме динамических систем. Теорема Колмогорова.
20. Примеры: энтропия сдвига на окружности, энтропия сдвига Бернулли, энтропия линейного автоморфизма.

Примеры экзаменационных билетов:

Билет 1

1. Сдвиги на окружности. Теорема Боля-Серпинского-Вейля. Строгая эргодичность сдвига на иррациональный угол.
2. Энтропия сдвига Бернулли.

Билет 2

1. Сдвиги на окружности. Теорема Боля-Серпинского-Вейля. Строгая эргодичность сдвига на иррациональный угол.
2. Энтропия сдвига на окружности.

Критерии оценивания

Оценка "отлично" (10 баллов) - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка "отлично" (9 баллов) - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка "отлично" (8 баллов) - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.

Оценка "хорошо" (7 баллов) - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка "хорошо" (6 баллов) - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка "хорошо" (5 баллов) - выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка "удовлетворительно" (4 балла) - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка "удовлетворительно" (3 балла) - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка "неудовлетворительно" (2 балла) - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка "неудовлетворительно" (1 балл) - выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Во время проведения экзамена обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, а также справочной литературой, вычислительной техникой, конспектами лекций.

Экзамен проводится путем организации специального опроса, проводимого в устной форме.