

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Директор физтех-школы физики  
и исследований им. Ландау  
А.В. Рогачев**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Квантование динамических систем и кинетические уравнения
<b>по направлению:</b>	Прикладная математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Общая и прикладная физика Физтех-школа физики и исследований им. Ландау кафедра фундаментальной математики
<b>курс:</b>	1
<b>квалификация:</b>	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 30 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 0 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 75 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Программу составил: Ю.Н. Орлов, д-р физ.-мат. наук, старший научный сотрудник

Программа обсуждена на заседании кафедры фундаментальной математики 28.03.2025

## Аннотация

В курсе излагаются методы построения классической и квантовой статистической механики для систем с локальным вырождением в фазовом пространстве, а также исследованию спектральных свойств квантовых гамильтонианов полиномиального типа, использующихся в различных моделях квантовой оптики. Исследуется вопрос о роли правила квантования для вывода уравнения Шредингера и при построении статистических операторов и функции Вигнера. На основе квантового уравнения Лиувилля выводятся уравнения квантовой цепочки Боголюбова. Рассматривается метод построения решений уравнения Шредингера с помощью формул Фейнмана на основе теоремы Чернова. Для полиномиальных квантовых гамильтонианов описывается алгоритм построения пространства линейных инвариантов по операторам числа частиц и формулируется метод асимптотического анализа спектра гамильтонианов. На основе метода линейных инвариантов проводится сопоставление квантовых гамильтонианов и кинетических уравнений.

## 1. Цели и задачи

### Цель дисциплины

дать студентам основы знаний в области математического формализма квантовой статистической механики.

### Задачи дисциплины

- освоить формализм квантования,
- изучить математические основы квантовой кинетической теории,
- уметь выводить и анализировать квантовые и классические кинетические уравнения.

## 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-2 Способен управлять проектом на всех этапах его реализации	УК-2.2 Способен прогнозировать результат деятельности и планировать последовательность шагов для достижения данного результата. Формирует план-график реализации проекта в целом и план контроля его выполнения
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области математики и физики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
ОПК-2 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области своей профессиональной деятельности, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-2.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
	ОПК-2.2 Способен оценивать актуальность исследований в области своей профессиональной деятельности и их практическую значимость
ОПК-3 Способен выбирать и (или)	ОПК-3.1 Способен анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения

разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-3.2 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания в различных областях науки (техники)
	ОПК-3.3 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений
ОПК-4 Способен успешно реализовывать решение поставленной задачи, провести анализ результата и представить выводы, применяя знания и навыки в области физико-математических наук и информационно-коммуникационных технологий	ОПК-4.1 Способен применять знания и навыки по использованию информационно-коммуникационных технологий для поиска и изучения научной литературы, применения прикладных программных продуктов
	ОПК-4.2 Способен применять знания в области физико-математических наук для решения поставленной задачи, формулирования выводов и оценки полученных результатов
	ОПК-4.3 Способен аргументировано выбирать способ проведения научного исследования
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны знать:

- линейное квантование,
- квантовое уравнение Лиувилля,
- цепочка Боголюбова,
- функция Вигнера,
- уравнение Мойала

уметь:

работать с квантовыми статистическими операторами

владеть:

базовыми понятиями теории линейного квантования и квантовой статистической механики.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Динамические системы.	2			5
2	Вырожденные лагранжианы.	2			5
3	Релятивистские модели взаимодействующих частиц.	2			5

4	Лагранжианы с высшими производными.	2			5
5	Цепочка Боголюбова. Функциональная гипотеза и уравнения эволюции моментов.	2			5
6	Расщепление цепочки Боголюбова и кинетические уравнения.	2			5
7	Линейное квантование динамических систем.	2			5
8	Квантовая цепочка Боголюбова. Квантование в окрестности динамической сингулярности.	2			5
9	Вторичное квантование.	2			5
10	Модельные гамильтонианы квантовой оптики.	2			5
11	Асимптотика спектра гамильтонианов комбинационного рассеяния.	2			5
12	Системы ортогональных полиномов в задачах квантовой оптики. Функция Вигнера.	2			5
13	Уравнение Мойала. Стационарные решения.	2			5
14	Формулы Фейнмана и терема Чернова.	2			5
15	Усреднение квантовых полугрупп. Случайные блуждания в пространстве когерентных состояний.	2			5
Итого часов		30			75
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		135 час., 3 зач.ед.			

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

##### Семестр: 1 (Осенний)

##### 1. Динамические системы.

Уравнение Лиувилля и динамически-инвариантная мера.

Определение сингулярного множества динамической системы.

##### 2. Вырожденные лагранжианы.

Примеры вырожденных динамических систем.

Принцип продолжения траектории на основе непрерывности первых интегралов.

##### 3. Релятивистские модели взаимодействующих частиц.

Динамически-инвариантная мера в теории т.н. «прямых взаимодействий» релятивистских частиц. Лагранжианы Дарвина и Фока-Фихтенгольца-Инфельда.

##### 4. Лагранжианы с высшими производными.

Лагранжианы, зависящие от высших производных.

Модель динамики с ограниченным ускорением.

## 5. Цепочка Боголюбова. Функциональная гипотеза и уравнения эволюции моментов.

Функция распределения в статистической механике. Цепочка Боголюбова.

Уравнения эволюции моментов функции распределения. Функциональная гипотеза Боголюбова. Уравнения первого приближения.

## 6. Расцепление цепочки Боголюбова и кинетические уравнения.

Методы расцепления уравнений Боголюбова. Кинетические уравнения Больцмана и Власова.

## 7. Линейное квантование динамических систем.

Квантования Вейля, Йордана, Борна. Общий подход к симметризации оператора Гамильтона.

## 8. Квантовая цепочка Боголюбова. Квантование в окрестности динамической сингулярности.

Уравнение Шредингера и квантовое уравнение Лиувилля.

Матрица плотности. Квантовая цепочка Боголюбова.

Примеры квантования гамильтониана в окрестности динамической сингулярности.

## 9. Вторичное квантование.

Вторичное квантование. Символы векторов и операторов.

## 10. Модельные гамильтонианы квантовой оптики.

Модельные гамильтонианы квантовой оптики.

Представление когерентных состояний для нестандартных коммутационных соотношений.

## 11. Асимптотика спектра гамильтонианов комбинационного рассеяния.

Асимптотические оценки спектров гамильтонианов комбинационного рассеяния.

## 12. Системы ортогональных полиномов в задачах квантовой оптики. Функция Вигнера.

Системы ортогональных полиномов в задачах квантовой оптики.

Функция Вигнера в квантовой статистической механике.

## 13. Уравнение Мойала. Стационарные решения.

Уравнение эволюции функции Вигнера и его зависимость от правила квантования динамических систем.

## 14. Формулы Фейнмана и теорема Чернова.

Формулы Фейнмана и теорема Чернова. Итерационное построение решения уравнения Шредингера.

## 15. Усреднение квантовых полугрупп. Случайные блуждания в пространстве когерентных состояний.

Усреднение квантовых полугрупп. Эквивалентность по Чернову. Построение равновесных распределений для линейных квантований. Гармонический осциллятор.

Случайные блуждания в пространстве когерентных состояний. Эквивалентные по Чернову операторы сдвига.

## **5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Аудитория на 18 человек, меловая доска, швабра для стирания с доски, скребок для удаления лишней воды с доски, мел со скруглённым квадратным сечением.

## **6. Перечень рекомендуемой литературы**

### **Основная литература**

1. Основы квантования вырожденных динамических систем [Текст] : учебное пособие для вузов / Ю. Н. Орлов; М-во образования и науки РФ; Моск. физико-техн. ин-т (гос. ун-т) .— М : МФТИ, 2004 .— 236 с.
2. Метод вторичного квантования [Текст]/Ф. А. Березин , -М., Наука, 1986

### **Дополнительная литература**

1. Введение в квантовую статистическую механику [Текст], [монография]/Н. Н. Боголюбов, Н. Н. Боголюбов (мл.), -М., Наука, 1984

## **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Не используются

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Студент, изучающий курс "Квантование динамических систем и кинетические уравнения", должен, с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике.

В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения, понятия, аксиомы, методы доказательств.

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе), подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения, доказательство отдельных утверждений, свойств;
- решение задач, предлагаемых студентам на занятиях и в качестве курсового задания;
- подготовку к занятиям, экзамену.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций.

Показателем владения материалом служит умение решать задачи. Для формирования умения применять теоретические знания на практике студенту необходимо решать как можно больше задач. При решении задач каждое действие необходимо аргументировать, ссылаясь на известные теоретические сведения.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к лектору или преподавателю, ведущему практические занятия.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Общая и прикладная физика Физтех-школа физики и исследований им. Ландау кафедра фундаментальной математики
<b>курс:</b>	<u>1</u>
<b>квалификация:</b>	магистр
Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Экзамен	
<b>Разработчик:</b>	Ю.Н. Орлов, д-р физ.-мат. наук, старший научный сотрудник

# 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-2 Способен управлять проектом на всех этапах его реализации	УК-2.2 Способен прогнозировать результат деятельности и планировать последовательность шагов для достижения данного результата. Формирует план-график реализации проекта в целом и план контроля его выполнения
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области математики и физики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
ОПК-2 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области своей профессиональной деятельности, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-2.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
	ОПК-2.2 Способен оценивать актуальность исследований в области своей профессиональной деятельности и их практическую значимость
ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-3.1 Способен анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-3.2 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания в различных областях науки (техники)
	ОПК-3.3 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений
ОПК-4 Способен успешно реализовывать решение поставленной задачи, провести анализ результата и представить выводы, применяя знания и навыки в области физико-математических наук и информационно-коммуникационных технологий	ОПК-4.1 Способен применять знания и навыки по использованию информационно-коммуникационных технологий для поиска и изучения научной литературы, применения прикладных программных продуктов
	ОПК-4.2 Способен применять знания в области физико-математических наук для решения поставленной задачи, формулирования выводов и оценки полученных результатов
	ОПК-4.3 Способен аргументировано выбирать способ проведения научного исследования
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Квантование динамических систем и кинетические уравнения» обучающийся должен:

### знать:

- линейное квантование,
- квантовое уравнение Лиувилля,
- цепочка Боголюбова,
- функция Вигнера,
- уравнение Мойяла

### уметь:

работать с квантовыми статистическими операторами

### владеть:

базовыми понятиями теории линейного квантования и квантовой статистической механики.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Не предусмотрено.

## 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Перечень контрольных вопросов:

1. Вывод уравнения Лиувилля в гамильтоновой механике.
2. Вывод уравнений эволюции функций распределения комплексов взаимодействующих частиц.
3. Вывод уравнений эволюции моментов функций распределения.
4. Вывод эйлеровой гидродинамики из цепочки Боголюбова.
5. Слаборелятивистский лагранжиан системы заряженных частиц и точки вырождения.
6. Символы векторов и операторов в представлении когерентных состояний.
7. Теорема Чернова о полугруппе.
8. Линейное квантование и формула обращения.
9. Функция Вигнера и ее связь с матрицей плотности.
10. Теорема о построении эквивалентной средней полугруппы для гамильтонианов при линейном квантовании.

Примеры билетов:

Билет 1.

- А) Символы векторов и операторов в представлении когерентных состояний.
- Б) Теорема Чернова о полугруппе.

Билет 2.

- А) Линейное квантование и формула обращения.
- Б) Функция Вигнера и ее связь с матрицей плотности.

Критерии оценивания

Оценка «отлично (10)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;

оценка «отлично (9)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений, но при этом были допущены небольшие неточности, которые были самостоятельно обнаружены и исправлены;

оценка «отлично (8)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений, но при этом были допущены небольшие неточности, которые после указания экзаменатора были самостоятельно исправлены;

оценка «хорошо (7)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает неточности в ответе или делает несущественные ошибки при решении задач;

оценка «хорошо (6)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает небольшие ошибки в ответе и (или) при решении задач;

оценка «хорошо (5)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но отвечает неуверенно и (или) допускает ошибки при решении задач;

оценка «удовлетворительно (4)» выставляется обучающемуся, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, неточные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, если при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «удовлетворительно (3)» выставляется обучающемуся, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, неточные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, не владеющему некоторыми разделами учебной программы, но умеющему применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется обучающемуся, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач;

оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется обучающемуся, показавшему полное незнание учебной программы дисциплины.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

При проведении устного экзамена обучающемуся предоставляется 1 астрономический час на подготовку.

Опрос обучающегося по билету на устном экзамене не должен превышать двух астрономических часов.

Во время проведения экзамена обучающиеся могут пользоваться только программой дисциплины.