

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**  
**Проректор по учебной работе**

**А.А. Воронов**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Дискретная математика
<b>по направлению:</b>	Программная инженерия
<b>профиль подготовки:</b>	Разработка программно-информационных систем высшая школа программной инженерии кафедра высшей математики
<b>курс:</b>	1
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 18 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 108, всего зач. ед.: 3

Количество контрольных работ, заданий: 3

Программу составил: А.В. Зухба, канд. физ.-мат. наук, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры высшей математики 06.03.2025

## Аннотация

Курс "Дискретная математика" ориентирован на студентов первого курса бакалавриата.

Курс "Дискретная математика" знакомит студентов с дискретной математикой, как фундаментальной основой информатики.

Формирует базовые понятия, знания и навыки работы с объектами дискретной математики, необходимых для дальнейшего обучения и профессиональной деятельности в области программной инженерии.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

- освоение основных понятий, знаний и методов комбинаторики, теории чисел, алгебры и теории графов, лежащих в основе современных алгоритмов.

#### Задачи дисциплины

- освоение студентами базовых теоретических знаний (понятий, концепций, методов и моделей) в области дискретной математики (ДМ);
- приобретение студентами практических навыков в области ДМ;
- оказание консультаций и помощи студентам в проведении собственных теоретических исследований в области ДМ;
- формирование навыков постановки задачи в терминах объектов ДМ (в том числе приложение в области будущей профессиональной деятельности).

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
УК-6 Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	УК-6.2 Способен планировать самостоятельную деятельность в решении профессиональных задач; подвергать критическому анализу проделанную работу; находить и творчески использовать имеющийся опыт в соответствии с задачами саморазвития

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем комбинаторики, теории чисел, алгебры и теории графов, входящие в данный курс ДМ;
- основные свойства математических объектов ДМ и их приложения;
- методы для решения типовых задач соответствующих разделов дискретной математики.

уметь:

- понять поставленную задачу;
- использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач ДМ;
- оценивать корректность постановок задач;
- строго доказывать или опровергать утверждение;
- самостоятельно находить алгоритмы решения задач ДМ, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
- точно представить математические знания в области ДМ в устной и письменной форме.

владеть:

- навыками освоения большого объема информации и решения задач ДМ ( в том числе, сложных);
- навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов ДМ;
- предметным языком ДМ и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Комбинаторика	8	8		4
2	Теория групп	11	11		7
3	Теория графов	11	11		7
Итого часов		30	30		18
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		108 час., 3 зач.ед.			

##### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 1 (Осенний)

###### 1. Комбинаторика

Правила суммы и произведения. Отображения и подсчёты. Число двоичных слов длины  $n$ . Число подмножеств  $n$ -элементного множества. Размещения, перестановки, сочетания с повторениями и без. Формула включений-исключений. Принцип Дирихле.

Биномиальные и полиномиальные коэффициенты. Треугольник Паскаля и его свойства: симметрия, возрастание биномиальных коэффициентов к середине. Комбинаторный и алгебраический подходы к получению тождеств с биномиальными коэффициентами: пути по узлам сетки, рекуррентные соотношения, производящие функции.

Числа Фибоначчи и другие рекуррентные соотношения. Инъекции, сюръекции, биекции. Числа Стирлинга первого и второго рода.

###### 2. Теория групп

Элементарная теория чисел: делимость, деление с остатком, вычеты. Свойства арифметических действий с вычетами. Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа. Обратимость вычетов. Малая теорема Ферма. Квадратичные вычеты и невычеты. Расширенный алгоритм Евклида. Оценки количества простых чисел. Китайская теорема об остатках.

Группы. Примеры числовых и нечисловых групп. Порядок элементов. Порядок группы. Циклическая группа. Порождающие элементы. Понятие изоморфизма групп. Таблицы и диаграммы Кэли.

Группа перестановок. Транспозиции. Четные и нечетные перестановки. Порядок элементов.

Подгруппы. Смежные классы. Факторгруппы. Гомоморфизм в группах. Теорема Кэли. Факторгруппы: теорема о гомоморфизме

### 3. Теория графов

Неориентированные графы. Степень вершины. Сумма степеней вершин. Количество вершин с нечетной степенью. Определение подграфа. Определение маршрута, пути и простого пути. Замкнутые маршруты, циклы и простые циклы. Связные графы и компоненты связности. Деревья. Теорема об эквивалентности четырех свойств.

Эйлеровы маршруты. Гамильтоновы маршруты. Двураскрашиваемый граф, связь двураскрашиваемости с циклами нечетной длины. Двудольные графы, паросочетания и функции. Двудольные графы и паросочетание. Теорема Холла. Задача о назначениях. Изоморфизм графов.

Определение ориентированного графа. Исходящие и входящие степени — аналог формулы суммы степеней для неориентированного графа. Компоненты сильной связности. Циклы в ориентированном графе.

Примеры отношений частичного порядка, формальное определение. Линейный порядок. Отношение непосредственного следования и его граф (диаграмма Хассе)

## 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория.

## 6. Перечень рекомендуемой литературы

### Основная литература

1. Курс алгебры [Текст] : [учебник для вузов] / Э. Б. Винберг .— 2-е изд., стереотип. — М : МЦНМО, 2013 .— 592 с.
2. Дискретный анализ. Комбинаторика. Алгебра логики. Теория графов [Текст], учеб. пособие для вузов / Ю. И. Журавлев, Ю. А. Флеров, О. С. Федько , М., МФТИ, 2012

### Дополнительная литература

1. Комбинаторика и информатика [Текст] : учеб. пособие. Ч.1. Комбинаторный анализ / В. К. Леонтьев; Моск. физ.- техн. ин-т (гос. ун-т) .— М : МФТИ , 2015 .— 174 с.
2. Дискретный анализ. Основы высшей алгебры [Текст] : учеб. пособие для вузов : рек. УМО высш. учеб. заведений Рос. Федерации / Ю. И. Журавлев, Ю. А. Флеров, М. Н. Вялый .— М. : МЗ Пресс, 2006 .— 208 с.
3. Введение в алгебру / А. И. Кострикин. – Москва: МЦНМО, 2020. – Электронная копия доступна на сайте электронно-библиотечной системы

**7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Не предусмотрено.

**8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Не предусмотрено.

**9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

1. Рекомендуется успешно сдавать контрольные работы, так как это упрощает итоговую аттестацию по предмету.
2. Для подготовки к итоговой аттестации по предмету лучше всего пользоваться материалами лекций.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

**по направлению:** Программная инженерия  
**профиль подготовки:** Разработка программно-информационных систем  
высшая школа программной инженерии  
кафедра высшей математики  
**курс:** 1  
**квалификация:** бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Экзамен

**Разработчик:** А.В. Зухба, канд. физ.-мат. наук, доцент

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
УК-6 Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	УК-6.2 Способен планировать самостоятельную деятельность в решении профессиональных задач; подвергать критическому анализу проделанную работу; находить и творчески использовать имеющийся опыт в соответствии с задачами саморазвития

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Дискретная математика» обучающийся должен:

### знать:

- понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем комбинаторики, теории чисел, алгебры и теории графов, входящие в данный курс ДМ;
- основные свойства математических объектов ДМ и их приложения;
- методы для решения типовых задач соответствующих разделов дискретной математики.

### уметь:

- понять поставленную задачу;
- использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач ДМ;
- оценивать корректность постановок задач;
- строго доказывать или опровергать утверждение;
- самостоятельно находить алгоритмы решения задач ДМ, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
- точно представить математические знания в области ДМ в устной и письменной форме.

### владеть:

- навыками освоения большого объема информации и решения задач ДМ ( в том числе, сложных);
- навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов ДМ;
- предметным языком ДМ и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Текущий контроль осуществляется на основе выполнения студентами совокупности домашних заданий и контрольных работ в соответствии с учебным планом. Данные о посещаемости и текущей успеваемости вносятся преподавателями в специальные журналы.

Текущий контроль на основе домашних заданий осуществляется в течении учебного семестра в сроки, установленные Учебным управлением, в соответствии с учебным планом.

Для сдачи задания студент обязан предоставить решение задачи домашнего задания в письменной форме, ответить на вопросы преподавателя и написать контрольную работу по заданию, по которой проверяются знание понятий и утверждений по темам сдаваемого задания и умению решать задачи.

Во время выполнения контрольной работы нельзя пользоваться помощью других лиц, вычислительной техники и мобильными телефонами.

Примеры домашних заданий:

1. Какое слагаемое в разложении  $(1+2)^n$  по формуле бинома Ньютона будет наибольшим?
2. Чего больше: инъективных отображений 5-элементного множества в 20-элементное или сюръективных отображений 20-элементного множества в 5-элементное?
3. Порождают ли 3-циклы (перестановки вида  $(ijk)$ ) группу  $S_n$ ?
4. Докажите, что в любой конечной группе элементы  $x$  и  $x^{-1}$  имеют одинаковый порядок.
5. Докажите, что граф или его дополнение связны (возможно оба связны).
6. Известно, что в неориентированном графе существует маршрут, проходящий по каждому ребру ровно два раза. Верно ли, что в графе есть замкнутый эйлеров маршрут?

#### 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Найдите количество слов длины  $k$  в  $n$ -буквенном алфавите ( $n > k$ ).
2. Докажите, что сумма четных биномиальных коэффициентов равна сумме нечетных для заданного  $n$ .
3. Выведите формулу полиномиальных коэффициентов.
4. Приведите пример нечисловых групп.
5. Докажите, что любая подгруппа циклической группы – циклическая.
6. Докажите, что левые смежные классы по некоторой заданной подгруппе  $H$  группы  $G$  задают на  $G$  отношение эквивалентности.
7. Докажите, что порядки элементов конечной группы являются делителями порядка группы.
8. Докажите, что, если между двумя различными вершинами графа есть маршрут, то есть и простой путь.
9. Приведите пример частичного порядка и его диаграммы Хассе. Дополните его до линейного.

Примеры экзаменационных билетов:

Билет 1

- 1) Биномиальные и полиномиальные коэффициенты.
- 2) Факторгруппы: теорема о гомоморфизме
- 3) Сколько есть порядков на  $n$ -элементном множестве, в которых ровно одна пара элементов несравнима?

Билет 2

- 1) Деревья. Теорема об эквивалентности четырех свойств.
- 2) Размещения, перестановки, сочетания с повторениями и без.
- 3) Найдите возможные порядки перестановок из 7 элементов.

#### Критерии оценивания

- оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений
- оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений
- оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, и правильное обоснование принятых решений



- оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал, и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет фрагментарно основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач
- оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется студенту, который не знает формулировок основных понятий дисциплины.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

При проведении устного экзамена обучающемуся предоставляется один час (астрономический) на подготовку. Опрос обучающегося по билету на устном экзамене не должен превышать двух часов.

Во время проведения экзамена обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины.