

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**  
**Проректор по учебной работе**

**А.А. Воронов**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Математическая логика и теория алгоритмов
<b>по направлению:</b>	Программная инженерия
<b>профиль подготовки:</b>	Разработка программно-информационных систем высшая школа программной инженерии кафедра высшей математики
<b>курс:</b>	1
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 18 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 108, всего зач. ед.: 3

Программу составил: А.В. Малеев, директор

Программа обсуждена на заседании кафедры высшей математики 11.04.2023

## Аннотация

Годовой курс математической логики и теории алгоритмов преследует несколько целей. Во-первых, студентам на многих примерах показываются принципы формализации математических рассуждений. Показывается, что такое формальное определение, формальное утверждение и формальное доказательство. Во-вторых, для нескольких областей показывается взаимосвязь между синтаксисом языка, т.е. правилами построения корректных слов и предложений, и его семантикой, т.е. значением этих цепочек символов. В-третьих, даются основы теории вычислимости и показывается её связь с логикой и арифметикой. Наконец, отдельная часть курса посвящена теории множеств – основе всей математики.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

- освоение общематематической терминологии (множества, отношения, функции).

#### Задачи дисциплины

- Выработать навык структурированного логического мышления;
- научиться давать формальные определения и приводить примеры определяемых объектов;
- научиться строить формальные записи математических утверждений и их доказательств и работать с этими записями;
- научиться проводить математические рассуждения, не основанные на конкретных свойствах рассматриваемых объектов.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
УК-6 Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	УК-6.2 Способен планировать самостоятельную деятельность в решении профессиональных задач; подвергать критическому анализу проделанную работу; находить и творчески использовать имеющийся опыт в соответствии с задачами саморазвития

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- фундаментальные понятия, законы, теории части дискретной математики;
- современные проблемы соответствующих разделов дискретной математики;
- понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла;
- основные свойства соответствующих математических объектов;
- аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач дискретной математики.

уметь:

- понять поставленную задачу;
- использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач;
- оценивать корректность постановок задач;
- строго доказывать или опровергать утверждение;
- самостоятельно находить алгоритмы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
- точно представить математические знания в области в устной и письменной форме.

владеть:

- навыками освоения большого объема информации и решения задач ( в том числе, сложных);
- навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов;
- предметным языком дискретной математики и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Арифметичные предикаты	2	2		2
2	Булевы функции	4	4		3
3	Выразимые предикаты	4	4		2
4	Исчисление высказываний	4	4		2
5	Компактность в исчислении высказываний	4	4		2
6	Однозначность разбора	4	4		3
7	Пропозициональные формулы	4	5		2
8	Формулы первого порядка	4	3		2
Итого часов		30	30		18
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		108 час., 3 зач.ед.			

##### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 2 (Весенний)

###### 1. Арифметичные предикаты

Теорема Мальцева о компактности.

###### 2. Булевы функции

Мощности множеств.

###### 3. Выразимые предикаты

Теории и модели. Выполнимость.

#### 4. Исчисление высказываний

Формулы первого порядка.

#### 5. Компактность в исчислении высказываний

Выразимость предикатов.

#### 6. Однозначность разбора

Операции над множествами.

#### 7. Пропозициональные формулы

Отображения и соответствия.

#### 8. Формулы первого порядка

Аutomорфизмы интерпретаций.

### **5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Стандартная учебная аудитория.

### **6. Перечень рекомендуемой литературы**

Основная литература

-

Дополнительная литература

1. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов, Электронная версия печатной публикации / И. А. Лавров, Л. Л. Максимова. — Москва, ФИЗМАТЛИТ, 2002

### **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

-

### **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

В процессе самостоятельной работы обучающихся возможно использование таких программных средств, как Mathcad, MATLAB, Maple и др.

### **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Программа курса в разделе "самостоятельная работа" приводит минимальное необходимое количество часов для освоения темы. Самостоятельная работа включает в себя:

- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе. Конспектировать материал лекций является желательным, но не обязательным условием для успешного освоения дисциплины);
- подготовку к практическим занятиям, выполнение домашних теоретических и практических заданий.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

**по направлению:** Программная инженерия  
**профиль подготовки:** Разработка программно-информационных систем  
высшая школа программной инженерии  
кафедра высшей математики  
**курс:** 1  
**квалификация:** бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Экзамен

**Разработчик:** А.В. Малеев, директор

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
УК-6 Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	УК-6.2 Способен планировать самостоятельную деятельность в решении профессиональных задач; подвергать критическому анализу проделанную работу; находить и творчески использовать имеющийся опыт в соответствии с задачами саморазвития

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Математическая логика и теория алгоритмов» обучающийся должен:

### знать:

- фундаментальные понятия, законы, теории части дискретной математики;
- современные проблемы соответствующих разделов дискретной математики;
- понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла;
- основные свойства соответствующих математических объектов;
- аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач дискретной математики.

### уметь:

- понять поставленную задачу;
- использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач;
- оценивать корректность постановок задач;
- строго доказывать или опровергать утверждение;
- самостоятельно находить алгоритмы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
- точно представить математические знания в области в устной и письменной форме.

### владеть:

- навыками освоения большого объема информации и решения задач ( в том числе, сложных);
- навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов;
- предметным языком дискретной математики и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

С целью контроля освоения обучающимися учебного материала проводится устный опрос в начале занятия по теме прошлого занятия.

## 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Элементарная теория множеств.

2. Понятия множества и подмножества, простейшие операции над множествами. Упорядоченные пары и кортежи, декартово произведение.
3. Отображения и соответствия. Понятия образа и прообраза. Инъекции, сюръекции и биекции. Композиция и обратное отображение.
4. Сравнение мощностей и понятие равномощности. Теорема Кантора-Бернштейна. Счётные и несчётные множества, их свойства.
5. Теорема Кантора. Отношения на множествах. Свойства бинарных отношений. Отношения эквивалентности, теорема о классах эквивалентности.
6. Отношения частичного и линейного порядка. Минимальные/максимальные и наименьшие/наибольшие элементы. Свойства упорядоченных множеств. Операции над упорядоченными множествами. Изоморфизмы упорядоченных множеств.
7. Логика высказываний. Булевы переменные и функции. Построение пропозициональных формул.
8. Вычисление значения формулы на наборе значений переменных. Таблицы истинности.
9. Тавтологии и противоречия. Приведение формул к КНФ и ДНФ. Многочлены Жегалкина.
10. Полные системы связок, теорема Поста.
11. Исчисление высказываний. Аксиомы и правила вывода исчисления высказываний. Корректность исчисления высказываний.
12. Лемма о дедукции. Полнота исчисления высказываний. Непротиворечивые и совместные семейства формул.
13. Теорема о компактности для пропозициональных формул.
14. Языки первого порядка. Понятие сигнатуры. Построение формул первого порядка: теоремы, атомарные формулы, логические связки и кванторы.

Примеры экзаменационных билетов:

#### Билет №1

1. Выразите формулой длины  $O(\log N)$  предикат «у  $x$  есть ровно  $N$  различных простых делителей» в интерпретации  $\langle N, \cdot, = \rangle$ .
2. Докажите, что любая формула в интерпретации  $\langle N, 0, S, = \rangle$  эквивалентна некоторой бескванторной. Докажите, что предикат « $x$  и  $y$  разной чётности» невыразим в этой интерпретации.

#### Билет №2

1. Приведите формулу к наиболее коротким конъюнктивной и дизъюнктивной нормальным формам.
2. Не опираясь на теорему о полноте исчисления высказываний, докажите выводимость формулы.

#### Критерии оценивания

оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений

оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений

оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему всесторонние систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, и правильное обоснование принятых решений

оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;

оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;



оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал, и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;

оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет фрагментарно основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач

оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется студенту, который не знает формулировок основных понятий дисциплины.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Во время проведения экзамена обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины.