

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Директор физтех-школы  
прикладной математики и  
информатики**

**А.М. Райгородский**

|                            |   |
|----------------------------|---|
|                            | <b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>  |
| <b>по дисциплине:</b>      | Основы машинного обучения   |
| <b>по направлению:</b>     | Прикладные математика и физика  |
| <b>профиль подготовки:</b> | Общая и прикладная физика<br>Физтех-школа физики и исследований им. Ландау<br>кафедра машинного обучения и цифровой гуманитаристики |
| <b>курс:</b>               | 1   |
| <b>квалификация:</b>       | магистр   |

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 90 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 180, всего зач. ед.: 4

Программу составили:

Р.Г. Нейчев, старший преподаватель

А.О. Янина, ассистент

Программа обсуждена на заседании кафедры машинного обучения и цифровой гуманитаристики 08.03.2023

## Аннотация

Курс предназначен для магистров математики, интересующихся современными методами дискретной математики и вероятностными приложениями в информатике. Курс включает в себя все основные определения и положения теории вероятностей: аксиоматику Колмогорова, распределения, случайные величины и векторы, математическое ожидание, вероятностные неравенства, законы больших чисел и центральную предельную теорему.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

овладение основными современными методами теории вероятностей.

#### Задачи дисциплины

- студенты овладевают базовыми знаниями (понятиями, концепциями, методами и моделями) теории вероятностей;
- приобретение теоретических знаний и практических навыков по теории вероятностей;
- консультирование и помощь студентам в проведении собственных теоретических исследований по теории вероятностей.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

| Код и наименование компетенции  | Индикаторы достижения компетенции  |
|---|--|
| УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий   | УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними   |
|   | УК-1.2 Осуществляет поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации   |
| ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук  | ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук                              |
| ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты | ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности |
|   | ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты             |

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

фундаментальные понятия, законы теории вероятностей;  
современные проблемы соответствующих разделов теории вероятностей;  
понятия, аксиомы, методы доказательства и доказательства основных теорем в разделах, входящих в основную часть цикла;  
основные свойства соответствующих математических объектов;  
аналитические и численные подходы и методы решения типовых прикладных задач теории вероятностей.

уметь:

понять задачу;  
 использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач;  
 оценить правильность постановки задачи;  
 строго доказывать или опровергать заявление;  
 самостоятельно находить алгоритмы решения проблем, в том числе нестандартных, и проводить их анализ;  
 самостоятельно видеть последствия результатов;  
 точно представлять математические знания по теории вероятностей в устной и письменной форме.

владеть:

навыки усвоения большого количества информации и решения задач (в том числе сложных);  
 навыки самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;  
 культура постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих использования математических подходов и методов их решения;  
 предметный язык теории вероятностей и навыки грамотного описания решения задач и представления результатов.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

| №                     | Тема (раздел) дисциплины   | Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час. |          |                 |                |
|-----------------------|--|---|----------|-----------------|----------------|
|                       |  | Лекции  | Семинары | Лаборат. работы | Самост. работа |
| 1                     | Введение в машинное обучение. Метрические алгоритмы, оценка качества моделей | 5   | 5        |                 | 15             |
| 2                     | Линейные модели  | 5   | 5        |                 | 15             |
| 3                     | Деревья и ансамбли моделей   | 5   | 5        |                 | 15             |
| 4                     | Работа с признаками. Ограничения машинного обучения                          | 5   | 5        |                 | 15             |
| 5                     | Введение в глубокое обучение   | 5   | 5        |                 | 15             |
| 6                     | Обучение без учителя   | 5   | 5        |                 | 15             |
| Итого часов           |  | 30  | 30       |                 | 90             |
| Подготовка к экзамену |  | 30 час.   |          |                 |                |
| Общая трудоёмкость    |  | 180 час., 4 зач.ед.   |          |                 |                |

##### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 1 (Осенний)

###### 1. Дискретные вероятностные пространства.

Дискретные вероятностные пространства. Классическое определение вероятности. Примеры.

###### 2. Независимость от произвольного набора случайных величин.

Независимость от произвольного набора случайных величин. Критерий независимости, теорема о независимости борелевских функций от непересекающихся множеств независимых случайных величин.

### 3. Случайные элементы, случайные величины и векторы.

Случайные элементы, случайные величины и векторы. Достаточное условие измеримости отображения, следствие для случайных величин и векторов. Действия со случайными величинами.

### 4. Теорема Каратеодори о продолжении вероятностной меры (доказательство единственности).

Теорема Каратеодори о продолжении вероятностной меры (доказательство единственности).  
Теорема Лебега о функции распределения

### 5. Условные вероятности.

Условные вероятности. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Примеры

### 6. Обучение без учителя

Кластеризация. Метрический подход, алгоритм k-means. Иерархическая кластеризация. Алгоритм DBSCAN.

Методы снижения размерности. Многомерное шкалирование. Isomap. Locally Linear Embedding. SNE, t-SNE.

## **5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Стандартная учебная аудитория

## **6.Перечень рекомендуемой литературы**

### Основная литература

1. Математическая статистика [Текст] : [учебник для вузов] / А. А. Боровков .— [3-е изд., испр.] .— М. : Физматлит, 2007 .— 704 с.
2. Математическая статистика [Текст] : оценка параметров, проверка гипотез: учеб. пособие для вузов: доп. М-вом образования СССР / А. А. Боровков .— М. : Наука, 1984 .— 472 с.

### Дополнительная литература

1. Математическая статистика [Текст] : учеб. пособие для вузов / А. А. Натан, О. Г. Горбачев, С. А. Гуз ; Моск. физико-техн. ин-т (гос. ун-т) .— Ксерокопия .— М : МФТИ, 2005 .— 225 с.
2. Достоверный и правдоподобный вывод в интеллектуальных системах [Текст] / В. Н. Вагин [и др.] - М. Физматлит, 2004

## **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

<http://dm.fizteh.ru/>

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Мультимедийные технологии можно использовать на лекциях и практических занятиях, в том числе на презентациях.

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

1. Рекомендуется успешно сдать контрольные работы, так как это упрощает итоговую аттестацию по предмету.
2. Для подготовки к итоговой аттестации по предмету лучше всего использовать лекционные материалы.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

**по направлению:** Прикладные математика и физика  
**профиль подготовки:** Общая и прикладная физика  
Физтех-школа физики и исследований им. Ландау  
кафедра машинного обучения и цифровой гуманитаристики  
**курс:** 1  
**квалификация:** магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Экзамен

**Разработчики:**

Р.Г. Нейчев, старший преподаватель

А.О. Янина, ассистент

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

| Код и наименование компетенции  | Индикаторы достижения компетенции  |
|---|--|
| УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий   | УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними   |
|   | УК-1.2 Осуществляет поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации   |
| ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук  | ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук                              |
| ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты | ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности |
|   | ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты             |

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Основы машинного обучения» обучающийся должен:

### знать:

фундаментальные понятия, законы теории вероятностей;  
современные проблемы соответствующих разделов теории вероятностей;  
понятия, аксиомы, методы доказательства и доказательства основных теорем в разделах, входящих в основную часть цикла;  
основные свойства соответствующих математических объектов;  
аналитические и численные подходы и методы решения типовых прикладных задач теории вероятностей.

### уметь:

понять задачу;  
использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач;  
оценить правильность постановки задачи;  
строго доказывать или опровергать заявление;  
самостоятельно находить алгоритмы решения проблем, в том числе нестандартных, и проводить их анализ;  
самостоятельно видеть последствия результатов;  
точно представлять математические знания по теории вероятностей в устной и письменной форме.

### владеть:

навыки усвоения большого количества информации и решения задач (в том числе сложных);  
навыки самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;  
культура постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих использования математических подходов и методов их решения;  
предметный язык теории вероятностей и навыки грамотного описания решения задач и представления результатов.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Примеры домашних заданий

- Точка  $x$  выбирается случайным образом из прямоугольника со сторонами длиной 1 и 2. Найдите вероятность того, что ближайшая к  $x$  сторона имеет длину 1.
- $2I(x + y \leq 1, x > 0, y > 0)$  - плотность случайного вектора  $(\xi, \eta)$ . Пусть  $p_\xi, p_\eta, p_{\xi + \eta}$  - плотности (непрерывные на  $(0,1)$ )  $\xi, \eta, \xi + \eta$  соответственно. Найдите  $p_\xi(1/2) p_\eta(1/2) p_{\xi + \eta}(1/2)$ .

3. Пусть  $\xi \sim \text{Bern}(p)$  и  $F$  - его функция распределения. Какое распределение имеет  $F(\xi)$ ?
4. Пусть  $S_n, n \in \mathbb{Z}^+$  - симметричное случайное блуждание на  $\mathbb{Z}$ . Пусть  $X$  - число  $k \in \{1, \dots, 10\}$  таких, что  $S_k = 0$ . Найдите  $\text{Var} X$ .
5. Пусть  $(\xi_n - \xi) \xrightarrow{P} 0$ . Верно ли, что а)  $\xi_n \xrightarrow{P} \xi$ ? б)  $\xi_n^2 \xrightarrow{P} \xi^2$ ? в)  $\xi_n^3 \xrightarrow{P} \xi^3$ ?

#### 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Перечень контрольных вопросов к экзамену:

1. Вероятностное пространство. Аксиомы Колмогорова. Теорема о непрерывности в «нуле» вероятностной меры.
2. Дискретные вероятностные пространства. Классическое определение вероятности. Примеры.
3. Геометрические вероятности. Примеры.
4. Условные вероятности. Формула полной вероятности. Примеры формул Байеса.
5. Теорема о монотонных классах.
6. Независимость событий и систем событий. Пример Бернштейна. Лемма о достаточном условии независимости сигма-алгебр.
7. Теорема Каратеодори о продолжении вероятностной меры (доказательство единственности).
8. Случайные величины в дискретных вероятностных пространствах. Независимость от случайных величин. Математическое ожидание случайной величины, ее основные свойства. Дисперсия, ковариантность и их свойства.
9. Случайные элементы, случайные величины и векторы. Достаточное условие измеримости отображения, следствие для случайных величин и векторов. Действия со случайными величинами.
10. Независимость от произвольного набора случайных величин. Критерий независимости, теорема о независимости борелевских функций от непересекающихся множеств независимых случайных величин.
11. Математическое ожидание случайной величины (интеграл Лебега в вероятностной мере): определение простых, неотрицательных и произвольных случайных величин. Проверка определений.
12. Основные свойства математического ожидания. Теорема о математическом ожидании для произведения независимых случайных величин.
13. Дисперсия, ковариантность и их свойства. Неравенство Коши-Буняковского. Дисперсия суммы независимых случайных величин. Ковариационная матрица случайного вектора, ее неотрицательная определенность.
14. Неравенство Маркова, неравенство Чебышева. Закон больших чисел в форме Чебышева. Неравенство Дженсена.
15. Типы сходимости случайных величин, их взаимосвязь. Критерий Коши сходимости с вероятностью 1.
16. Неравенство Колмогорова. Теорема сходимости для почти наверняка серии случайных величин.
17. Усиленный закон больших чисел для независимых случайных величин с ограниченными дисперсиями.
18. Предельный переход под знаком интеграла Лебега. Теорема о монотонной сходимости, лемма Фату, теорема Лебега о мажорированной сходимости.
19. Лемма Бореля Кантелли. Усиленный закон больших чисел для независимых одинаково распределенных случайных величин с ограниченным математическим ожиданием.
20. Формула пересчета математических ожиданий. Теорема о замене переменной в интеграле Лебега.
21. Прямое произведение вероятностных пространств. Теорема Фубини (b / d). Совместное распределение конечного набора случайных величин. Свертка распределений.
22. Слабая сходимость и сходимость в основном вероятностных мер. Теорема Александрова (б / г). Теорема об эквивалентности сходимости по распределению случайных величин и сходимости функций распределения во всех точках непрерывности предельной функции.
23. План тестов Бернулли и полиномиальный план. Предельные теоремы для схемы Бернулли: теорема Пуассона и теорема Муавра-Лапласа (b / d).



24. Характеристические функции вероятностных мер. функции распределения, случайные величины и векторы. Примеры. Основные свойства характеристических функций случайных величин.
25. Теорема единственности для характеристических функций вероятности. Независимость компонент случайного вектора в терминах характеристических функций.
26. Теорема непрерывности для характеристических функций (b / d). Центральная предельная теорема для независимых одинаково распределенных случайных величин.
27. Теорема Берри Эссеена о скорости сходимости в центральной предельной теореме (b / d). Оценки константы в теореме Берри Эссеена.

#### Билет 1

1. Дизайн тестов Бернулли и полиномиальный дизайн. Предельные теоремы для схемы Бернулли: теорема Пуассона и теорема Муавра-Лапласа (b / d)
2. Неравенство Маркова, неравенство Чебышева. Закон больших чисел в форме Чебышева. Неравенство Дженсена

#### Критерии оценивания

Оценка «отлично (10)» выставляется студенту, проявившему всестороннее, систематическое и глубокое знание материала образовательной программы, самостоятельно выполнившему все задания, предусмотренные программой, глубоко изучившему основную и дополнительную литературу, рекомендованную программой. , активно работает в классе и понимает основные научные концепции по изучаемой дисциплине, проявил творческий подход и научный подход в понимании и представлении материала образовательной программы, ответ на который характеризуется использованием богатых и адекватных терминов, а также последовательным и логичным изложением материала;

Оценка «отлично (9)» выставляется студенту, который продемонстрировал всестороннее систематическое знание материала образовательной программы, самостоятельно выполнил все задачи, предусмотренные программой, глубоко усвоил основную литературу и знаком с рекомендуемой дополнительной литературой. по программе, активно проработал на занятиях, показал системность знаний по дисциплине, достаточную для дальнейшего изучения, а также умение самостоятельно расширять ее, ответ которой отличается точностью используемых терминов, а изложение материала в нем последовательное и логичное;

Оценка «отлично (8)» выставляется студенту, который проявил полное знание материала образовательной программы, не допускает существенных неточностей в своем ответе, самостоятельно выполнил все задания, предусмотренные программой, изучил основную литературу, рекомендованную учебной программой. программа, активно проработанная на занятиях, показала системность его знаний по дисциплине, достаточных для дальнейшего изучения, а также способность самостоятельно их расширять;

Оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, который проявил достаточно полное знание материала образовательной программы, не допускает существенных неточностей в ответе, самостоятельно выполнил все задания, предусмотренные программой, изучил основную рекомендованную литературу по программе, активно работал на занятиях, показал системность своих знаний по дисциплине, достаточных для дальнейшего изучения, а также умение самостоятельно их усиливать;

Оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, который проявил достаточно полное знание материала образовательной программы, не допускает существенных неточностей в своем ответе, самостоятельно выполнил основные задачи, предусмотренные программой, изучил основную литературу. рекомендован программой, показал систематичность своих знаний по дисциплине, достаточную для дальнейшего изучения;

Оценка «хорошо (5)» дается студенту, продемонстрировавшему знание материала основной образовательной программы в объеме, необходимом для дальнейшего обучения и будущей работы по профессии, который, не проявляя достаточной активности на уроках, тем не менее самостоятельно выполнял, овладел основными задачами, предусмотренными программой, освоил основную литературу, рекомендованную программой, допустил ошибки в их выполнении и ответе во время тестирования, но имеет необходимые знания для исправления этих ошибок самостоятельно;

Оценка «удовлетворительно (4)» дается студенту, обнаружившему знание материала основной образовательной программы в объеме, необходимом для дальнейшего обучения и будущей работы по профессии, который, не проявляя достаточной активности на уроках, тем не менее самостоятельно выполнял основные задачи, предусмотренные программой, изучил основную литературу, но допустил ошибки в их выполнении и в своем ответе во время теста, но имеет необходимые знания для исправления этих ошибок под руководством преподавателя;

Оценка «удовлетворительно (3)» выставляется обучающемуся, проявившему знание материала основной образовательной программы в объеме, необходимом для дальнейшего обучения и будущей работы по профессии, не проявившего активности на занятиях, самостоятельно выполнившего основные задачи, предусмотренные программой, но допускающая ошибки в их выполнении и в ответе при тестировании, но обладающая необходимыми знаниями для устранения под руководством преподавателя наиболее существенных ошибок;

Оценка «неудовлетворительно (2)» дается студенту, который показал пробелы в знаниях или недостаток знаний по значительной части материала основной образовательной программы, не выполнил самостоятельно основные задачи, требуемые программой, допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой задач, который не может продолжить учебу или начать профессиональную деятельность без дополнительной подготовки по рассматриваемой дисциплине;

Оценка «неудовлетворительно (1)» ставится студенту при отсутствии ответа (отказ от ответа), либо когда представленный ответ совсем не соответствует сути вопросов, содержащихся в задании.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Во время экзамена студенту разрешается использовать программу дисциплины.