

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО

**Директор физтех-школы физики
и исследований им. Ландау
А.В. Рогачев**

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Современные методы квантования калибровочных теорий
по направлению:	Прикладные математика и физика
профиль подготовки:	Общая и прикладная физика Физтех-школа физики и исследований им. Ландау кафедра теории фундаментальных взаимодействий и квантовой гравитации
курс:	1
квалификация:	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 45 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Программу составил: Д.В. Нестеров, канд. физ.-мат. наук

Программа обсуждена на заседании кафедры теории фундаментальных взаимодействий и квантовой гравитации
26.02.2026

Аннотация

Теории с калибровочными симметриями играют ключевую роль в описании фундаментальных взаимодействий. Современные методы квантования, такие как подходы Баталина-Вилковыского (БВ, BV) и Баталина-Фрадкина-Вилковыского (БФВ, BFV-BRST), являются одним из основных инструментов исследования квантовых свойств калибровочных теорий, изучения аномалий и перенормируемости. Они тесно связывают физику с геометрией и лежат в основе многих продвижений в квантовой теории поля, квантовой гравитации, теории струн.

Курс «Современные методы квантования калибровочных теорий» сочетает теоретическую общность с иллюстрацией общих конструкций на примере конкретных физических моделей, а также предполагает самостоятельное решение задач. В теоретической части курса будут рассмотрены конструкции БВ и БФВ в классическом и квантовом случаях. В частности, определены расширения конфигурационных пространств, на которых определены соответствующие Пуассоновы/симплектические структуры, построены операторы БРСТ преобразований, определены физические пространства в терминах БРСТ-когомологий. Будут обсуждены механизмы, гарантирующие независимость физических величин от выбора калибровки. Будет построено квантовое эффективное действие и обсуждены квантовые аномалии. В практической части курса наряду с иллюстрирующими примерами на моделях типа релятивистской частицы или скалярной электродинамики, особенности формализмов будут рассмотрены на примерах вычислений и задач в теориях Янга-Миллса, гравитации, бозонной струны.

Основными целями предлагаемого курса являются разностороннее понимание учащимися общих теоретических конструкций, лежащих в основе подходов БВ и БФВ, и умение применять их к конкретным физическим моделям. Предлагаемый курс является логическим продолжением курса «Теория систем со связями», в котором, в частности, обсуждается алгебраическое и геометрическое описание калибровочных симметрий в лагранжевом и гамильтоновом формализмах на классическом уровне, а также дополнением таких курсов как «Теория классических полей» и «Квантовая теория поля».

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

Изучение основных положений, методов и внутренней структуры подходов БВ и БФВ к квантованию калибровочных теорий

Задачи дисциплины

Ознакомление студентов с основами формализмов БВ и БФВ, умение применять изученные методы и алгоритмы к классическим и квантовым моделям физических систем. Также планируется расширение кругозора и навыков использования современного математического аппарата. Предполагается, что, прослушав этот курс, студенты смогут использовать методы и идеи в своей научно-исследовательской работе.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области математики и физики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности

ОПК-2 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области своей профессиональной деятельности, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-2.2 Способен оценивать актуальность исследований в области своей профессиональной деятельности и их практическую значимость
	ОПК-2.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-3.1 Способен анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-3.2 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания в различных областях науки (техники)
ОПК-4 Способен успешно реализовывать решение поставленной задачи, провести анализ результата и представить выводы, применяя знания и навыки в области физико-математических наук и информационно-коммуникационных технологий	ОПК-4.2 Способен применять знания в области физико-математических наук для решения поставленной задачи, формулирования выводов и оценки полученных результатов
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- основные понятия, конструкции и концепции по теме дисциплины.

уметь:

- пользоваться развитыми в рамках дисциплины методами исследования, решать задачи по теме дисциплины.

владеть:

- математическим и понятийным аппаратом и методами исследований, составляющими содержание дисциплины.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Математические основы.	5	5		6
2	Классический БВ формализм.	5	5		6
3	Классический БФВ-БРСТ формализм.	5	5		5
4	Методы квантования.	5	5		7

5	Квантование в формализме БФВ-БРСТ.	5	5		7
6	Квантование в формализме БВ.	3	3		5
7	Дополнительные главы.	2	2		9
Итого часов		30	30		45
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		135 час., 3 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 2 (Весенний)

1. Математические основы.

Локальные калибровочные симметрии, генераторы и структурные функции калибровочной алгебры, градуированные многообразия и алгебра функций, векторные поля и дифференциальные формы, теория (ко)гомологий; Модели с грассмановыми переменными, модель вращающейся релятивистской частицы.

2. Классический БВ формализм.

БВ-расширения конфигурационного пространства теории, нечетная симплектическая структура и антискобка, минимальное и неминимальное мастер-действия, БВ-расширенная калибровочная симметрия и БРСТ симметрия мастер-действия, фиксация калибровки и калибровочный фермион, редуцированное действие Фаддеева-Попова, независимость измеряемых величин от выбора калибровки, физическое пространство состояний, БВ-квантование для моделей с редуцируемым набором калибровочных генераторов. Модели релятивистской частицы, абелевых r -форм, бозонной струны, Янга-Миллса, гравитации Эйнштейна.

3. Классический БФВ-БРСТ формализм.

Каноническое БРСТ расширение фазового пространства гамильтоновой калибровочной модели и скобка Пуассона, канонический БРСТ-генератор, неминимальное расширение, фиксация калибровки и калибровочный фермион, действие, наблюдаемые и БРСТ-когомологии, эволюция наблюдаемых, связь между БВ и БФВ конструкциями. Модели релятивистской частицы, бозонной струны, скалярной электродинамики, гравитации Эйнштейна

4. Методы квантования.

Современные подходы к квантованию, операторное квантование и квантование методом континуального интеграла, особенности квантования калибровочных теорий. Невырожденные модели, операторное квантование релятивистской частицы и бозонной струны.

5. Квантование в формализме БФВ-БРСТ.

БРСТ квантование (операторный формализм), квантовый БРСТ-заряд и квантовые состояния, скалярное произведение и неприводимые представления, эволюция квантовых состояний, квантовые аномалии; Аномалия нильпотентности БРСТ-заряда и БРСТ-когомологии бозонной струны. БФВ-квантование методом функционального интеграла, редукция по вспомогательным переменным калибровочно-фиксированного действия и мера интегрирования. Эффективные действия релятивистской частицы, электродинамики.

6. Квантование в формализме БВ.

Квантовое мастер-уравнение, нечетный лапласиан, неинвариантность меры функционального интегрирования, квантовое эффективное действие, регуляризация и перенормировка, квантовые аномалии. Связь квантового БВ и БФВ формализмов, каноническая мера в производящем функционале в формализме БВ, однопетлевое эффективное действие. Локальность в БВ формализме и локальные БВ-когомологии. Однопетлевые эффективные действия Янга-Миллса, гравитации Эйнштейна, ренормализационная аномалия и критическая размерность бозонной струны.

7. Дополнительные главы.

Конструкция AKSZ, топологические теории поля. Теория Черна-Саймонса.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, доска, при необходимости медиапроектор, экран.

6. Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Marc Henneaux, Claudio Teitelboim, "Quantization of gauge systems", Published in: Princeton, USA: Univ. Pr. (1992) 520 p
2. Joaquim Gomis, Jordi Paris, Stuart Samuel, "Antibracket, antifields and gauge theory quantization", Phys.Rept. 259 (1995), 1-145, DOI: 10.1016/0370-1573(94)00112-G, e-Print: hep-th/9412228 [hep-th]
3. Glenn Barnich, Fabrizio Del Monte, "Introduction to Classical Gauge Field Theory and to Batalin-Vilkovisky Quantization", Lectures held at the 22nd "Saalburg" Summer School (2016), e-Print: 1810.00442 [hep-th]
4. Alberto S. Cattaneo, Nima Moshayedi, "Introduction to the BV-BFV formalism", Rev.Math.Phys. 32 (2020) 09, 2030006, DOI: 10.1142/S0129055X2030006X (publication), e-Print: 1905.08047 [math-ph]

Дополнительная литература

1. Jean Zinn-Justin, "Quantum Field Theory and Critical Phenomena", 4th Edition, 2002, Oxford University Press, ISBN: 9780198509233
2. Theodore Frankel, "The Geometry of Physics: An Introduction", 3rd Edition, 2011, Cambridge University Press, ISBN: 9780521744239
3. Marc Henneaux, Claudio Teitelboim, "BRST Cohomology in Classical Mechanics", Commun.Math.Phys. 115 (1988), 213-230, DOI: 10.1007/BF01466770
4. M.Alexandrov, A.Schwarz, O.Zaboronsky and M.Kontsevich, "The Geometry of the master equation and topological quantum field theory", Int. J. Mod. Phys. A 12 (1997), 1405-1429, DOI:10.1142/S0217751X97001031, e-Print: hep-th/9502010
5. Alberto S. Cattaneo, Pavel Mnev, Michele Schiavina, "BV Quantization", e-Print: 2307.07761 [math-ph]

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

www.arxiv.org

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Представление материала на доске и/или при помощи медиапроектора.

Возможно использование ПО для символьных и/или численных вычислений.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Студент, изучающий дисциплину, должен, с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике.

В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения и понятия, уметь применять полученные знания для решения различных задач.

Успешное освоение курса требует:

- посещения всех занятий, предусмотренных учебным планом по дисциплине;
- ведения конспекта занятий;
- напряжённой самостоятельной работы студента.

Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала, подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения;
- решение задач, предлагаемых студентам на занятиях;
- подготовку к выполнению заданий текущей и промежуточной аттестации.

Показателем владения материалом служит умение без конспекта отвечать на вопросы по темам дисциплины.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к преподавателю.

Возможен промежуточный контроль знаний студентов в виде решения задач в соответствии с тематикой занятий.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Прикладные математика и физика
профиль подготовки:	Общая и прикладная физика Физтех-школа физики и исследований им. Ландау кафедра теории фундаментальных взаимодействий и квантовой гравитации
курс:	<u>1</u>
квалификация:	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Экзамен

Разработчик: Д.В. Нестеров, канд. физ.-мат. наук

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области математики и физики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
ОПК-2 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области своей профессиональной деятельности, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-2.2 Способен оценивать актуальность исследований в области своей профессиональной деятельности и их практическую значимость
	ОПК-2.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-3.1 Способен анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-3.2 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания в различных областях науки (техники)
ОПК-4 Способен успешно реализовывать решение поставленной задачи, провести анализ результата и представить выводы, применяя знания и навыки в области физико-математических наук и информационно-коммуникационных технологий	ОПК-4.2 Способен применять знания в области физико-математических наук для решения поставленной задачи, формулирования выводов и оценки полученных результатов
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Современные методы квантования калибровочных теорий» обучающийся должен:

знать:

- основные понятия, конструкции и концепции по теме дисциплины.

уметь:

- пользоваться развитыми в рамках дисциплины методами исследования, решать задачи по теме дисциплины.

владеть:

- математическим и понятийным аппаратом и методами исследований, составляющими содержание дисциплины.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

С целью контроля освоения обучающимися учебного материала проводится устный опрос в начале занятия по теме прошлого занятия.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Примерный перечень вопросов:

1. Градуированное многообразие и градуированная алгебра функций на таких многообразиях.
2. Мастер-уравнение и минимальное мастер-действие в формализме БВ.
3. Высшие структурные функции калибровочной алгебры (в гамильтоновой модели) и структура канонического БРСТ генератора.
4. Какую симметрию мастер-действия фиксируют с помощью калибровочного фермиона? Что происходит с БРСТ симметрией?
5. Определяющие свойства четной и нечетной пуассоновых структур на градуированных многообразиях.
6. Как действует генератор БРСТ-преобразования в модели БВ на поля модели?
7. Вывести действие Фаддеева-Попова для вращающейся релятивистской частицы.
8. Получить вид канонического БРСТ-генератора в модели скалярной электродинамики.
9. Вывести ковариантный БРСТ генератор в модели Янга-Миллса.
10. Вывести алгебру ковариантных и канонических генераторов симметрии для релятивистской частицы. Найти связь между этими генераторами. Повторить вывод для вращающейся релятивистской частицы.
11. Провести сопоставление полей БВ и БФВ расширения в случае бозонной струны.
12. Вывести критическую размерность для открытой бозонной струны из ренормализационной аномалии.

Примеры билетов:

Билет 1.

1. Неминимальное БВ-расширение конфигурационного пространства (для калибровочной системы с неприводимыми генераторами). Градуировки. Антискобка. Свойства антискобки (для четных связей). Мастер-уравнение.
2. БРСТ-квантование калибровочных теория (операторный формализм БФВ). Квантовые аномалии калибровочной алгебры в формализме БФВ. Квантовые состояния и когомологии.
3. Вывести действие Фаддеева-Попова для релятивистской частицы в темпоральной и динамической калибровках.

Билет 2.

1. Локальные калибровочные симметрии минимального мастер-действия. Фиксация калибровки. Действие с фиксированной калибровкой. Гауссовы и дельта-функциональные калибровки. Редукция вспомогательных полей. Действие Фаддеева-Попова для модели с замкнутой алгеброй генераторов.
2. Градуированные многообразия, градуированное пространство функций на них. Коцепной комплекс и когомологии (привести примерами).
3. Однопетлевое эффективное действие в модели абелевого поля 2-формы.

Критерии оценивания

Обучающемуся ставится зачет в соответствии с продемонстрированным уровнем подготовки; оценивание производится на усмотрение преподавателя в соответствии с особенностями дисциплины и следующими критериями:

Оценка "отлично" (10 баллов) выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка "отлично" (9 баллов) выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка "отлично" (8 баллов) выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочётами.

Оценка "хорошо" (7 баллов) выставляется студенту, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка "хорошо" (6 баллов) выставляется студенту, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка "хорошо" (5 баллов) выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка "удовлетворительно" (4 балла) выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка "удовлетворительно" (3 балла) выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка "неудовлетворительно" (2 балла) выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка "неудовлетворительно" (1 балл) выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Экзамен проводится в устной форме по билетам.

В каждом билете представлено несколько теоретических и практических вопросов.

При проведении экзамена обучающемуся предоставляется 30-60 минут на подготовку.

Опрос обучающегося по возможности не должен превышать одного астрономического часа.