

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Проректор по учебной работе и  
довузовской подготовке**

**А.А. Воронов**

|                            |  |
|----------------------------|--|
|                            | <b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>   |
| <b>по дисциплине:</b>      | Динамические системы   |
| <b>по направлению:</b>     | Прикладные математика и физика   |
| <b>профиль подготовки:</b> | Биофизика и биоинформатика<br>Физтех-школа Биологической и Медицинской Физики<br>кафедра высшей математики |
| <b>курс:</b>               | 3  |
| <b>квалификация:</b>       | бакалавр   |

Семестр, формы промежуточной аттестации: 6 (весенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 30 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Количество контрольных работ, заданий: 2

Программу составил: Д.А. Филимонов, канд. физ.-мат. наук, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры высшей математики 21.05.2020

## Аннотация

Основной целью курса является знакомство студентов с качественной теорией динамических систем. При этом, с одной стороны, предполагается построение строгого математического основания для работы с качественными инструментами анализа поведения решений, а с другой стороны, в качестве иллюстрации работы указанных инструментов выбираются те модели и динамические системы, которые возникают в реальных биологических задачах.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

освоение слушателями бакалавриата методов теории динамических систем.

#### Задачи дисциплины

приобретение слушателями умений и навыков методах теории динамических систем и качественной теории дифференциальных уравнений.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

| Код и наименование компетенции   | Индикаторы достижения компетенции   |
|--|---|
| ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности | ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения  |
|  | ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки   |
|  | ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов   |
| ПК-4 Способен критически оценивать применимость используемых методик и методов   | ПК-4.1 Знает численные порядки величин, характерных для соответствующей профессиональной области                                    |
|  | ПК-4.2 Знает источники происхождения и умеет производить оценку погрешности измерений и достоверности экспериментальных результатов |
|  | ПК-4.3 Способен обосновать причинно-следственные отношения используемых понятий и моделей   |

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- методические основы изучения и использования математических утверждений;
- основы учебного курса динамических систем.

уметь:

- изучать, использовать и применять определения, теоремы теории динамических систем;
- изучать и формировать системы математических знаний;
- доказывать основные теоремы учебных курсов теории динамических систем;
- решать стандартные задачи на применение изученных утверждений теории динамических систем.

владеть:

четким представлением о курсе.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

|  |   |
|--|---|
|  | Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час. |
|--|---|

| №                     | Тема (раздел) дисциплины                   | Лекции             | Семинары | Лаборат. работы | Самост. работа |
|-----------------------|--|--------------------|----------|-----------------|----------------|
| 1                     | Общее понятие динамической системы         | 2                  | 2        |                 | 5              |
| 2                     | Элементы теории возмущений                 | 4                  | 4        |                 | 5              |
| 3                     | Непрерывные динамические системы           | 14                 | 14       |                 | 9              |
| 4                     | Динамические системы большой размерности   | 2                  | 2        |                 | 5              |
| 5                     | Динамические системы с дискретным временем | 8                  | 8        |                 | 6              |
| Итого часов           |  | 30                 | 30       |                 | 30             |
| Подготовка к экзамену |  | 0 час.             |          |                 |                |
| Общая трудоёмкость    |  | 90 час., 2 зач.ед. |          |                 |                |

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 6 (Весенний)

##### 1. Общее понятие динамической системы

1.1) Построение траекторий, изоклины.

1.2) Примеры биологических динамических систем. Модель нейрона (упрощенная модель Ходжина-Хаксли: модель ФитцХью-Нагумо), уравнение Ван дер Поля, Брюсселятор, Орегонатор.

##### 2. Элементы теории возмущений

Топологическая эквивалентность, бифуркационная диаграмма, структурная устойчивость, грубость положений равновесия.

##### 3. Непрерывные динамические системы

3.1) Автономные дифференциальные уравнения.

3.2) Фазовый поток, лемма о выпрямлении, теорема Лиувилля о фазовом объеме.

3.3) Предельное поведение траекторий, предельные множества, теория и классификация Пуанкаре-Бендиксона. Аттракторы и предельные циклы.

3.4) Отображение Пуанкаре, связь дискретных и непрерывных динамических систем. Надстройка Смейла.

3.5) Примеры бифуркаций: седлоузловая, Андронова-Хопфа.

3.6) Теория индексов особых точек.

3.7) Устойчивость, функция Ляпунова, показатели Ляпунова

##### 4. Динамические системы большой размерности

4.1) Регулярные методы редукции.

4.2) Сингулярный метод редукции. Теорема Тихонова.

##### 5. Динамические системы с дискретным временем

5.1) Линейные системы (рекуррентные, разностные уравнения).

5.2) Неподвижные точки, циклы, устойчивость, теорема Шарковского.

5.3) Примеры бифуркаций: бифуркация седлоузла, удвоения периода, Неймарка-Сакера.

5.4) \*Показатели Ляпунова.

**5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Стандартная учебная аудитория.

**6.Перечень рекомендуемой литературы**

Основная литература

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / Л. С. Понтрягин .— 6-е изд. — М. ; Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, 1982, 2001 .— 400 с.

Дополнительная литература

1. Дифференциальные уравнения [Текст] : учебник для вузов / А. Н. Тихонов, А. Б. Васильева, А. Г. Свешников ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова .— 4-е изд., стереотип. — М. : Физматлит, 2005 .— 256 с.

**7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Не используются

**8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

**9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Для подготовки к итоговой аттестации по предмету лучше всего пользоваться материалами лекции.

Дополнительная литература:

1. Братусь А. С., Новожилов А. С., Платонов А. П. Динамические системы и модели биологии. — Физматлит Москва, 2010. — С. 400.
2. Р.Р. Ахмеров, Б.Н Садовский. Очерки по теории обыкновенных дифференциальных уравнений.
3. Б. Хасселблат, А. Каток. Введение в современную теорию динамических систем, 1999
4. Братусь А. С., Новожилов А. С. Математические модели экологии и динамические системы с дискретным временем. — ВМК МГУ Москва, 2003. — С. 86.
5. Братусь А. С., Новожилов А. С. Математические модели экологии и динамические системы с непрерывным временем. — МГУ Москва, 2004. — С. 241.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

**по направлению:** Прикладные математика и физика  
**профиль подготовки:** Биофизика и биоинформатика  
Физтех-школа Биологической и Медицинской Физики  
кафедра высшей математики  
**курс:** 3  
**квалификация:** бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 6 (весенний) - Дифференцированный зачет

**Разработчик:** Д.А. Филимонов, канд. физ.-мат. наук, доцент

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

| Код и наименование компетенции   | Индикаторы достижения компетенции   |
|--|---|
| ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности | ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения  |
|  | ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки   |
|  | ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов   |
| ПК-4 Способен критически оценивать применимость используемых методик и методов   | ПК-4.1 Знает численные порядки величин, характерных для соответствующей профессиональной области                                    |
|  | ПК-4.2 Знает источники происхождения и умеет производить оценку погрешности измерений и достоверности экспериментальных результатов |
|  | ПК-4.3 Способен обосновать причинно-следственные отношения используемых понятий и моделей   |

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Динамические системы» обучающийся должен:

### знать:

- методические основы изучения и использования математических утверждений;
- основы учебного курса динамических систем.

### уметь:

- изучать, использовать и применять определения, теоремы теории динамических систем;
- изучать и формировать системы математических знаний;
- доказывать основные теоремы учебных курсов теории динамических систем;
- решать стандартные задачи на применение изученных утверждений теории динамических систем.

### владеть:

четким представлением о курсе.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Текущий контроль осуществляется на основе выполнения студентами совокупности домашних заданий и контрольных работ в соответствии с учебным планом. Данные о посещаемости и текущей успеваемости вносятся преподавателями в специальные журналы.

Текущий контроль на основе домашних заданий осуществляется в течение учебного семестра в сроки, установленные Учебным управлением, в соответствии с учебным планом.

Для сдачи задания студент обязан предоставить решение задачи домашнего задания в письменной форме, ответить на вопросы преподавателя и написать контрольную работу по заданию, по которой проверяются знание понятий и утверждений по темам сдаваемого задания и умение решать задачи.

Во время выполнения контрольной работы нельзя пользоваться помощью других лиц, вычислительной техники и мобильными телефонами.

## 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

- 1) Предъявить систему знаний, обеспечивающих освоение и использование определения математического понятия, на примере конкретного математического понятия из курса теории динамических систем.
- 2) Предъявить систему знаний, обеспечивающую изучение теоремы курса математического анализа на конкретном примере теоремы курса теории динамических систем.

3) Предъявить систему свойств математического понятия, обеспечивающую поиск решения стандартных задач на конкретном примере математического понятия или системы математических понятий курса теории динамических систем.

4) Предъявить систему знаний, обеспечивающую освоение и применение алгоритмизируемых техник в курсе теории динамических систем на примере конкретной техники из курса теории динамических систем.

#### Критерии оценивания

Оценка «отлично (10)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;

оценка «отлично (9)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений, но при этом были допущены небольшие неточности, которые были самостоятельно обнаружены и исправлены;

оценка «отлично (8)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений, но при этом были допущены небольшие неточности, которые после указания экзаменатора были самостоятельно исправлены;

оценка «хорошо (7)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает неточности в ответе или делает несущественные ошибки при решении задач;

оценка «хорошо (6)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает небольшие ошибки в ответе и (или) при решении задач;

оценка «хорошо (5)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но отвечает неуверенно и (или) допускает ошибки при решении задач;

оценка «удовлетворительно (4)» выставляется обучающемуся, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, неточные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, если при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «удовлетворительно (3)» выставляется обучающемуся, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, неточные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, не владеющему некоторыми разделами учебной программы, но умеющему применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется обучающемуся, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач;

оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется обучающемуся, показавшему полное незнание учебной программы дисциплины.

#### **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

При проведении дифференцированного зачета обучающемуся предоставляется 1 астрономический час на подготовку. Опрос обучающегося по билету не должен превышать двух астрономических часов. Во время проведения зачета обучающиеся могут пользоваться только программой дисциплины.