

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Проректор по учебной работе и  
довузовской подготовке**

**А.А. Воронов**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Теория функций комплексного переменного
<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Биофизика и биоинформатика Физтех-школа Биологической и Медицинской Физики кафедра высшей математики
<b>курс:</b>	3
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 5 (осенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 75 всего, в том числе:

лекции: 45 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 75 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 180, всего зач. ед.: 4

Количество контрольных работ, заданий: 3

Программу составили:

Е.С. Половинкин, д-р физ.-мат. наук, профессор, профессор

А.А. Хасанов, канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент

В.В. Горяйнов, д-р физ.-мат. наук, профессор

М.И. Карлов, канд. физ.-мат. наук, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры высшей математики 21.05.2020

## Аннотация

Курс посвящен основам теории функций комплексного переменного. Изложены вопросы представления регулярных функций в виде степенных и других функциональных рядов, геометрические принципы: аргумента, сохранения области, максимума модуля и другие. Построена геометрическая теория конформных отображений. Приведены эффективные методы вычисления интегралов, основанные на теории вычетов. Рассмотрены приложения комплексного анализа к решению краевых задач уравнений математической физики.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

изучение методов и овладение аппаратом анализа функций комплексного переменного для их применения при решении задач математической физики, гидродинамики, аэродинамики и др.

#### Задачи дисциплины

- изучение свойств регулярных функций, разложение регулярных функций в кольцо в виде суммы ряда Лорана;
- умение исследовать изолированные особые точки функции и применять теорию вычетов для вычисления интегралов, в том числе и несобственных интегралов от функций действительного переменного;
- владение методом конформных отображений при решении задач уравнений математической физики на плоскости.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
УК-6 Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	УК-6.2 Способен планировать самостоятельную деятельность в решении профессиональных задач; подвергать критическому анализу проделанную работу; находить и творчески использовать имеющийся опыт в соответствии с задачами саморазвития

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- условия Коши-Римана, интегральную теорему Коши, интегральную формулу Коши;
- критерии регулярности функций: теоремы Морера и Вейерштрасса, представление регулярной функции, заданной в кольце, в виде суммы ряда Лорана; типы изолированных особых точек;
- понятие вычета в изолированной особой точке;
- теорему Коши о вычислении интегралов через сумму вычетов;
- понятие регулярной ветви многозначной функции;
- понятие конформного отображения, дробно-линейные функции и функции Жуковского;
- теорему Римана о конформной эквивалентности односвязных областей;
- решение классической задачи Дирихле для уравнения Лапласа на плоскости методом конформных отображений.

уметь:

- представлять регулярную функцию, определенную в кольце, в виде суммы ряда Лорана;
- находить и исследовать изолированные особые точки функции;
- применять теорию вычетов для вычисления интегралов, в том числе и несобственных интегралов от функций действительного переменного;
- находить функции, осуществляющие конформные отображения заданных областей;
- применять метод конформных отображений при решении задачи Дирихле для уравнения Лапласа на плоскости.

владеть:

- методами комплексного анализа, применяемыми при вычислении интегралов с помощью вычетов;
- методами комплексного анализа, применяемыми при решении задач гидродинамики, аэродинамики, математической физики и др.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Элементарные функции комплексного переменного, их дифференцируемость и интегрируемость по контуру. Условия Коши-Римана. Теорема об обратной функции. Многозначные функции. Главные регулярные ветви функций. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши.	9	6		15
2	Интегральная теорема Коши.	9	6		15
3	Степенные ряды. Ряд Тейлора для регулярной функции. Ряд Лорана для регулярной функции в кольце.	9	6		15
4	Изолированные особые точки. Вычеты. Вычисление интегралов.	8	4		15
5	Геометрические принципы регулярных функций. Конформные отображения в расширенной комплексной плоскости.	10	8		15
Итого часов		45	30		75
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		180 час., 4 зач.ед.			

##### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 5 (Осенний)

1. Элементарные функции комплексного переменного, их дифференцируемость и интегрируемость по контуру. Условия Коши-Римана. Теорема об обратной функции. Многозначные функции. Главные регулярные ветви функций. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши.

- 1.1. Комплексные числа. Расширенная комплексная плоскость. Сфера Римана. Последовательности и ряды. Понятие функции комплексного переменного. Непрерывные функции.
- 1.2. Дифференцирование по комплексному переменному. Условия Коши--Римана. Понятие функции, регулярной в области. Спряженные гармонические функции двух переменных.
- 1.3. Элементарные функции комплексного переменного: степенная, рациональная, показательная и тригонометрическая, их свойства. Теорема об обратной функции (невырожденный случай). Понятие о многозначной функции и ее регулярных ветвях. Главные регулярные ветви многозначных функций.
- 1.4. Интегрирование по комплексному переменному. Интегральная теорема Коши для регулярных функций (доказательство для случая кусочно-гладкого контура в односвязной области). Интегральная формула Коши (интеграл Коши). Интеграл типа Коши, его регулярность.
- 1.5. Первообразная. Достаточное условие существования первообразной. Формула Ньютона--Лейбница. Теорема Морера.
- 1.6. Приращение аргумента  $z$  вдоль гладкого контура, его интегральное представление и свойства. Приращение аргумента функции  $f(z)$  вдоль непрерывного контура и его свойства. Общий вид регулярных ветвей многозначных функций и в односвязной области, не содержащей нуля. Условия существования и общий вид регулярных ветвей многозначных функций.

## 2. Интегральная теорема Коши.

Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши. Интеграл типа Коши. Первообразная.

## 3. Степенные ряды. Ряд Тейлора для регулярной функции. Ряд Лорана для регулярной функции в кольце.

- 2.1. Степенные ряды, первая теорема Абеля, радиус и круг сходимости. Разложение в степенной ряд функции, регулярной в круге. Теоремы Вейерштрасса для равномерно сходящихся рядов из регулярных функций.
- 2.2. Ряд Лорана и его кольцо сходимости. Разложение в ряд Лорана функции, регулярной в кольце, его единственность и неравенство Коши для коэффициентов ряда Лорана. Теорема единственности для регулярных функций.

## 4. Изолированные особые точки. Вычеты. Вычисление интегралов.

- 3.1. Изолированные особые точки однозначного характера, их классификация. Определение характера особой точки по главной части ряда Лорана.
- 3.2. Вычеты. Вычисление интегралов с помощью вычетов. Лемма Жордана.

## 5. Геометрические принципы регулярных функций. Конформные отображения в расширенной комплексной плоскости.

- 5.1. Лемма об открытости. Принцип сохранения области. Однолистность и многолистность в малом. Принцип максимума модуля регулярной функции. Принцип максимума и минимума гармонической функции. Лемма Шварца.
- 5.2. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Понятие конформного отображения в расширенной комплексной области.
- 5.3. Дробно-линейные функции и их свойства.
- 5.4. Конформные отображения с помощью элементарных функций. Функция Жуковского и ее свойства. Теорема Римана о конформной эквивалентности односвязных областей и принцип соответствия границ (без доказательства).
- 5.5. Теорема о стирании разреза. Принцип симметрии при конформных отображениях.

Учебная аудитория, оснащенная мультимедиапроектором и экраном.  
Обеспечение самостоятельной работы - наличие учебников и задачников по курсу ТФКП в библиотеке института, доступ в Интернет для получения вспомогательного учебного материала на сайте кафедры высшей математики.

## **6.Перечень рекомендуемой литературы**

### **Основная литература**

1. Теория функций комплексного переменного [Текст] : учеб. пособие для вузов / М. И. Шабунин, Ю. В. Сидоров .— 3-е изд., испр. и доп. — М. : Лаборатория знаний, 2016 .— 300 с.
  2. Курс лекций по теории функций комплексного переменного [Текст] : учеб. пособие для вузов / Е. С. Половинкин .— М. : Физматкнига, 2003 .— 208 с.
  3. Сборник задач по теории функций комплексного переменного [Текст] / М. И. Шабунин, Е. С. Половинкин, М. И. Карлов - М.БИНОМ. Лаб. знаний,2018
- Половинкин, Е. С.  
Теория функций комплексного переменного [Текст] : учебник для вузов / Е. С. Половинкин .— М. : ИНФРА-М, 2018 .— 254 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - Библиогр.: с. 250. - Предм. указ.: с. 251-253. - ISBN 978-5-16-013608-0 (в пер.) .— Полный текст (Доступ из сети МФТИ / Удаленный доступ).

### **Дополнительная литература**

1. Лекции по теории функций комплексного переменного [Текст] / В. В. Горяйнов, Е. С. Половинкин ; М-во образования и науки РФ, Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т) - М.МФТИ,2017

## **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

1. <http://univertv.ru/video/matematika/> Открытый образовательный видеопортал UniverTV.ru. Образовательные фильмы на различные темы. Лекции в ведущих российских и зарубежных вузах. Научная конференция или научно-популярная лекция по интересующему вас вопросу.
2. <http://www.iqlib.ru/> Электронная библиотека IQlib образовательных и просветительских изданий. Образовательный ресурс, объединяющий в себе интернет-библиотеку и пользовательские сервисы для полноценной работы с библиотечными фондами.  
Свободный доступ к электронным учебникам, справочным и учебным пособиям. Аудитория электронной библиотеки IQlib – студенты, преподаватели учебных заведений, научные сотрудники и все те, кто хочет повысить свой уровень знаний.
3. [http://www.edu.ru/modules.php?op=modload&name=Web\\_Links&file=index&l\\_op=viewlink&cid=1314](http://www.edu.ru/modules.php?op=modload&name=Web_Links&file=index&l_op=viewlink&cid=1314) Федеральный портал "Российское образование". Каталог образовательных ресурсов.
4. <http://lib.mipt.ru/> – электронная библиотека Физтеха.
5. <http://www.i-exam.ru> – единый портал Интернет-тестирования в сфере образования.

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

Для контроля и коррекции знаний обучающиеся могут использовать компьютерное тестирование, в том числе на портале [www.i-exam.ru](http://www.i-exam.ru).

В процессе самостоятельной работы обучающихся возможно использование таких программных средств, как Mathcad, Scilab и др.

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Студент, изучающий курс теории функций комплексной переменной, должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике.

При изучении теоретического материала студенту необходимо восстановить знания по курсу математического анализа функций одной и двух вещественных переменных, поскольку многие результаты курса основаны на этих знаниях. С другой стороны это позволит глубже осознать различия в свойствах функций комплексной и вещественной переменных.

Основным объектом изучения является голоморфная (регулярная) в некотором круге комплексной плоскости функция комплексной переменной и ее свойства. Поскольку существуют несколько эквивалентных определений голоморфной в круге функции, рекомендуется при изучении предмета придерживаться одного основного источника (лучше – курса лекций).

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой.

Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы,
- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе),
- подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения,
- доказательство отдельных утверждений, свойств;
- решение задач, предлагаемых студентам на лекциях и практических занятиях,
- подготовку к практическим занятиям, коллоквиумам, экзамену.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций.

Показателем владения материалом служит умение решать задачи. Для формирования умения применять теоретические знания на практике студенту необходимо решать как можно больше задач. При решении задач каждое действие необходимо аргументировать, ссылаясь на известные теоретические сведения.

При подготовке к практическим занятиям необходимо повторять ранее изученные основные определения, формулировки теорем. В начале занятия, как правило, проводится короткий (10-15 минут) опрос по материалу прошедших занятий в устной или письменной форме.

Обычно придерживаются следующей схемы: изучение материала лекции по конспекту в тот же день, когда была прослушана лекция (10-15 минут); повторение материала накануне следующей лекции (10-15 минут), проработка учебного материала по конспектам лекций, учебной и научной литературе, подготовка ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения (1 час неделю), подготовка к практическому занятию, решение задач (1 час). Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к лектору или преподавателю, ведущему практические занятия.

Обязательным требованием является выполнение домашних работ, которые оформляются в специально отведённой для этого тетради и систематически сдаются на проверку.

Промежуточный контроль знаний проводится в виде письменных контрольных работ, на которых студенту предлагается письменно ответить на теоретический вопрос и решить несколько задач по зачетной теме, а также студенту в ходе освоения курса необходимо выполнить три домашних индивидуальных работы с их последующей защитой:

1. «Комплексные числа. Голоморфные функции, их представление в виде рядов. Особые точки однозначного характера и их классификация.»
2. «Вычеты и вычисление интегралов. Регулярные ветви многозначных функций и их разложение в ряды Тейлора и Лорана. Принцип аргумента и теорема Руше.»
3. «Конформные отображения. Принцип симметрии.»

Доп. литература:

1. Горяйнов В.В. Курс лекций по теории функций комплексного переменного.- Волгоград: Издательство Волгоградского государственного университета, 1998.-124 с.
2. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Лекции по теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1973,1987.
3. Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунин М.И. Лекции по теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1982, 1989.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Биофизика и биоинформатика Физтех-школа Биологической и Медицинской Физики кафедра высшей математики
<b>курс:</b>	3
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 5 (осенний) - Экзамен

**Разработчики:**

Е.С. Половинкин, д-р физ.-мат. наук, профессор, профессор

А.А. Хасанов, канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент

В.В. Горяйнов, д-р физ.-мат. наук, профессор

М.И. Карлов, канд. физ.-мат. наук, доцент

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
УК-6 Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	УК-6.2 Способен планировать самостоятельную деятельность в решении профессиональных задач; подвергать критическому анализу проделанную работу; находить и творчески использовать имеющийся опыт в соответствии с задачами саморазвития

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Теория функций комплексного переменного» обучающийся должен:

### знать:

- условия Коши-Римана, интегральную теорему Коши, интегральную формулу Коши;
- критерии регулярности функций: теоремы Морера и Вейерштрасса, представление регулярной функции, заданной в кольце, в виде суммы ряда Лорана; типы изолированных особых точек;
- понятие вычета в изолированной особой точке;
- теорему Коши о вычислении интегралов через сумму вычетов;
- понятие регулярной ветви многозначной функции;
- понятие конформного отображения, дробно-линейные функции и функции Жуковского;
- теорему Римана о конформной эквивалентности односвязных областей;
- решение классической задачи Дирихле для уравнения Лапласа на плоскости методом конформных отображений.

### уметь:

- представлять регулярную функцию, определенную в кольце, в виде суммы ряда Лорана;
- находить и исследовать изолированные особые точки функции;
- применять теорию вычетов для вычисления интегралов, в том числе и несобственных интегралов от функций действительного переменного;
- находить функции, осуществляющие конформные отображения заданных областей;
- применять метод конформных отображений при решении задачи Дирихле для уравнения Лапласа на плоскости.

### владеть:

- методами комплексного анализа, применяемыми при вычислении интегралов с помощью вычетов;
- методами комплексного анализа, применяемыми при решении задач гидродинамики, аэродинамики, математической физики и др.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Текущий контроль осуществляется на основе балльно-рейтинговой системы (БРС) оценки знаний по изучаемой дисциплине. БРС учитывает выполнение студентами совокупности домашних заданий и контрольных работ в соответствии с учебным планом. Данные о посещаемости и текущей успеваемости вносятся преподавателями в специальные журналы и учитываются в БРС.

Семестровая контрольная работа проводится в середине осеннего семестра, является одной из форм текущего контроля успеваемости по изучаемой дисциплине с учетом в БРС.



Текущий контроль на основе домашних заданий осуществляется в течении учебного семестра в сроки, установленные Учебным управлением, в соответствии с учебным планом.

Для сдачи задания студент обязан предоставить решение задачи домашнего задания в письменной форме, ответить на вопросы преподавателя и написать контрольную работу по заданию, по которой проверяются знание понятий и утверждений по темам сдаваемого задания и умению решать задачи.

Во время выполнения контрольной работы нельзя пользоваться помощью других лиц, вычислительной техники и мобильными телефонами.

#### **4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся**

1. Дифференцирование функций по комплексному переменному.
2. Условия Коши-Римана.
3. Теорема об обратной функции.
4. Интегральная теорема Коши для регулярной функции в односвязной области.
5. Интегральная формула Коши.
6. Интеграл типа Коши и его свойства.
7. Ряд Тейлора. Разложение регулярной функции в степенной ряд.
8. Теоремы Вейерштрасса.
9. Разложение в ряд Лорана функции, регулярной в кольце. Единственность разложения в ряд Лорана.
10. Теорема единственности регулярной функции.
11. Понятие первообразной. Достаточное условие существования первообразной у непрерывной функции. Формула Ньютона- Лейбница.
12. Теорема Морера. Теорема о стирании разреза.
13. Классификация изолированных особых точек однозначного характера по структуре главной части лорановского разложения.
14. Теорема о вычетах. Вычисление несобственных интегралов с помощью вычетов. Лемма Жордана.
15. Общий вид регулярных ветвей многозначных функций и в односвязной области.
16. Критерий выделения регулярных ветвей многозначной функции в заданной области, их общий вид.
17. Неравенство Коши для коэффициентов ряда Лорана. Теорема Лиувилля.
18. Принцип аргумента. Теорема Руше. Основная теорема алгебры.
19. Понятие аналитической функции. Особые точки аналитических функций. Теорема Коши-Адамара.
20. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Понятие конформного отображения в области на комплексной плоскости. Критерий конформности в точке.
21. Понятие конформного отображения в расширенной комплексной. Теорема Римана о существовании конформного отображения и принцип соответствия границ. (без доказательства). Общий вид конформного отображения единичного круга на себя.
22. Дробно-линейная функция и ее свойства.
23. Функция Жуковского и ее свойства.
24. Конформные отображения, осуществляемые степенной и экспоненциальной функциями.
25. Классическая задача Дирихле для уравнения Лапласа. Единственность решения. Интеграл Пуассона для круга.

#### **Критерии оценивания**

Оценка «отлично (10)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;

оценка «отлично (9)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений, но при этом были допущены небольшие неточности, которые были самостоятельно обнаружены и исправлены;

оценка «отлично (8)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений, но при этом были допущены небольшие неточности, которые после указания экзаменатора были самостоятельно исправлены;

оценка «хорошо (7)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает неточности в ответе или делает несущественные ошибки при решении задач;

оценка «хорошо (6)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает небольшие ошибки в ответе и (или) при решении задач;

оценка «хорошо (5)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но отвечает неуверенно и (или) допускает ошибки при решении задач;

оценка «удовлетворительно (4)» выставляется обучающемуся, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, неточные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, если при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «удовлетворительно (3)» выставляется обучающемуся, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, неточные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, не владеющему некоторыми разделами учебной программы, но умеющему применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется обучающемуся, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач;

оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется обучающемуся, показавшему полное незнание учебной программы дисциплины.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

При проведении устного экзамена обучающемуся предоставляется один час (астрономический) на подготовку. Опрос обучающегося по билету на устном экзамене не должен превышать двух часов.

Во время проведения экзамена обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины.

## Примеры контрольных заданий

### 1. Условия Коши-Римана. Гармонические функции. Геометрические свойства.

- а. Найти все регулярные функции  $f(z)$ , для которых  $\operatorname{Im} f = x^2 - y^2$ ,  $f(0) = i$ .

### 2. Ряд Тейлора.

- а. Теорема Абеля. Формулировка.

### 3. Ряд Лорана.

- а. Разложить в ряд Лорана по степеням  $z$  функцию  $f(z)$  в кольце, которому принадлежит точка

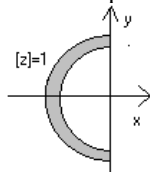
$$z_0 = \frac{5}{2} : f(z) = \frac{2z - 4i}{iz^2 + 4z - 4i} + \frac{z(i-1) - i}{z^2 - z(3+2i)z + 6i}. \text{ Указать границы кольца сходимости.}$$

### 4. Особые точки однозначного характера.

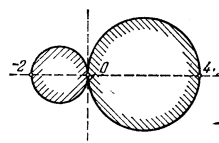
- а. Исследовать особые точки функции:  $f(z) = \frac{\operatorname{tg}(z)e^{\operatorname{ctg}(z)}}{\operatorname{tg}(2z)}$ . Ответ обосновать.

Найти число нулей многочлена  $z^3 - 2z - 5$  в области  $D: 1 < |z| < 3$ .

### 5. Отобразить конформно на верхнюю полуплоскость область, изображенную на рисунке



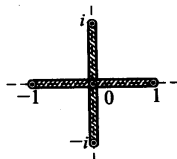
### 6. Найти какую либо функцию $W(z)$ , осуществляющую конформное отображение области,



изображенной на рисунке на полуплоскость  $\operatorname{Im} W > 0$

7. Отобразить конформно на верхнюю полуплоскость  $\{\operatorname{Im} w > 0\}$  верхнюю полуплоскость  $\{\operatorname{Im} z > 0\}$  с разрезом  $\{x = 0, y \in [0; \sqrt{2}]\}$  так, чтобы граничные точки  $\{-\sqrt{2}; \sqrt{2}i; \sqrt{2}\}$  переходили соответственно в граничные точки  $\{1; 2; 4\}$ .

### 8. Отобразить конформно на верхнюю полуплоскость область, изображенную на рисунке



(заштриховано дополнение области)

9. В каком случае функция  $f(z) = \frac{az + b}{cz + d}$ , где  $ad - bc \neq 0$ ,  $c \neq 0$ , отображает окружность в прямую?

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 6

Дисциплина: Т Ф К П

ПОВЫШЕННЫЙ УРОВЕНЬ

Дифференцирование интеграла типа Коши. Бесконечная дифференцируемость регулярных функций

3 курс, 5 семестр, 2014/2015 уч.г.

Одобрено на заседании кафедры 23 ноября 2014 г.

/ УТВЕРЖДАЮ: Менделеев Заведующий кафедрой ПОЛОВИНКИН Е.С.

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ЗАДАЧА № 18

Дисциплина Т Ф К П Кафедра высшей математики

Вычислить интеграл:

$$\oint_{|z|=2} \frac{z^3 dz}{z^6 - 1}.$$

3 курс, 5 семестр, 2014/2015 уч.г.

Одобрено на заседании кафедры 23 ноября 2014 г.

/ УТВЕРЖДАЮ: Менделеев Заведующий кафедрой ПОЛОВИНКИН Е.С.

## Балльно-рейтинговая система оценки знаний студентов

по дисциплине «ТФКП», 3 курс, 5 семестр,  
 экзамен, кафедра высшей математики

Виды заданий	Сумма баллов
1. Контрольная работа по сдаче 1 задания	0 – 6
2. Семестровая контрольная работа	0 – 16
3. Контрольная работа по сдаче 3 задания	0 - 6
4. Задание № 1 (тетрадь и ее защита)	0 – 2
5. Задание № 2 (тетрадь и ее защита)	0 – 2
6. Задание № 3 (тетрадь и ее защита)	0 – 2
7. Проверка теоретических знаний (не более трёх лекционных контрольных)	0 – 3
8. Работа на семинарах	0 – 3
Итого за работу в семестре	0 – 40
Устный ответ	0 – 60
<b>ИТОГО</b>	<b>0 - 100</b>

Соответствие между суммой баллов БРС и итоговой оценкой

Баллы БРС	Оценки	
93 - 100	10	отлично
86 - 92	9	
79 - 85	8	
72 - 78	7	хорошо
65 - 71	6	
59 - 64	5	
51 - 58	4	удовлетворительно
40 - 50	3	
11 - 39	2	
0 – 10	1	неудовлетворительно

Регламент принятия домашних заданий и проведения экзамена определяется «Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов на кафедре высшей математики».