

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО

**Директор физтех-школы
прикладной математики и
информатики**

А.М. Райгородский

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Математические модели биологии
по направлению:	Прикладная математика и информатика
профиль подготовки:	Прикладная математика и информатика Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра анализа систем и решений
курс:	1
квалификация:	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 30 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 0 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 30 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Количество контрольных работ, заданий: 2

Программу составил: В.Н. Разжевайкин, д-р физ.-мат. наук, профессор

Программа обсуждена на заседании кафедры анализа систем и решений 19.04.2024

Аннотация

Курс представлен в виде лекций, на которых излагаются теоретические положения и методы решения задач с подробным разбором примеров. Предлагаются задачи, которые могут быть использованы как для домашних заданий, так и для контрольных работ. Среди основных тем лекций можно выделить анализ базовых моделей роста популяций и взаимодействия видов, триггерных и колебательных биологических процессов. Большое внимание уделено построению фазовых и кинетических портретов систем.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

- ознакомление слушателей с основными математическими методами исследования моделей биологических систем.

Задачи дисциплины

- получение основополагающих сведений из теории бифуркаций, основ построения моделей при наличии иерархии характерных времен, теории возникновения периодических решений, исследования моделей хищничества и конкуренции, теории Вольтерра консервативных и диссипативных систем.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-4 Способен комбинировать и адаптировать существующие информационно-коммуникационные технологии для решения задач в области профессиональной деятельности	ОПК-4.1 Умеет применять информационно-коммуникационные технологии для поиска и анализа профессиональной информации, выделения в ней главного, структурирования, оформления и представления в виде аналитических обзоров с обоснованными выводами и рекомендациями
	ОПК-4.2 Умеет применять знание информационно-коммуникационных технологий для решения поставленной задачи, формулирования выводов и оценки полученных результатов
	ОПК-4.3 Способен адаптировать зарубежные комплексы обработки информации и автоматизированного проектирования к нуждам отечественных предприятий
ПК-2 Понимает и способен применить в научно-исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат и алгоритмы, основные законы естествознания, современные языки программирования и программное обеспечение; операционные системы и сетевые технологии	ПК-2.1 Знает основы научно-исследовательской деятельности в области информационно-коммуникационных технологий владеет знанием основ философии и методологии науки; знанием методов научных исследований и навыками их проведения
	ПК-2.2 Имеет практический опыт использования существующих методов и алгоритмов решения задач цифровой обработки сигналов, использования сети Интернет, аннотирования, реферирования, библиографического разыскания и описания, опыт работы с научными источниками
	ПК-2.3 Умеет применять полученные знания в области фундаментальных научных основ теории информации и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- фундаментальные понятия, законы, теории классической и современной математики;
- методы организации поиска путей решения возникающих научных проблем;
- ключевые методы анализа наиболее употребительных математических теорий;
- характер формирования и развития спектра современных исследований в области математического моделирования.

уметь:

- пользоваться своими знаниями для решения фундаментальных и прикладных задач;
- конструировать и реализовывать схемы организации исследований при решении возникающих научных проблем;
- распределять возникающие проблемы по степени их значимости как с точки зрения их соответствия реально наблюдаемым явлениям, так и по их модельной коразмерности;
- организовывать методики контроля точности и полноты получаемых научных результатов;
- осваивать новые предметные области, теоретические подходы и экспериментальные методики;
- эффективно использовать информационные технологии и компьютерную технику для достижения необходимых теоретических и прикладных результатов.

владеть:

- навыками освоения большого объема информации;
- представлениями о механизмах формирования информационного и ресурсного обеспечения, необходимого при решении прикладных и теоретических проблем;
- навыками самостоятельной работы в лаборатории, библиотеке и Интернете;
- культурой накопления опыта постановки и моделирования практических задач;
- навыками грамотной обработки и сопоставления теоретических и фактических данных;
- практикой самостоятельного исследования и решения теоретических и прикладных задач.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Базовые свойства математических моделей биологических систем.	8			2
2	Прикладные направления моделирования динамики популяций.	22			28
Итого часов		30			30
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		90 час., 2 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 1 (Осенний)

1. Базовые свойства математических моделей биологических систем.

Структура математических моделей в биологии. Объекты моделирования. Типы моделей. Специфика моделей локализованных и структурированных систем. Характер применяемого математического аппарата. Примеры. Точечные непрерывные модели изолированной популяции. Модель Мальтуса. Логистическая модель. Модель поиска партнера. Модели в задачах эпидемиологии. Пороговый уровень заболевания. Отношения эквивалентности динамических систем. Структурная устойчивость. Элементы теории бифуркаций. Коразмерность вырождения. Теоремы сведения. Система «ресурс – потребитель» с независимым ресурсом. Понятие о теории катастроф. Деформации Уитни. Типичные особенности равновесных состояний изолированной популяции в однопараметрических семействах. Сингулярно возмущенные системы. Теорема А.Н.Тихонова. Релаксационные колебания системы в модели типа «ресурс - потребитель». Бифуркация Андронова - Хопфа. Потеря устойчивости фокуса. Устойчивость в случае дискретных отображений. Отображение монодромии. Теорема Ляпунова. Фокусные величины. Ветвления при потере устойчивости фокуса. Диаграммы Ньютона. Мягкая и жесткая потеря устойчивости. Связь с фокусными величинами. Бифуркация Хопфа для системы «хищник – жертва» с унимодальной плодовитостью жертвы.

2. Прикладные направления моделирования динамики популяций.

Автоколебательные режимы в системе «хищник – жертва». Модель Вольтерра. Трофические функции. Условия отсутствия циклов. Модель Колмогорова. Модели конкуренции. Два конкурирующих вида. Связь устойчивости равновесных решений с взаимным расположением нуль-изоклин. Биологическая интерпретация условий устойчивости. Конкуренция нескольких видов. Принцип эволюционной оптимальности. Примеры его применения. Консервативные и диссипативные по Вольтерра системы. Свойства консервативных систем. Первые интегралы и характер решений. Свойства диссипативных систем. Предельные множества и наборы функций Ляпунова. Динамика при наличии вырождений. Модели конкуренции за экологические ниши. Принцип конкурентного исключения Гаузе и его обобщения.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Необходимое оборудование для лекций: компьютер и мультимедийное оборудование (проектор, звуковая система).

6.Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Анализ моделей динамики популяций [Текст] : учеб. пособие для вузов / В. Н. Разжевайкин ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т) .— М. : МФТИ, 2010 .— 176 с.

Дополнительная литература

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / В. И. Арнольд .— 4-е изд., испр. — М. : МЦНМО, 2012 .— 344 с.
2. Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений [Текст] : учеб. пособие для вузов / В. И. Арнольд .— М. : Наука, 1978 .— 304 с.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Не используются

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Не требуется.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Студент, изучающий курс «Математические модели биологии», должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике.

В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения, понятия, аксиомы, методы доказательств.

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы,
- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе), подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения, доказательство отдельных утверждений, свойств;
- решение задач, предлагаемых студентам на лекциях;
- подготовку к экзамену.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций.

Показателем владения материалом служит умение решать задачи. Для формирования умения применять теоретические знания на практике студенту необходимо решать как можно больше задач. При решении задач каждое действие необходимо аргументировать, ссылаясь на известные теоретические сведения.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к лектору.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Прикладная математика и информатика
профиль подготовки:	Прикладная математика и информатика Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра анализа систем и решений
курс:	<u>1</u>
квалификация:	магистр
Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Экзамен	
Разработчик:	В.Н. Разжевайкин, д-р физ.-мат. наук, профессор

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-4 Способен комбинировать и адаптировать существующие информационно-коммуникационные технологии для решения задач в области профессиональной деятельности	ОПК-4.1 Умеет применять информационно-коммуникационные технологии для поиска и анализа профессиональной информации, выделения в ней главного, структурирования, оформления и представления в виде аналитических обзоров с обоснованными выводами и рекомендациями
	ОПК-4.2 Умеет применять знание информационно-коммуникационных технологий для решения поставленной задачи, формулирования выводов и оценки полученных результатов
	ОПК-4.3 Способен адаптировать зарубежные комплексы обработки информации и автоматизированного проектирования к нуждам отечественных предприятий
ПК-2 Понимает и способен применить в научно-исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат и алгоритмы, основные законы естествознания, современные языки программирования и программное обеспечение; операционные системы и сетевые технологии	ПК-2.1 Знает основы научно-исследовательской деятельности в области информационно-коммуникационных технологий владеет знанием основ философии и методологии науки; знанием методов научных исследований и навыками их проведения
	ПК-2.2 Имеет практический опыт использования существующих методов и алгоритмов решения задач цифровой обработки сигналов, использования сети Интернет, аннотирования, реферирования, библиографического разыскания и описания, опыт работы с научными источниками
	ПК-2.3 Умеет применять полученные знания в области фундаментальных научных основ теории информации и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Математические модели биологии» обучающийся должен:

знать:

- фундаментальные понятия, законы, теории классической и современной математики;
- методы организации поиска путей решения возникающих научных проблем;
- ключевые методы анализа наиболее употребительных математических теорий;
- характер формирования и развития спектра современных исследований в области математического моделирования.

уметь:

- пользоваться своими знаниями для решения фундаментальных и прикладных задач;
- конструировать и реализовывать схемы организации исследований при решении возникающих научных проблем;
- распределять возникающие проблемы по степени их значимости как с точки зрения их соответствия реально наблюдаемым явлениям, так и по их модельной размерности;
- организовывать методики контроля точности и полноты получаемых научных результатов;
- осваивать новые предметные области, теоретические подходы и экспериментальные методики;
- эффективно использовать информационные технологии и компьютерную технику для достижения необходимых теоретических и прикладных результатов.

владеть:

- навыками освоения большого объема информации;
- представлениями о механизмах формирования информационного и ресурсного обеспечения, необходимого при решении прикладных и теоретических проблем;
- навыками самостоятельной работы в лаборатории, библиотеке и Интернете;
- культурой накопления опыта постановки и моделирования практических задач;
- навыками грамотной обработки и сопоставления теоретических и фактических данных;
- практикой самостоятельного исследования и решения теоретических и прикладных задач.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

С целью контроля освоения обучающимися учебного материала проводится устный опрос в начале занятия по теме прошлой лекции или в конце занятия по пройденной теме.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Точечные непрерывные модели изолированной популяции. Модель Мальтуса. Логистическая модель. Модель поиска партнера. Порог безыммунной эпидемии. Характер бифуркаций при его прохождении.
2. Отношения эквивалентности динамических систем. Структурная устойчивость. Коразмерность особенности.
3. Теоремы сведения и о центральном многообразии. Система «ресурс – потребитель» с независимым ресурсом.
4. Типичные особенности равновесных состояний изолированной популяции в однопараметрических семействах. Их коразмерность.
5. Деформации Уитни. Особенность типа «сборка». Ее неустранимость.
6. Теорема Тихонова о сингулярно возмущенных системах. Релаксационные колебания. Системы Ван-дер-Поля и «ресурс – потребитель».
7. Устойчивость стационарных состояний дискретных отображений. Отображения монодромии для цикла и фокуса. Теорема Ляпунова о фокусных величинах. Их определяемость исходной системой.
8. Бифуркации рождения (исчезновения) цикла. Мягкая и жесткая потеря устойчивости стационарных состояний.
9. Условия возникновения периодических решений в системе «хищник – жертва» с унимодальной плодовитостью жертвы. Характер бифуркаций для случая квадратичной плодовитости.
10. Модель Вольтерра системы «хищник – жертва». Первые интегралы и средние по период. Асимптотическое поведение решений в случае возмущения логистического типа для жертвы.
11. Связь свойств трофических функций в системе «хищник – жертва» со свойствами её решений. Асимптотическое поведение решений. Достаточные условия возвращаемости и убегания жертвы.
12. Теорема Бендиксона – Дюлака об отсутствии циклов. Модель Колмогорова системы «хищник – жертва». Стационарные и периодические решения.
13. Свойства стационарных решений в модели двух конкурирующих видов. Биологическая интерпретация условий устойчивости. Принцип эволюционной оптимальности в биологии.
14. Свойства консервативных по Вольтерра систем. Их связь с системами «хищник – жертва».
15. Свойства диссипативных по Вольтерра систем. Их связь с моделями конкуренции.
16. Модель конкуренции видов за экологические ниши. Связь с диссипативными по Вольтерра системами.

Примеры билетов:

Билет 1

1. Отношения эквивалентности динамических систем. Структурная устойчивость.
2. Свойства консервативных по Вольтерра систем. Их связь с системами «хищник – жертва».

Билет 2

1. Деформации Уитни. Особенность типа «сборка». Ее неустранимость.
2. Свойства диссипативных по Вольтерра систем. Их связь с моделями конкуренции.

Критерии оценивания

Оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему всесторонние систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, и правильное обоснование принятых решений.

Оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал, и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет фрагментарно основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач.

Оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется студенту, который не знает формулировок основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Во время проведения экзамена обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, а также справочной литературой, вычислительной техникой, конспектами лекций. Экзамен проводится путем организации специального опроса, проводимого в устной форме.