

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Проректор по учебной работе и  
довузовской подготовке**

**А.А. Воронов**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Уравнения математической физики
<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Физика и педагогика Физтех-школа физики и исследований им. Ландау кафедра высшей математики
<b>курс:</b>	3
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

5 (осенний) - Дифференцированный зачет

6 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 150 всего, в том числе:

лекции: 75 час.

семинары: 75 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 135 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 315, всего зач. ед.: 7

Количество контрольных работ, заданий: 4

Программу составил: Р.В. Константинов, канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры высшей математики 21.05.2020

## Аннотация

В первом семестре курса изучаются спектральные свойства симметричных и самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве, спектральное разложение и функциональное исчисление самосопряженных операторов, обладающих ортогональным базисом в гильбертовом пространстве из собственных функций. Рассматриваются эволюционные задачи в гильбертовом пространстве, порожденные такими самосопряженными операторами, и метод Фурье их решения на основе построения соответствующего оператора эволюции. Для симметричного оператора Лапласа в круге или круговом секторе с однородными граничными условиями построен ортогональный базис из его собственных функций в гильбертовом пространстве квадратично интегрируемых функций в круге или секторе. Рассмотрены краевые задачи Дирихле и Неймана для уравнений Лапласа и Пуассона в круге и шаре и метод Фурье их решения. Для компактных самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве доказана теорема Гильберта-Шмидта и рассмотрен метод Фурье решения уравнения Фредгольма с самосопряженным интегральным оператором. Изучен самосопряженный линейный дифференциальный оператор Штурма-Лиувилля, доказана теорема Стеклова о существовании у этого оператора ортогонального базиса из собственных функций, и рассмотрен метод Фурье решения задачи Штурма-Лиувилля.

Во втором семестре изучается пространство Л. Шварца обобщенных функций медленного роста и обобщенное решение линейных дифференциальных уравнений в частных производных с постоянными коэффициентами. Рассматривается обобщенное преобразование Фурье и техника его применения для вычисления функций Грина стандартных линейных дифференциальных операторов – Даламбера, Шредингера, Гельмгольца, Лапласа и др. Рассматривается свертка обобщенных функций и вычисление обобщенного решения неоднородного уравнения в виде свертки источника и функции Грина соответствующего дифференциального оператора. Получены формула обобщенного решения уравнения Пуассона, формулы Даламбера и Кирхгоффа решения обобщенной задачи Коши для волнового уравнения, формула Пуассона решения обобщенной задачи Коши для уравнения теплопроводности. Исследованы условия, при которых полученные формулы дают классические гладкие решения соответствующих задач.

## 1. Цели и задачи

### Цель дисциплины

- формирование знаний и навыков в области математического моделирования процессов, описываемых уравнениями в частных производных и интегральными уравнениями, для дальнейшего использования в дисциплинах естественнонаучного содержания;
- формирование математической культуры, исследовательских навыков и способности применять знания на практике.

### Задачи дисциплины

- формирование базовых знаний в области уравнений математической физики;
- формирование общематематической культуры;
- формирование навыков самостоятельно:
  - 1) ставить математическую задачу,
  - 2) обосновывать корректность постановки;
  - 3) применять алгоритмы поиска решений;
  - 4) анализировать и обосновывать результаты.

## 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов

## 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны знать:

- все используемые определения;
- формулировки всех именованных теорем.

уметь:

- воспроизводить доказательства всех именованных теорем;
- решать и обосновывать все типовые задачи.

владеть:

- используемой терминологией;
- используемым математическим аппаратом.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Линейные операторы в гильбертовом пространстве. Симметричные операторы и их свойства.	2	2		2
2	Метод Фурье решения начально-краевых задач. Оператор эволюции.	4	2		2
3	Сопряжённый оператор линейного оператора в гильбертовом пространстве, самосопряжённые операторы.	4	2		2
4	Задачи Дирихле в круге и шаре для уравнения Лапласа. Сферические функции.	4	4		2
5	Спектр линейного оператора в гильбертовом пространстве.	2	4		4
6	Компактные самосопряжённые операторы в гильбертовом пространстве.	4	4		4
7	Оператора Лапласа в круговом секторе или круге при однородных граничных условиях. Функции Бесселя.	4	4		4
8	Метод Фурье решения задачи о колебаниях закреплённой круглой мембраны.	2	2		2
9	Интегральные операторы и интегральные уравнения.	2	4		4
10	Оператор и задача Штурм-Лиувилля.	2	2		4
11	Метод характеристик решения классических задач Коши и Гурса гиперболического уравнения на плоскости.	6	6		17
12	Классическая задача Коши для волнового уравнения и уравнения теплопроводности.	6	6		18

13	Элементы теории обобщённых функций Л.Шварца. Обобщённое решение линейного уравнения в частных производных.	12	12		26
14	Функции Грина линейных дифференциальных операторов в частных производных.	12	12		26
15	Обобщённая задача Коши для линейных дифференциальных уравнений в частных производных.	9	9		18
Итого часов		75	75		135
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		315 час., 7 зач.ед.			

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

##### Семестр: 5 (Осенний)

1. Линейные операторы в гильбертовом пространстве. Симметричные операторы и их свойства.

Область определения линейного оператора. Плотно определённые операторы. Симметричные операторы, свойства их собственных значений и собственных функций. Симметричные линейные операторы в гильбертовом пространстве, обладающие ортогональным базисом из собственных функций. Замыкание, спектральное разложение и функциональное исчисление таких операторов.

Тензорное произведение двух гильбертовых пространств и построение в нём ортогонального базиса с помощью ортогональных базисов в сомножителях.

Оператор Лапласа в прямоугольнике  $\Pi$  с однородными граничными условиями Дирихле или Неймана как симметричный плотно определённый оператор в  $L_2(\Pi)$ . Ортогональный базис в  $L_2(\Pi)$  из его собственных функций, спектральное разложение замыкания этого оператора.

2. Метод Фурье решения начально-краевых задач. Оператор эволюции.

Начально-краевая задача в гильбертовом пространстве с замкнутым симметричным линейным оператором, обладающим ортогональным базисом из собственных функций, метод Фурье её решения. Начально-краевая задача для уравнений Шрёдингера, теплопроводности и волнового, условия их разрешимости, оператор эволюции.

3. Сопряжённый оператор линейного оператора в гильбертовом пространстве, самосопряжённые операторы.

Сопряжённое гильбертово пространство, теоремы Рисса о проекции и об ортогональном дополнении, теорема Рисса-Фреше. Сопряжённый оператор для линейного оператора в гильбертовом пространстве, его область определения. Теорема Фредгольма о связи множества значений линейного оператора и ядра его сопряжённого. Теорема о связи графиков линейного оператора и его сопряжённого. Замкнутость сопряжённого оператора. Критерий замыкаемости плотно определённого линейного оператора в гильбертовом пространстве. Замыкаемость плотно определённого симметричного оператора. Пример незамыкаемого плотно определённого оператора.

Самосопряжённый линейный оператор в гильбертовом пространстве, его плотная определённость, замкнутость и симметричность. Пример несамосопряжённого замкнутого плотно определённого симметричного оператора. Критерий самосопряжённости замыкания плотно определённого симметричного оператора. Самосопряжённость замыкания симметричного оператора, обладающего ортогональным базисом из собственных функций.

#### 4. Задачи Дирихле в круге и шаре для уравнения Лапласа. Сферические функции.

Формулы Грина для оператора Лапласа в ограниченной области с кусочно-гладкой границей, замыкаемость этого оператора. Неравенство Фридрихса для непрерывно-дифференцируемой функции в выпуклой ограниченной области с кусочно-гладкой границей.

Задача Дирихле в круге уравнения Лапласа, существование и единственность её решения.

Собственные числа и собственные функции оператора Лапласа-Бельтрами на сфере  $S$ , сферические функции. Ортогональный базис в пространстве  $L_2(S)$  из сферических функций. Задача Дирихле в шаре для уравнения Лапласа, существование и единственность её решения.

#### 5. Спектр линейного оператора в гильбертовом пространстве.

Спектр линейного оператора в гильбертовом пространстве. Вещественность спектра самосопряжённого оператора. Критерий принадлежности вещественного числа спектру самосопряжённого оператора. Непустота спектра непрерывного линейного оператора в гильбертовом пространстве.

Теорема о спектральном радиусе непрерывного самосопряжённого оператора в гильбертовом пространстве.

#### 6. Компактные самосопряжённые операторы в гильбертовом пространстве.

Компактные самосопряжённые операторы в гильбертовом пространстве. Теорема о спектре компактного самосопряжённого оператора. Теорема Гильберта-Шмидта. Резольвента компактного самосопряжённого оператора.

#### 7. Оператора Лапласа в круговом секторе или круге при однородных граничных условиях. Функции Бесселя.

Собственные числа и собственные функции оператора Лапласа в круговом секторе или круге при однородных граничных условиях. Функции Бесселя и свойство их ортогональности. Свойства нулей функций Бесселя.

#### 8. Метод Фурье решения задачи о колебаниях закреплённой круглой мембраны.

Ортогональный базис в пространстве  $L_2(K)$  из собственных функций оператора Лапласа в круговом секторе или круге  $K$  при однородных граничных условиях. Спектральное разложение замыкания этого оператора. Постановка задачи о колебаниях закреплённой круглой мембраны и её решение методом Фурье.

#### 9. Интегральные операторы и интегральные уравнения.

Интегральные операторы в гильбертовом пространстве  $L_2(K)$  для компакта  $K$  из  $R_m$ . Компактность интегрального оператора. Интегральный самосопряжённый оператор в  $L_2(K)$ , ортогональный базис в  $L_2(K)$  из его собственных функций. Резольвента интегрального самосопряжённого оператора в  $L_2(K)$ . Решение интегрального уравнения Фредгольма в  $L_2(K)$  с интегральным самосопряжённым оператором.

#### 10. Оператор и задача Штурм-Лиувилля.

Симметричный оператор Штурма-Лиувилля и критерий его обратимости. Замыкание оператора, обратного к оператору Штурма-Лиувилля, как самосопряжённый компактный оператор. Теорема Стеклова. Задача Штурм-Лиувилля и её решение методом Фурье.

Семестр: 6 (Весенний)

#### 11. Метод характеристик решения классических задач Коши и Гурса гиперболического уравнения на плоскости.

Классические линейные уравнения в частных производных второго порядка, их преобразование с помощью гладкой замены переменных. Гиперболические уравнения и понятие их характеристической поверхности. Преобразование гиперболического уравнения второго порядка с двумя независимыми переменными с помощью характеристической замены. Постановка классических задач Коши и Гурса для гиперболического в области уравнения второго порядка с двумя независимыми переменными. Теоремы о существовании единственного решения этих задач.

#### 12. Классическая задача Коши для волнового уравнения и уравнения теплопроводности.

Классическая задача Коши для волнового уравнения в пространстве произвольной размерности. Теорема единственности решения этой задачи. Классическая задача Коши для уравнения теплопроводности в пространстве произвольной размерности. Принцип максимума и теорема единственности решения этой задачи в классе ограниченных функций.

Решение классической задачи Коши для уравнения колебаний струны, формула Даламбера и принцип Дюамеля. Смешанная задача для полубесконечной струны. Условия согласования начальных и граничных данных для существования классического решения.

#### 13. Элементы теории обобщённых функций Л.Шварца. Обобщённое решение линейного уравнения в частных производных.

Пространства Л.Шварца основных и обобщённых функций. Обобщённое дифференцирование и его корректность по отношению к дифференцированию классическому. Обобщённое решение линейного дифференциального уравнения в частных производных и его корректность по отношению к классическому решению на произвольном открытом множестве. Обобщённое преобразование Фурье и свёртка обобщённых функций, и их свойства, связанные с обобщённым дифференцированием.

#### 14. Функции Грина линейных дифференциальных операторов в частных производных.

Функция Грина (или фундаментальное решение) линейного дифференциального оператора. Вычисление обобщённого решения линейного дифференциального уравнения в частных производных с помощью функции Грина. Вычисление функции Грина с помощью обобщённого преобразования Фурье. Достаточное условие существования единственной функции Грина. Вычисление методом регуляризации функций Грина операторов Лапласа, Гельмгольца, Даламбера, Шрёдингера. Обобщённое решение уравнения Пуассона с абсолютно интегрируемым источником, формула Пуассона. Обобщённое решение волнового уравнения с источником медленного роста, запаздывающий потенциал.

#### 15. Обобщённая задача Коши для линейных дифференциальных уравнений в частных производных.

Обобщённая постановка задачи Коши для линейного дифференциального уравнения в частных производных с постоянными коэффициентами. Корректность решения обобщённой задачи Коши по отношению к решению классической задачи. Обобщённая задача Коши для волнового уравнения, формулы Даламбера и Кирхгофа решения этой задачи соответственно на оси и в трёхмерном пространстве. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности, обобщённая задача Коши для уравнения теплопроводности и формула Пуассона решения этой задачи.

### 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная мультимедиа проектором и экраном.

### 6.Перечень рекомендуемой литературы

## Основная литература

Владимиров, В. С.

Уравнения математической физики [Текст] : учебник для вузов / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. — 2-е изд., стереотип. — М. : Физматлит, 2000, 2004, 2008. — 400 с. - Библиогр.: с. 399. - 3000 экз. - ISBN 5-9221-0310-5 (в пер.) .— Полный текст (Доступ из сети МФТИ / Удаленный доступ).

Уроев, В. М.

Уравнения математической физики [Текст] : учеб. пособие для вузов / В. М. Уроев. — М. : Яуза, 1998. — 373 с. - 5000 экз. - ISBN 5-88923-026-3.

Сборник задач по уравнениям математической физики [Текст] : учеб. пособие для вузов / В. С. Владимиров [и др.] .— 5-е изд., перераб. и доп. — М. : ФИЗМАТЛИТ, 2016. — 520 с. - Библиогр.: с. 516-517. - 1500 экз. - ISBN 978-5-9221-1692-3 (в пер.) .— Полный текст (Режим доступа : доступ из сети МФТИ).

## Дополнительная литература

Михайлов, В. П.

Лекции по уравнениям математической физики [Текст] : учеб. пособие : рек. Учеб.-метод. советом МФТИ / В. П. Михайлов. — М. : Физматлит, 2001. — 206 с. — (Лекции кафедры высшей математики МФТИ). - Библиогр.: с. 202-203. - Предм. указ.: с. 204-206. - 1000 экз. - ISBN 5-94052-026-X) .

Владимиров, В. С.

Обобщенные функции в математической физике [Текст] / В. С. Владимиров ; Акад. наук СССР. — / 2-е изд., испр. и доп. — М. : Наука, 1979. — 320 с. — (Современные физико-техн. проблемы). - Библиогр.: с. 310-314. - Предмет. указ.: с. 315-318. - 10000 экз.) .

## 7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. <http://lib.mipt.ru/catalogue/1604/?t=492> – электронная библиотека Физтеха, раздел «Уравнения математической физики».
2. <http://www.exponenta.ru> – образовательный математический сайт.
3. <http://mathnet.ru> – общероссийский математический портал.
4. <http://www.edu.ru> – федеральный портал «Российское образование».
5. <http://benran.ru> –библиотека по естественным наукам Российской академии наук.
6. <http://www.i-exam.ru> – единый портал Интернет-тестирования в сфере образования.

## 8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Не требуются.

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Успешное освоение курса уравнений математической физики требует напряжённой работы студента МФТИ, начинающейся с конспектирования:

- 1) приводимых на лекциях определений и теорем с доказательствами;
- 2) приводимых и обсуждаемых на семинарах решений типовых задач.

По мере обучения студенту следует выучить:

- 1) все определения, формулировки именованных теорем с доказательствами;
- 2) алгоритмы получения и обоснования решений типовых задач, разбираемых на семинарах в обязательном порядке;
- 3) самостоятельно решить остальные задачи заданий.

Студент имеет возможность обучаться (частично или полностью) путём использования любых источников знаний для усвоения:

1) предусмотренных курсом определений и теорем с доказательствами вплоть до безошибочного воспроизведения;

2) предусмотренных курсом типовых задач вплоть до безошибочного воспроизведения и обоснования решений.

Текущий контроль за успеваемостью студентов осуществляется во время проверки письменных работ и устной защиты предусмотренных заданий.

Доп. литература:

1. Соболев С.Л. Уравнения математической физики. – 5-е изд. – М.: Наука, 1992.

2. Масленникова В.Н. Дифференциальные уравнения в частных производных. – 5-е изд. – М.: Изд-во РУДН, 1997

3. Олейник О.А. Лекции об уравнениях с частными производными. – 2-е изд. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005.

4. Михайлов В.П., Гущин А.К. Дополнительные главы курса «Уравнений математической физики». – М.: МИАН, 2007, Лекционные курсы НОЦ. Вып. 7.



**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

**по направлению:** Прикладные математика и физика  
**профиль подготовки:** Физика и педагогика  
Физтех-школа физики и исследований им. Ландау  
кафедра высшей математики  
**курс:** 3  
**квалификация:** бакалавр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

5 (осенний) - Дифференцированный зачет  
6 (весенний) - Экзамен

**Разработчик:** Р.В. Константинов, канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Уравнения математической физики (КВМ)» обучающийся должен:

### знать:

- все используемые определения;
- формулировки всех именованных теорем.

### уметь:

- воспроизводить доказательства всех именованных теорем;
- решать и обосновывать все типовые задачи.

### владеть:

- используемой терминологией;
- используемым математическим аппаратом.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Текущий контроль осуществляется на основе балльно-рейтинговой системы (БРС) оценки знаний по изучаемой дисциплине. БРС учитывает выполнение студентами совокупности домашних заданий и контрольных работ в соответствии с учебным планом. Данные о посещаемости и текущей успеваемости вносятся преподавателями в специальные журналы и учитываются в БРС.

Текущий контроль на основе домашних заданий осуществляется в течении учебного семестра в сроки, установленные Учебным управлением, в соответствии с учебным планом.

Для сдачи задания студент обязан предоставить решение задачи домашнего задания в письменной форме, ответить на вопросы преподавателя и написать контрольную работу по заданию, по которой проверяются знание понятий и утверждений по темам сдаваемого задания и умению решать задачи.

Во время выполнения контрольной работы нельзя пользоваться помощью других лиц, вычислительной техники и мобильными телефонами.

## 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Линейное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Классификация.
2. Приведение к каноническому виду.
3. Уравнения Лапласа, Пуассона, волновое уравнение, теплопроводности и другие.
4. Общие решения. Преобразования, сохраняющие вид уравнения. Принцип суперпозиции решений.
5. Тиражирование решений. Автомодельные решения. Примеры.
6. Линейное уравнение второго порядка с переменными коэффициентами.
7. Замена независимых переменных и приведение к каноническому виду уравнения с двумя независимыми переменными.
8. Классификация в точке и в области. Характеристики.

9. Постановка задач математической физики. Типичные задачи. Краевые и начальные условия.
10. Задачи: Коши, краевые, смешанные.
11. Многомерные операторы сдвига. Свойства. Применения.
12. Задача Коши и представление ее решения для линейного уравнения с частными производными первого порядка.
13. Решение задачи Коши (волновое уравнение; уравнение теплопроводности) для квазимоночленных входных данных.
14. Задача Коши для уравнения колебаний струны ( $n=1$ ). Формула Даламбера.
15. Задачи для полуограниченной прямой.
16. Задача Коши для волнового уравнения ( $n=3$ ). Формула Кирхгофа.
17. Задача Коши для уравнения колебаний мембраны ( $n=2$ ). Формула Пуассона (метод спуска). Единственность решения задачи Коши.
18. Линейное гиперболическое уравнение с частными производными высокого порядка и с двумя независимыми переменными. Задача Коши и представление ее решения. Характеристики.
19. Линейная гиперболическая система уравнений с частными производными первого порядка и с двумя независимыми переменными. Задача Коши и представление ее решения. Характеристики.
20. Смешанная задача для уравнения колебаний струны на отрезке. Единственность решения.
21. Принцип суперпозиции решений и метод разделения переменных.
22. Задача с данными на характеристике (задача Гурса).
23. Задача Штурма--Лиувилля на отрезке. Функция Грина оператора Штурма--Лиувилля.
24. Уравнения Лапласа, Пуассона и Гельмгольца. Гармонические функции и их свойства.
25. Принцип максимума. Преобразование Кельвина.
26. Лапласиан в полярных, цилиндрических и сферических координатах.
27. Фундаментальные решения ( $n=1, n=2, n \geq 4$ ) и дельта-функция.
28. Основные краевые задачи (внутренние; внешние): задача Дирихле; задача Неймана.
29. Теоремы единственности. Формулы Грина. Функция Грина задачи Дирихле.
30. Представление решения задачи Дирихле (в круге и шаре, в полуплоскости и полупространстве) через краевые значения.
31. Конформные отображения и их использование для решения задачи Дирихле и для построения функции Грина.
32. Метод разделения переменных и решение краевых задач в  $R^2$ .

#### Критерии оценивания

Оценка «отлично (10)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;

оценка «отлично (9)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений, но при этом были допущены небольшие неточности, которые были самостоятельно обнаружены и исправлены;

оценка «отлично (8)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений, но при этом были допущены небольшие неточности, которые после указания экзаменатора были самостоятельно исправлены;

оценка «хорошо (7)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает неточности в ответе или делает несущественные ошибки при решении задач;

оценка «хорошо (6)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает небольшие ошибки в ответе и (или) при решении задач;

оценка «хорошо (5)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но отвечает неуверенно и (или) допускает ошибки при решении задач;

оценка «удовлетворительно (4)» выставляется обучающемуся, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, неточные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, если при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «удовлетворительно (3)» выставляется обучающемуся, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, неточные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, не владеющему некоторыми разделами учебной программы, но умеющему применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется обучающемуся, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач;

оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется обучающемуся, показавшему полное незнание учебной программы дисциплины.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Дифференцированный зачет проводится по итогам текущей успеваемости и сдачи заданий, предусмотренных программой дисциплины, с учетом набранных очков по БРС.

Время проведения письменного экзамена составляет четыре астрономических часа. Во время проведения письменного экзамена обучающиеся могут пользоваться только ручкой, карандашом и бумагой.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

Дисциплина: Уравнения математической физики

(Поток Р.В. Константинова, ФОПФ)

Постановка задачи Коши для гиперболического в заданной области линейного дифференциального уравнения второго порядка с двумя независимыми переменными. Полуклассическое решение этой задачи в характеристических переменных, его существование и единственность.

3 курс, 6 семестр, 2018/2019 уч. г.

Одобрено на заседании кафедры 15 мая 2019 г.

УТВЕРЖДАЮ: \_\_\_\_\_ Заведующий кафедрой ИВАНОВ Г.Е.

---

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

Дисциплина: Уравнения математической физики

(Поток Р.В. Константинова, ФОПФ)

Пространства  $\mathcal{D}(G)$  и  $\mathcal{D}'(G)$  для открытого множества  $G \subseteq \mathbb{R}^m$ . Обобщённое дифференцирование в  $\mathcal{D}'(G)$ , теорема о равенстве обобщённых и классических производных порядка не выше  $N$  в  $\mathcal{D}'(G) \cap C^N(G)$ .

3 курс, 6 семестр, 2018/2019 уч. г.

Одобрено на заседании кафедры 15 мая 2019 г.

УТВЕРЖДАЮ: \_\_\_\_\_ Заведующий кафедрой ИВАНОВ Г.Е.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 3

Дисциплина: Уравнения математической физики

(Поток Р.В. Константинова, ФОПФ)

Постановка обобщённой задачи Коши в пространстве  $\mathcal{D}'(\mathbb{R} \times \mathbb{R}^m)$ . Теорема о корректности обобщённого решения этой задачи: достаточно гладкое обобщённое решение является и классическим решением.

3 курс, 6 семестр, 2018/2019 уч. г.

Одобрено на заседании кафедры 15 мая 2019 г.

УТВЕРЖДАЮ: \_\_\_\_\_ Заведующий кафедрой ИВАНОВ Г.Е.

---

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 4

Дисциплина: Уравнения математической физики

(Поток Р.В. Константинова, ФОПФ)

Нефинитность классического преобразования Фурье нетривиальной функции из  $\mathcal{D}(\mathbb{R})$ . Пространство Л. Шварца  $\mathcal{S}(\mathbb{R}^m)$  и плотность  $\mathcal{D}(\mathbb{R}^m)$  в нём. Классическое преобразование Фурье как линейное непрерывное преобразование пространства  $\mathcal{S}(\mathbb{R}^m)$  и теорема обращения.

3 курс, 6 семестр, 2018/2019 уч. г.

Одобрено на заседании кафедры 15 мая 2019 г.

УТВЕРЖДАЮ: \_\_\_\_\_ Заведующий кафедрой ИВАНОВ Г.Е.



---

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 5

Дисциплина: Уравнения математической физики

(Поток Р.В. Константинова, ФОПФ)

Пространство обобщённых функций  $\mathcal{S}'(\mathbb{R}^m)$ . Обобщённое преобразование Фурье в  $\mathcal{S}'(\mathbb{R}^m)$  по всем или по части переменных, и его свойства, связанные с операцией обобщённого дифференцирования.

3 курс, 6 семестр, 2018/2019 уч. г.

Одобрено на заседании кафедры 15 мая 2019 г.

УТВЕРЖДАЮ: \_\_\_\_\_ Заведующий кафедрой ИВАНОВ Г.Е.

---

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 6

Дисциплина: Уравнения математической физики

(Поток Р.В. Константинова, ФОПФ)

Свёртка обобщённых функций в пространстве  $\mathcal{S}'(\mathbb{R}^m)$ . Лемма о дифференцировании действия обобщённой функции на гладко зависящую от параметра основную функцию. Дифференцирование свёртки обобщённых функций.

3 курс, 6 семестр, 2018/2019 уч. г.

Одобрено на заседании кафедры 15 мая 2019 г.

УТВЕРЖДАЮ: \_\_\_\_\_ Заведующий кафедрой ИВАНОВ Г.Е.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 7

Дисциплина: Уравнения математической физики

(Поток Р.В. Константинова, ФОПФ)

Лемма об интегрировании действия. Преобразование Фурье обобщённой функции как действие на комплексную экспоненту. Преобразование Фурье свёртки обобщённых функций.

3 курс, 6 семестр, 2018/2019 уч. г.

Одобрено на заседании кафедры 15 мая 2019 г.

УТВЕРЖДАЮ: \_\_\_\_\_ Заведующий кафедрой ИВАНОВ Г.Е.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 8

Дисциплина: Уравнения математической физики

(Поток Р.В. Константинова, ФОПФ)

Функция Грина линейного дифференциального оператора в  $\mathcal{S}'(\mathbb{R}^m)$ . Достаточное условие существования единственной функции Грина. Функция Грина оператора  $\Delta - k^2$  в  $\mathcal{S}'(\mathbb{R}^3)$  для фиксированного  $k > 0$ , и её предел при  $k \rightarrow +0$  как функция Грина оператора Лапласа.

3 курс, 6 семестр, 2018/2019 уч. г.

Одобрено на заседании кафедры 15 мая 2019 г.

УТВЕРЖДАЮ: \_\_\_\_\_ Заведующий кафедрой ИВАНОВ Г.Е.

---

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 9

Дисциплина: Уравнения математической физики

(Поток Р.В. Константинова, ФОПФ)

Метод регуляризации и вычисление функции Грина оператора Гельмгольца  $\Delta + k^2$  в  $\mathcal{S}'(\mathbb{R}^3)$  для фиксированного  $k > 0$ , и её предел при  $k \rightarrow +0$  как функция Грина оператора Лапласа.

3 курс, 6 семестр, 2018/2019 уч. г.

Одобрено на заседании кафедры 15 мая 2019 г.

УТВЕРЖДАЮ: \_\_\_\_\_ Заведующий кафедрой ИВАНОВ Г.Е.

---

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 10

Дисциплина: Уравнения математической физики

(Поток Р.В. Константинова, ФОПФ)

Функция Грина оператора Лапласа в  $S'(\mathbb{R}^3)$  и вычисление в  $S'(\mathbb{R}^3)$  обобщённого решения уравнения Пуассона с абсолютно интегрируемым на  $\mathbb{R}^3$  источником, формула Пуассона.

3 курс, 6 семестр, 2018/2019 уч. г.

Одобрено на заседании кафедры 15 мая 2019 г.

УТВЕРЖДАЮ: \_\_\_\_\_ Заведующий кафедрой ИВАНОВ Г.Е.

---

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 11

Дисциплина: Уравнения математической физики

(Поток Р.В. Константинова, ФОПФ)

Вторая гладкость на открытом множестве  $G \subset \mathbb{R}^3$  обобщённого решения уравнения Пуассона в  $\mathcal{S}'(\mathbb{R}^3)$  с абсолютно интегрируемым на  $\mathbb{R}^3$  и непрерывно-дифференцируемым на  $G$  источником.

3 курс, 6 семестр, 2018/2019 уч. г.

Одобрено на заседании кафедры 15 мая 2019 г.

УТВЕРЖДАЮ: \_\_\_\_\_ Заведующий кафедрой ИВАНОВ Г.Е.

---

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 12

Дисциплина: Уравнения математической физики

(Поток Р.В. Константинова, ФОПФ)

Вычисление методом регуляризации функции Грина оператора Даламбера в пространстве  $\mathcal{S}'(\mathbb{R} \times \mathbb{R}^3)$  и обобщённое решение волнового уравнения с источником медленного роста, запаздывающий потенциал.

3 курс, 6 семестр, 2018/2019 уч. г.

Одобрено на заседании кафедры 15 мая 2019 г.

УТВЕРЖДАЮ: \_\_\_\_\_ Заведующий кафедрой ИВАНОВ Г.Е.



ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 13

Дисциплина: Уравнения математической физики

(Поток Р.В. Константинова, ФОПФ)

Формула Кирхгоффа решения обобщённой задачи Коши для однородного волнового уравнения в  $S'(\mathbb{R} \times \mathbb{R}^3)$  при начальных условиях медленного роста. Достаточные условия, при которых обобщённое решение становится классическим.

3 курс, 6 семестр, 2018/2019 уч. г.

Одобрено на заседании кафедры 15 мая 2019 г.

УТВЕРЖДАЮ: \_\_\_\_\_ Заведующий кафедрой ИВАНОВ Г.Е.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 14

Дисциплина: Уравнения математической физики

(Поток Р.В. Константинова, ФОПФ)

Сопряжённый оператор линейного оператора в гильбертовом пространстве. Область определения сопряжённого оператора. Теорема Фредгольма о связи множества значений линейного оператора и ядра его сопряжённого. Теорема о связи графиков линейного оператора и его сопряжённого.

3 курс, 6 семестр, 2018/2019 уч. г.

Одобрено на заседании кафедры 15 мая 2019 г.

УТВЕРЖДАЮ: \_\_\_\_\_ Заведующий кафедрой ИВАНОВ Г.Е.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 15

Дисциплина: Уравнения математической физики

(Поток Р.В. Константинова, ФОПФ)

Критерий замыкаемости плотно определённого линейного оператора в гильбертовом пространстве. Пример незамыкаемого плотно определённого оператора. Замыкаемость оператора Лапласа  $\Delta: C^2(\overline{G}) \rightarrow L_2(G)$  для ограниченной области  $G \subset \mathbb{R}^m$  с кусочно-гладкой границей.

3 курс, 6 семестр, 2018/2019 уч. г.

Одобрено на заседании кафедры 15 мая 2019 г.

УТВЕРЖДАЮ: \_\_\_\_\_ Заведующий кафедрой ИВАНОВ Г.Е.

---

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 16

Дисциплина: Уравнения математической физики

(Поток Р.В. Константинова, ФОПФ)

Неравенство Фридрихса для функции  $f \in C^1(\overline{G})$  и выпуклой ограниченной области  $G \subset \mathbb{R}^m$  с кусочно-гладкой границей. Задача Дирихле в круге  $K \subset \mathbb{R}^2$  для замыкания оператора Лапласа  $\Delta: C^2(\overline{K}) \rightarrow L_2(K)$ , существование и единственность её решения.

3 курс, 6 семестр, 2018/2019 уч. г.

Одобрено на заседании кафедры 15 мая 2019 г.

УТВЕРЖДАЮ: \_\_\_\_\_ Заведующий кафедрой ИВАНОВ Г.Е.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 17

Дисциплина: Уравнения математической физики

(Поток Р.В. Константинова, ФОПФ)

Собственные числа и собственные функции оператора Лапласа—Бельтрами на сфере  $S \subset \mathbb{R}^3$ , сферические функции. Ортогональный базис в пространстве  $L_2(S)$  из сферических функций.

3 курс, 6 семестр, 2018/2019 уч. г.

Одобрено на заседании кафедры 15 мая 2019 г.

УТВЕРЖДАЮ: \_\_\_\_\_ Заведующий кафедрой ИВАНОВ Г.Е.

---

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 18

Дисциплина: Уравнения математической физики

(Поток Р.В. Константинова, ФОПФ)

Неравенство Фридрихса для функции  $f \in C^1(\overline{G})$  и выпуклой ограниченной области  $G \subset \mathbb{R}^m$  с кусочно-гладкой границей. Задача Дирихле в шаре  $B \subset \mathbb{R}^3$  для замыкания оператора Лапласа  $\Delta: C^2(\overline{B}) \rightarrow L_2(B)$ , существование и единственность её решения.

3 курс, 6 семестр, 2018/2019 уч. г.

Одобрено на заседании кафедры 15 мая 2019 г.

УТВЕРЖДАЮ: \_\_\_\_\_ Заведующий кафедрой ИВАНОВ Г.Е.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 19

Дисциплина: Уравнения математической физики

(Поток Р.В. Константинова, ФОПФ)

Самосопряжённый линейный оператор в гильбертовом пространстве, его плотная определённость, замкнутость и симметричность. Пример несамосопряжённого замкнутого плотно определённого симметричного оператора. Вещественность спектра самосопряжённого оператора.

3 курс, 6 семестр, 2018/2019 уч. г.

Одобрено на заседании кафедры 15 мая 2019 г.

УТВЕРЖДАЮ: \_\_\_\_\_ Заведующий кафедрой ИВАНОВ Г.Е.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 20

Дисциплина: Уравнения математической физики

(Поток Р.В. Константинова, ФОПФ)

Спектральное разложение и самосопряжённость замыкания симметричного линейного оператора, обладающего ортогональным базисом в гильбертовом пространстве из своих собственных функций. Функция от замыкания такого оператора.

3 курс, 6 семестр, 2018/2019 уч. г.

Одобрено на заседании кафедры 15 мая 2019 г.

УТВЕРЖДАЮ: \_\_\_\_\_ Заведующий кафедрой ИВАНОВ Г.Е.



---

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 21

Дисциплина: Уравнения математической физики

(Поток Р.В. Константинова, ФОПФ)

Начально—краевая задача для однородного уравнения Шрёдингера с самосопряжённым линейным оператором в гильбертовом пространстве. Метод Фурье решения этой задачи и критерий её разрешимости. Оператор эволюции.

3 курс, 6 семестр, 2018/2019 уч. г.

Одобрено на заседании кафедры 15 мая 2019 г.

УТВЕРЖДАЮ: \_\_\_\_\_ Заведующий кафедрой ИВАНОВ Г.Е.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 22

Дисциплина: Уравнения математической физики

(Поток Р.В. Константинова, ФОПФ)

Собственные числа и собственные функции оператора Лапласа в круговом секторе при однородном граничном условии. Функции Бесселя. Свойство ортогональности и свойства нулей функций Бесселя.

3 курс, 6 семестр, 2018/2019 уч. г.

Одобрено на заседании кафедры 15 мая 2019 г.

УТВЕРЖДАЮ: \_\_\_\_\_ Заведующий кафедрой ИВАНОВ Г.Е.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 23

Дисциплина: Уравнения математической физики

(Поток Р.В. Константинова, ФОПФ)

Ортогональный базис в пространстве  $\mathbb{L}_2(G)$  из собственных функций оператора Лапласа в круговом секторе  $G \subset \mathbb{R}^2$  при однородном граничном условии.

3 курс, 6 семестр, 2018/2019 уч. г.

Одобрено на заседании кафедры 15 мая 2019 г.

УТВЕРЖДАЮ: \_\_\_\_\_ Заведующий кафедрой ИВАНОВ Г.Е.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 24

Дисциплина: Уравнения математической физики

(Поток Р.В. Константинова, ФОПФ)

Компактные самосопряжённые операторы в гильбертовом пространстве. Теорема Гильберта—Шмидта. Резольвента компактного самосопряжённого оператора.

3 курс, 6 семестр, 2018/2019 уч. г.

Одобрено на заседании кафедры 15 мая 2019 г.

УТВЕРЖДАЮ: \_\_\_\_\_ Заведующий кафедрой ИВАНОВ Г.Е.

---

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 25

Дисциплина: Уравнения математической физики

(Поток Р.В. Константинова, ФОПФ)

Симметричный оператор Штурма–Лиувилля и критерий его обратимости. Замыкание оператора, обратного к оператору Штурма–Лиувилля, как самосопряжённый компактный оператор. Теорема Стеклова.

3 курс, 6 семестр, 2018/2019 уч. г.

Одобрено на заседании кафедры 15 мая 2019 г.

УТВЕРЖДАЮ: \_\_\_\_\_ Заведующий кафедрой ИВАНОВ Г.Е.

# ПРИМЕРЫ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

## УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

---

- 1.③ В пространстве  $\mathcal{S}(\mathbb{R}^2)$  преобразование Фурье  $\mathcal{F}$  имеет вид

$$\mathcal{F}[\varphi(x, y)](\xi, \zeta) = \int_{\mathbb{R}^2} e^{i(x\xi + y\zeta)} \varphi(x, y) dx dy, \quad \varphi \in \mathcal{S}(\mathbb{R}^2).$$

Найти в пространстве  $\mathcal{S}'(\mathbb{R}^2)$  обобщённое преобразование Фурье

$$\mathcal{F}[\text{sign}(y)\delta(x + y)](\xi, \zeta).$$

---

- 2.③ В пространстве  $\mathcal{S}'(\mathbb{R}^2)$  найти решение задачи

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) u(t, x) = \frac{\delta(x) \theta(t)}{1 + t^2} + \frac{\delta(t)}{\sqrt{|x|}}, \quad t \in \mathbb{R}, \quad x \in \mathbb{R},$$

носитель которого содержится в полупространстве  $\{(t, x) \in \mathbb{R}^2 : t \geq 0, x \in \mathbb{R}\}$ .

---

- 3.③ В пространстве  $\mathcal{S}'(\mathbb{R}^4)$  найти решение задачи

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta_x \right) u(t, x) = \delta(x) \theta(t) \frac{\cos(t)}{\sqrt{t}}, \quad t \in \mathbb{R}, \quad x \in \mathbb{R}^3,$$

носитель которого содержится в полупространстве  $\{(t, x) \in \mathbb{R}^4 : t \geq 0, x \in \mathbb{R}^3\}$ .

---

- 4.④ Доказать, что для любого  $\varepsilon > 0$  в пространстве  $\mathcal{S}'(\mathbb{R}^3)$  уравнение

$$\Delta u(x) = \varepsilon u(x) + \theta(2 - |x|) |x|^{-4/3}, \quad x \in \mathbb{R}^3,$$

имеет единственное решение  $u_\varepsilon(x) \in \mathcal{S}'(\mathbb{R}^3)$ , и найти

$$u_0(x) = \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} u_\varepsilon(x) \quad \text{в } \mathcal{S}'(\mathbb{R}^3).$$

---

5. ⑤ В гильбертовом пространстве  $\mathcal{H} = \mathbb{L}_2([0, 1] \times [0, 1])$  рассматривается линейный оператор

$$A = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + i \frac{\partial}{\partial y} : D(A) \rightarrow \mathcal{H}$$

с областью определения

$$D(A) = \left\{ u(x, y) \in C^2([0, 1] \times [0, 1]) : u'_x|_{x=0} = u|_{x=1} = 0, \quad u|_{y=0} = -u|_{y=1} \right\}.$$

- а) ① Доказать, что оператор  $A$  симметричен на  $D(A)$ ;
- б) ① Найти в  $\mathcal{H}$  ортогональный базис из собственных векторов  $A$ ;
- в) ① Найти область определения и спектральное разложение оператора  $\bar{A}$ ;
- г) ② Найти решение задачи

$$\frac{d}{dt}u(t) + (\bar{A})^2 u(t) = \exp(it), \quad t > 0, \quad u(t) \in D((\bar{A})^2),$$

$$u(+0) = 0.$$

6. ④ Область  $K \subset \mathbb{R}^2$  в полярных координатах  $x = r \cos \varphi$ ,  $y = r \sin \varphi$ , имеет вид

$$K = \left\{ 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}, \quad 0 < r < 1 \right\}.$$

Оператор Лапласа  $\Delta: D(\Delta) \rightarrow \mathbb{L}_2(K)$  имеет область определения

$$D(\Delta) = \left\{ f \in C^2(\bar{K}) : f|_{\varphi=0} = f'_\varphi|_{\varphi=\frac{\pi}{2}} = f|_{r=1} = 0 \right\}.$$

- а) ② Найти область определения и спектральное разложение оператора  $\bar{\Delta}$ ;
- б) ② Для функции  $v(x, y) = y$  при  $(x, y) \in K$  найти решение задачи

$$i \frac{d}{dt}u(t) = \bar{\Delta}u(t) + v \cos(t), \quad t > 0, \quad u(t) \in D(\bar{\Delta}),$$

$$u(+0) = 0.$$

7. ④ Рассматривается оператор Лапласа  $\Delta: C^2(B) \rightarrow \mathbb{L}_2(B)$ , где  $B$  — замкнутый единичный шар в  $\mathbb{R}^3$  с центром в нуле. Найти решение задачи

$$\bar{\Delta}u = 0, \quad u \in D(\bar{\Delta}), \quad u|_{\partial B} = x_1 \cos(x_3), \quad x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3.$$

8. ⑤ Интегральный самосопряжённый оператор  $A: \mathbb{L}_2[0, 1] \rightarrow \mathbb{L}_2[0, 1]$  имеет вид

$$(Af)(x) = \int_0^x (4-t)xf(t)dt + \int_x^1 (4-x)tf(t)dt, \quad x \in [0, 1], \quad f \in \mathbb{L}_2[0, 1].$$

- а) ③ Найти в  $\mathbb{L}_2[0, 1]$  ортогональный базис из собственных функций оператора  $A$ ;
- б) ① Найти спектральное разложение оператора  $A$ ;
- в) ① Для любой функции  $g \in \mathbb{L}_2[0, 1]$  решить уравнение

$$4u = Au + g, \quad u \in \mathbb{L}_2[0, 1].$$

«СОГЛАСОВАНО»

Проректор по учебной работе и довузовской подготовке

А. А. Воронов

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2018

## Балльно-рейтинговая система оценки знаний студентов

по дисциплине «Уравнения математической физики», 3 курс, 5 семестр,  
дифференцированный зачет, кафедра высшей математики

Виды заданий	Сумма баллов
1. Контрольная работа № 1 по 1-му заданию	0 – 9
2. Контрольная работа № 2 по 2-му заданию	0 – 9
3. Задание № 1 (тетрадь и ее защита)	0 – 3
4. Задание № 2 (тетрадь и ее защита)	0 – 3
5. Проверка теоретических знаний (не более трёх лекционных контрольных)	0 – 3
6. Работа на семинарах	0 – 3
ИТОГО	0 – 30

Дифференцированный зачет выставляется по результатам работы в семестре в соответствии со следующей шкалой

Баллы БРС	Оценки	
29-30	10	отлично
27-28	9	
25-26	8	
23-24	7	хорошо
21-22	6	
19-20	5	
17-18	4	удовлетворительно
15-16	3	
10 – 14	2	неудовлетворительно
0 – 9	1	

Если сумма баллов за работу в семестре меньше 15, то в зачетную неделю студенту предоставляется возможность повысить свою оценку. Итоговая оценка не может быть повышена более чем на два балла по десятибалльной шкале.

Студенты, имеющие неудовлетворительную оценку к началу экзаменационной сессии, ликвидируют академическую задолженность в установленные для этого сроки. При этом итоговая оценка студента не может быть повышена более чем на два балла по десятибалльной шкале.

Регламент принятия домашних заданий и проведения зачета определяется «Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов на кафедре высшей математики».

Зав. кафедрой

Г.Е. Иванов



**Балльно-рейтинговая система оценки знаний студентов**

Дисциплина: Уравнения математической физики, 3 курс, 6 семестр, экзамен.

Кафедра: высшей математики

№	Виды занятий	Сумма баллов
1.	Контрольная работа № 1 по сдаче 1 задания	0 – 9
2.	Контрольная работа № 2 по сдаче 2 задания	0 – 9
3.	Задание № 1	0 – 3
4.	Задание № 2	0 – 3
5.	Проверка теоретических знаний	0 – 3
6.	Работа на семинарах	0 – 3
7.	Письменная работа	0 – 30
8.	Итоговый контроль. Экзамен (устный ответ)	0 – 60
	<b>ИТОГО</b>	<b>0 – 120</b>

Сумма баллов  $\Sigma$  промежуточной аттестации вычисляется по формуле :

$\Sigma = \Sigma_1 + \Sigma_2 + \Sigma_3 \leq 120$ , где  $\Sigma_1$ - за работу в семестре, ( $0 \leq \Sigma_1 \leq 30$ );  $\Sigma_2$ - за письменную работу;  $\Sigma_2 = 3 \cdot K$ ,  $1 \leq K \leq 10$ , K-оценка за письменную работу. Если письменная работа написана на 0 баллов, то  $\Sigma_2 = 0$ .  $\Sigma_3$ - за устный экзамен;  $\Sigma_3 = 6 \cdot n$ ,  $3 \leq n \leq 10$ , где n-оценка за устный экзамен. Если n=1 или 2, то итоговая оценка совпадает с n, при этом  $\Sigma_3$  не вычисляется.

Соответствие оценок итоговой академической успеваемости балльно-рейтинговой системы.

Баллы БРС	Оценки	
112– 120	10	отлично
103 – 111	9	
94 – 102	8	
85 – 93	7	хорошо
76 – 84	6	
67 – 75	5	
54 – 66	4	удовлетворительно
41 – 53	3	
28 – 40	2	
0 – 27	1	неудовлетворительно

Регламент принятия домашних заданий и проведения экзамена определяется «Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов на кафедре высшей математики».

Зав. кафедрой

\_\_\_\_\_ Г.Е. Иванов