

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО

**Директор физтех-школы физики
и исследований им. Ландау
А.В. Рогачев**

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Функциональные методы в теории неупорядоченных систем
по направлению:	Прикладные математика и физика
профиль подготовки:	Общая и прикладная физика Физтех-школа физики и исследований им. Ландау кафедра проблем теоретической физики
курс:	1
квалификация:	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 15 час.

семинары: 45 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 45 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Программу составил: М.А. Скворцов, д-р физ.-мат. наук, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры проблем теоретической физики 26.04.2021

Аннотация

Курс лекций посвящен современным методам описания неупорядоченных систем, основанным на технике функционального интегрирования. Предполагается знание студентами квантовой механики в объеме курса Ландау и Лифшица и владение навыками диаграммной техники. Вводные лекции содержат обзор квантовых поправок в теории электронного транспорта в мезоскопических системах и теории случайных матриц. Основная часть курса содержит последовательное изложение метода суперсимметричной сигма-модели в применении к неупорядоченным металлам. Подробно рассматривается процедура вывода сигма-модели для различных классов симметрии и ее пертурбативный анализ.

Непертурбативные эффекты изучаются на примере прелокализованных состояний и точного решения квазиодномерной локализации. В заключительной части курса кратко излагается келдышевская техника для неравновесных систем и основанный на ней сигма-модельный подход. В процессе изучения курса у студентов формируются навыки работы с различными типами нелинейных сигма-моделей, которые в настоящее время являются стандартными средствами для описания квантового транспорта в неупорядоченных системах.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

- изучение современных методов описания неупорядоченных систем, основанных на технике функционального интегрирования;
- формирование навыков работы с различными типами нелинейных сигма-моделей, которые в настоящее время являются стандартными средствами для описания квантового транспорта в неупорядоченных системах.

Задачи дисциплины

- обзор квантовых поправок в теории электронного транспорта в мезоскопических системах и теории случайных матриц;
- изложение метода суперсимметричной сигма-модели в применении к неупорядоченным металлам;
- изучение непертурбативных эффектов на примере прелокализованных состояний и точного решения квазиодномерной локализации;
- краткое изложение келдышевской техники для неравновесных систем и основанного на ней сигма-модельного подхода.

Знакомство студентов с основными понятиями и идеями в этой области, с постановкой задач и подходами к их решениям. Предполагается, что прослушав этот курс, студенты смогут читать и понимать текущую научную периодику в этой области.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-6 Способен определять и реализовывать приоритеты собственной деятельности и способы ее совершенствования на основе самооценки	УК-6.2 Оценивает свою деятельность, соотносит цели, способы и средства выполнения деятельности с её результатами
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области математики и физики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
ОПК-2 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области своей	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности

проблемах науки и техники в области своей профессиональной деятельности, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-2.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-3.1 Способен анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-3.2 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания в различных областях науки (техники)
	ОПК-3.3 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений
ОПК-4 Способен успешно реализовывать решение поставленной задачи, провести анализ результата и представить выводы, применяя знания и навыки в области физико-математических наук и информационно-коммуникационных технологий	ОПК-4.1 Способен применять знания и навыки по использованию информационно-коммуникационных технологий для поиска и изучения научной литературы, применения прикладных программных продуктов
	ОПК-4.2 Способен применять знания в области физико-математических наук для решения поставленной задачи, формулирования выводов и оценки полученных результатов
ОПК-5 Способен и готов к повышению квалификации, профессиональному росту и руководству коллективом в сфере своей профессиональной деятельности, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия	ОПК-5.3 Стремится к получению новых знаний, профессиональному и личностному росту
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-2 Способен самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого коллектива организовывать и проводить научные исследования и их апробацию	ПК-2.1 Способен планировать и проводить научные исследования самостоятельно или в составе научного коллектива
ПК-3 Способен профессионально работать с исследовательским и испытательным оборудованием (приборами и установками, специализированными пакетами прикладных программ) в избранной предметной области	ПК-3.3 Способен оценивать точность полученных экспериментальных (численных) результатов

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- основные понятия по теме дисциплины.

уметь:

- пользоваться развитыми в рамках дисциплины методами исследования, решать задачи по теме дисциплины.

владеть:

- математическим и понятийным аппаратом и методами исследований, составляющими содержание дисциплины.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Введение. Квантовые поправки. Теория случайных матриц. Взгляд математика. Грассмановы переменные. Основы суперсимметричного подхода. Суперсимметричная σ -модель для GUE.	5	15		15
2	Плотность состояний на нижнем уровне Ландау в присутствии беспорядка. Поглощение энергии для зависящих от времени случайных матриц. Келдышевская σ -модель для зависящих от времени случайных матриц. Квантовая поправка к омической диссипации.	5	15		15
3	Суперсимметричная σ -модель. Продолжение. Суперсимметричная σ -модель для неупорядоченного металла. Аномально локализованные состояния.	5	15		15
Итого часов		15	45		45
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		135 час., 3 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 2 (Весенний)

1. Введение. Квантовые поправки. Теория случайных матриц. Взгляд математика. Грассмановы переменные. Основы суперсимметричного подхода. Суперсимметричная σ -модель для GUE.

Вводная лекция. Квантовые поправки.

Теория случайных матриц; область применимости.

Диаграммная техника для случайных матриц.

Вигнеровский полукруг для плотности состояний.

Крестовая диаграммная техника для неупорядоченного металла.

Формула Друде.

Однопетлевая квантовая поправка к проводимости.

Квантовые поправки к парному коррелятору уровней Альтшулер–Шкловский.

Зачем нужна σ -модель.

Теория случайных матриц. Взгляд математика.
Отталкивание уровней.
Совместная функция распределения собственных значений.
Метод ортогональных полиномов.
Распределение ближайших соседей.
Флуктуации числа уровней в полосе.
Нестандартные ансамбли случайных матриц.
Грассмановы переменные. Основы суперсимметричного подхода.
Суперсимметричная σ -модель для GUE.
Вигнеровский полукруг.
 σ -модель для парного коррелятора.

2. Плотность состояний на нижнем уровне Ландау в присутствии беспорядка. Поглощение энергии для зависящих от времени случайных матриц. Келдышевская σ -модель для зависящих от времени случайных матриц. Квантовая поправка к омической диссипации.

Плотность состояний на нижнем уровне Ландау в присутствии беспорядка.
Поглощение энергии для зависящих от времени случайных матриц.
Параметрическая статистика уровней.
Два режима поглощения.
Адиабатический предел.
Формула Кубо.
Келдышевская техника для неравновесных систем.
Келдышевская σ -модель для зависящих от времени случайных матриц. Квантовая поправка к омической диссипации.

3. Суперсимметричная σ -модель. Продолжение. Суперсимметричная σ -модель для неупорядоченного металла. Аномально локализованные состояния.

Суперсимметричная σ -модель. Продолжение.
Парный коррелятор для GUE — интегрирование по седловому многообразию.
Суперсимметричная σ -модель для неупорядоченного металла.
Продолжение вывода.
Диффузоры и купероны.
Нульмерный предел и теория случайных матриц.
Роль "южного полюса" фермионной сферы.
Аномально локализованные состояния.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, доска, при необходимости медиапроектор, экран.

6.Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. K.B.Efetov, "Supersymmetry in Disorder and Chaos", Cambridge University Press, New York, 1997.
2. M.L.Mehta, "Random Matrices", Academic Press, Boston, 1991.
3. A.D.Mirlin, "Proceedings of the International School of Physics 'Enrico Fermi'. Course CXLIII", eds. G.Casati, I.Guarneri and U.Smilansky, IOS Press, Amsterdam, 2000, pp.223-298 [cond-mat/0006421].
4. A.D.Mirlin, Phys. Rep. 326, 259 (2000) [cond-mat/9907126].
5. T.Guhr, A.Mueller-Groeling, H.A.Weidenmueller, Phys. Rep. 299, 189 (1998) [cond-mat/9707301].

Дополнительная литература

1. Теоретическая физика [Текст] : в 10 т. Т. 10 : Физическая кинетика : учеб. пособие для вузов / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц ; под ред. Л. П. Питаевского. — 2-е изд., испр. — М. : Физматлит, 2001, 2002, 2007. — 536 с.
2. Б.Л.Альтшулер, Б.И.Шкловский, ЖЭТФ 91, 220 (1986).
3. A.V.Andreev and B.L.Altshuler, Phys. Rev. Lett. 75, 902 (1995); A.V.Andreev, B.D.Simons, and B.L.Altshuler, J. Math. Phys. 37, 4968 (1996).
4. B.A.Muzykantskii and D.E.Khmelnitskii, Phys. Rev. B 51, 5480 (1995).
5. E.Brezin, D.I.Gross, and C.Itzykson, Nucl. Phys. B 235, 24 (1984).
6. M. Wilkinson, J. Phys. A 21, 4021 (1988).
7. J.Rammer, H.Smith, Rev. Mod. Phys. 58, 323 (1986).
- A. Kamenev and A.Andreev, Phys. Rev. B 60, 2218 (1999).
8. M.A.Skvortsov, Phys. Rev. B 68, 041306(R) (2003); D.M.Basko, M.A.Skvortsov, and V.E.Kravtsov, Phys. Rev. Lett. 90, 096801 (2003).

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

chair.itp.ac.ru

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Представление материала на доске и/или при помощи медиапроектора. Возможно использование ПО для символьных и/или численных вычислений.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Студент, изучающий дисциплину, должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике. В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения дисциплины, уметь применять полученные знания для решения различных задач.

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента в соответствии с данными в рабочей программе. Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение рекомендованной литературы,
- проработку учебного материала, подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения;
- решение задач, предлагаемых студентам на лекциях и практических занятиях,
- при необходимости подготовку к практическим занятиям, коллоквиумам, экзамену.

Показателем владения материалом служит умение решать задачи. Для формирования умения применять теоретические знания на практике студенту необходимо решать как можно больше задач.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к лектору или преподавателю, ведущему практические занятия.

Возможен промежуточный контроль знаний студентов в виде решения задач в соответствии с тематикой занятий.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Прикладные математика и физика
профиль подготовки:	Общая и прикладная физика Физтех-школа физики и исследований им. Ландау кафедра проблем теоретической физики (теоргруппа Горькова)
курс:	<u>1</u>
квалификация:	магистр
Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Экзамен	
Разработчик:	М.А. Скворцов, д-р физ.-мат. наук, доцент

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-6 Способен определять и реализовывать приоритеты собственной деятельности и способы ее совершенствования на основе самооценки	УК-6.2 Оценивает свою деятельность, соотносит цели, способы и средства выполнения деятельности с её результатами
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области математики и физики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
ОПК-2 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области своей профессиональной деятельности, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-2.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-3.1 Способен анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-3.2 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания в различных областях науки (техники)
	ОПК-3.3 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений
ОПК-4 Способен успешно реализовывать решение поставленной задачи, провести анализ результата и представить выводы, применяя знания и навыки в области физико-математических наук и информационно-коммуникационных технологий	ОПК-4.1 Способен применять знания и навыки по использованию информационно-коммуникационных технологий для поиска и изучения научной литературы, применения прикладных программных продуктов
	ОПК-4.2 Способен применять знания в области физико-математических наук для решения поставленной задачи, формулирования выводов и оценки полученных результатов
ОПК-5 Способен и готов к повышению квалификации, профессиональному росту и руководству коллективом в сфере своей профессиональной деятельности, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия	ОПК-5.3 Стремится к получению новых знаний, профессиональному и личностному росту
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели

новые научные результаты	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-2 Способен самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого коллектива организовывать и проводить научные исследования и их апробацию	ПК-2.1 Способен планировать и проводить научные исследования самостоятельно или в составе научного коллектива
ПК-3 Способен профессионально работать с исследовательским и испытательным оборудованием (приборами и установками, специализированными пакетами прикладных программ) в избранной предметной области	ПК-3.3 Способен оценивать точность полученных экспериментальных (численных) результатов

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Функциональные методы в теории неупорядоченных систем» обучающийся должен:

знать:

- основные понятия по теме дисциплины.

уметь:

- пользоваться развитыми в рамках дисциплины методами исследования, решать задачи по теме дисциплины.

владеть:

- математическим и понятийным аппаратом и методами исследований, составляющими содержание дисциплины.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Не предусмотрено.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Приведены в прилагаемом файле.

Критерии оценивания

Оценка "отлично" (10 баллов) выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка "отлично" (9 баллов) выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка "отлично" (8 баллов) выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочётами.

Оценка "хорошо" (7 баллов) выставляется студенту, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка "хорошо" (6 баллов) выставляется студенту, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка "хорошо" (5 баллов) выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка "удовлетворительно" (4 балла) выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка "удовлетворительно" (3 балла) выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка "неудовлетворительно" (2 балла) выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка "неудовлетворительно" (1 балл) выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

При проведении оценивания знаний обучающемуся предоставляется время на подготовку на усмотрение экзаменатора. Опрос обучающегося по билету на устном экзамене не должен превышать одного астрономического часа. Оценивание знаний производится в соответствии с вышеуказанными критериями в соответствии с содержанием дисциплины.

Примеры контрольных задач для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Показать, что для произвольных супервекторов ϕ_1, ϕ_2 выполняется соотношение $\phi_1^T \phi_2 = -\text{str } \phi_2 \phi_1^T$.

2. *Число состояний вне вигнеровского полукруга.* Седловое приближение, дающее вигнеровский полукруг, не работает вблизи его краев. Формально это проявляется в том, что масса гауссовых флуктуаций обращается в нуль при $\varepsilon = 2$. Найдите, при каком ε_* флуктуации становятся негауссовыми, и оцените число состояний во флуктуационной полосе $\varepsilon \in (\varepsilon_*, 2)$. Полученное выражение может служить оценкой числа состояний в хвосте распределения при $\varepsilon > 2$.

3. *Осцилляции на фоне полукруга.* Суперсимметричная (т. е. $\propto 1_{\text{FB}}$) седловая точка дает главный, не зависящий от N вклад в среднюю плотность состояний. Другое допустимое седло (с нарушенной суперсимметрией) порождает целое седловое многообразие:

$$R = \frac{\varepsilon}{2} + i\sqrt{1 - \frac{\varepsilon^2}{4}} Q, \quad Q = U^{-1} k U, \quad U = \exp \begin{pmatrix} 0 & \alpha \\ \alpha^* & 0 \end{pmatrix},$$

параметризуемое грассмановыми числами α и α^* ; $k = \text{diag } (1, -1)$. Найдите вклад этого многообразия в плотность состояний. Для этого необходимо 1) вычислить действие на седле, 2) найти меру интегрирования по переменным $\delta q_F, \delta q_B, \alpha, \alpha^*$ и 3) вычислить интеграл.

4. Покажите, что седловое уравнение для действия $S[Q]$ от матричного суперполя Q , удовлетворяющего условию $Q^2 = 1$, имеет вид

$$\left[\frac{\delta S[Q]}{\delta Q}, Q \right] = 0$$

5. Положим $Q = U^{-1} \Lambda U$, $w_\alpha = U \nabla_\alpha U^{-1}$. Докажите тождество

$$\text{str}(\nabla Q)^2 = 2\text{str}[(w_\alpha \Lambda)^2 - w_\alpha^2].$$

6. Выведите σ -модель в магнитном поле:

$$S = \frac{\pi\nu}{8} \int \text{str} \left[D \left(\nabla Q - \frac{ie}{c} A[\tau_3, Q] \right)^2 + 2i(\omega + i\delta) \Lambda Q \right] dr,$$

где $\tau_3 = \text{diag } (1, -1)_{\text{PH}}$. Начинать нужно, естественно, с удлинения производной в одночастичном гамильтониане: $p \rightarrow p - (e/c)A$. У Ефетова в разделе 4.3.1. предлагается проделать далее стандартный вывод σ -модели, разлагая $\text{str } \ln(\dots)$ также и по степеням A . Можно, однако, поступить по-другому, попытавшись съесть векторный потенциал калибровкой: $\psi = e^{i\varphi\tau_3}\psi_0$, где матрица τ_3 учитывает разные знаки зарядов частицы и дырки. Тем самым, можно выразить Q через Q_0 при $A = 0$ и воспользоваться известным действием (95) для σ -модели в отсутствие магнитного поля.

Контрольные вопросы к экзамену:

1. Квантовые поправки.
2. Теория случайных матриц; область применимости.
3. Диаграммная техника для случайных матриц.
4. Вигнеровский полукруг для плотности состояний.
5. Крестовая диаграммная техника для неупорядоченного металла.
6. Формула Друде.
7. Однопетлевая квантовая поправка к проводимости.
8. Квантовые поправки к парному коррелятору уровней (Альтшулер–Шкловский).
9. Задачи, решаемые с помощью σ -модели.
10. Теория случайных матриц. Взгляд математика.
11. Отталкивание уровней.
12. Совместная функция распределения собственных значений.
13. Метод ортогональных полиномов.
14. Распределение ближайших соседей.
15. Флуктуации числа уровней в полосе.
16. Нестандартные ансамбли случайных матриц.
17. Грассмановы переменные. Основы суперсимметричного подхода.
18. Суперсимметричная σ -модель для GUE.
19. Вигнеровский полукруг.
20. σ -модель для парного коррелятора.
21. Парный коррелятор для GUE — интегрирование по седловому многообразию.
22. Суперсимметричная σ -модель для неупорядоченного металла.
23. Диффузоры и купероны.
24. Нульмерный предел и теория случайных матриц.
25. Роль "южного полюса" фермионной сферы.
26. Аномально локализованные состояния.
27. Плотность состояний на нижнем уровне Ландау в присутствии беспорядка .
28. Поглощение энергии для зависящих от времени случайных матриц.
29. Параметрическая статистика уровней.

30. Два режима поглощения.
31. Адиабатический предел.
32. Формула Кубо.
33. Келдышевская техника для неравновесных систем.
34. Келдышевская σ -модель для зависящих от времени случайных матриц. Квантовая поправка к омической диссипации.

Примеры экзаменационных билетов

Билет 1.

1. Квантовые поправки.
2. Суперсимметричная σ -модель для GUE.
3. Задача.

Билет 2.

1. Теория случайных матриц; область применимости.
2. σ -модель для парного коррелятора.
3. Задача.