

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Директор физтех-школы физики  
и исследований им. Ландау  
А.В. Рогачев**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Введение в М-теорию
<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Общая и прикладная физика Физтех-школа физики и исследований им. Ландау кафедра теоретической и математической физики
<b>курс:</b>	2
<b>квалификация:</b>	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 3 (осенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 30 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Программу составил: Э.Т. Мусаев, phd (к.ф.-м.н.)

Программа обсуждена на заседании кафедры теоретической и математической физики 27.03.2025

## Аннотация

Утверждение, что пространство вакуумов суперструны соответствует пространству решений 10-мерной супергравитации верно лишь в пертурбативном режиме, когда применимы стандартные техники квантования двумерной сигма-модели. Многие наблюдения показывают, что точки, соответствующие 10-мерным полевым конфигурациям, являются скорее исключением, и в основном пространство вакуумов населено решениями уравнений 11-мерной супергравитации. При этом, размер одиннадцатого измерения пропорционален струнной константе связи. Правильным описанием струнной динамики в таком непертурбативном режиме является теория трехмерной сигма-модели, называемой обычно супермембраной. Вследствие непертурбативности соответствующая теория, называемая М-теорией, оказывается очень слабо изученной.

Курс посвящен изучению наблюдений, позволяющих утверждать о существовании М-теории, ее размерных редукций, симметрий U-дуальности трехмерной сигма-модели и 11-мерной супергравитации, динамики супермембран. В рамках курса будут обсуждаться конкретные модели для действия супермембран, преобразования U-дуальности полей супергравитации и супертоков на поверхности мембраны. Будут изучены схемы размерных редукций в присутствии флаксов, в том числе негеометрических, описание таких редукций в терминах калиброванных супергравитаций.

## 1. Цели и задачи

### Цель дисциплины

Сформировать у обучающегося представление о непертурбативной структуре теории суперструн, симметриях ее пространства вакуумов относительно преобразований U-дуальности, их связь со свойствами решений уравнений одиннадцатимерной супергравитации.

Сформировать понимание принципов описания динамики релятивистских мембран их взаимодействия между собой и с супергравитационными фоновыми полями.

Изучить современные подходы к компактификациям супергравитации, основанным на теоретикогрупповом анализе вложений группы изометрий компактного пространства в группу U-дуальности.

### Задачи дисциплины

Обучить техникам работы с супергравитационными теориями и их решениями, с различными теориями трехмерной суперсимметричной сигма-модели и моделями M5-браны.

Развить у обучающегося умение решать уравнения на спиноры Киллинга.

Научить оперировать понятиями, связанными с размерной редукцией супергравитационных теорий, строить феноменологические модели.

## 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
	УК-1.2 Осуществляет поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации
	УК-1.3 Разрабатывает стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности
УК-6 Способен определять и реализовывать приоритеты собственной деятельности и способствовать совершенствованию на основе	УК-6.1 Умеет решать задачи собственного личностного и профессионального развития, определять и реализовывать приоритеты совершенствования собственной деятельности

способы ее совершенствования на основе самооценки	УК-6.2 Оценивает свою деятельность, соотносит цели, способы и средства выполнения деятельности с её результатами
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области математики и физики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
ОПК-2 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области своей профессиональной деятельности, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-2.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
	ОПК-2.2 Способен оценивать актуальность исследований в области своей профессиональной деятельности и их практическую значимость
ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-3.1 Способен анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-3.2 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания в различных областях науки (техники)
	ОПК-3.3 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений
ОПК-4 Способен успешно реализовывать решение поставленной задачи, провести анализ результата и представить выводы, применяя знания и навыки в области физико-математических наук и информационно-коммуникационных технологий	ОПК-4.2 Способен применять знания в области физико-математических наук для решения поставленной задачи, формулирования выводов и оценки полученных результатов
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны знать:

- основные положения и понятия М-теории, 11-мерной супергравитации, алгебру супертоков для мембраны;
- формализмы описания динамики одной, двух и N супермембран, их взаимодействий друг с другом и с супергравитационными фоновыми полями, связь с триалгебрами и нambu-лиевой механикой;
- примеры феноменологических приложений развитого формализма; группы симметрий U-дуальности для М-теории на n-мерном торе.

уметь:

- показывать симметричность М-теории и 11-мерной супергравитации относительно преобразований U-дуальности;
- строить действия для двумерной и пятимерной супермембран, в том числе действия BLG и ABJM.

владеть:

- методами анализа размерных редукций супергравитации, основанными на формализме тензора погружения;
- методами анализа непертурбативных объектов теории струн, в том числе, экзотических бран.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Пять теорий суперструн, дуальности между ними	3	3		3
2	Супералгебра М-теории, БПС состояния, БПС решения 11-мерной супергравитации	3	3		3
3	U-дуальность алгебры супертоков мембраны, симметрии и преобразования БПС состояний, интерпретация преобразований константы связи	3	3		3
4	p-бранная интерпретация БПС состояний	3	3		3
5	M2-браны и теория Черна-Саймонса с 16 суперзарядами, BLG	3	3		3
6	M2-браны и теория Черна-Саймонса с 12 суперзарядами, ABJM	3	3		3
7	M5-браны, действие Пасти-Сорокина-Тонино, редукция к теории струн	3	3		3
8	Проблема квантования мембраны, неустойчивость, матричная модель	3	3		3
9	Размерная редукция 11-мерной супергравитации, U-дуальность	3	3		3
10	Формализм тензора погружения	3	3		3
Итого часов		30	30		30
Подготовка к экзамену		0 час.			

Общая трудоёмкость	90 час., 2 зач.ед.
--------------------	--------------------

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 3 (Осенний)

##### 1. Пять теорий суперструн, дуальности между ними

Суперструна типа I, IIA, IIB, гетеротические суперструны с группами  $E_8 \times E_8$ ,  $SO(32)$ , спектр возбуждений; T-дуальность между теориями типа IIA и IIB; S-дуальность теории типа IIB.

##### 2. Супералгебра M-теории, БПС состояния, БПС решения 11-мерной супергравитации

Супералгебра в размерности 11, ее представления; короткие мультиплеты и БПС состояния, решения 11-мерной супергравитации.

##### 3. U-дуальность алгебры супертоков мембраны, симметрии и преобразования БПС состояний, интерпретация преобразований константы связи

Симметрии БПС состояний 11-мерной супералгебры, преобразования T-, S- и U-дуальности; алгебра супертоков мембраны, взаимодействующей с калибровочным потенциалом, центральные заряды.

##### 4. p-бранная интерпретация БПС состояний

Расширение набора центральных зарядов в  $D=10$  IIA/IIB суперсимметрии. Старое и новое сканирование бран. Решения супергравитации в виде экстремальных бран.

##### 5. M2-браны и теория Черна-Саймонса с 16 суперзарядами, BLG

Действие двумерной сигма модели Баггера-Ламберта-Густавссона; предел низких энергий; уравнение Нама и спектр БПС состояний; 3-скобка на мембране; теории с калибровочной симметрией, задаваемой 3-алгеброй.

##### 6. M2-браны и теория Черна-Саймонса с 12 суперзарядами, ABJM

Действие для N супермембран, низкоэнергетическое приближение, теория ABJM; голографическое соответствие, решение  $AdS_4 \times S^7$  11-мерной супергравитации.

##### 7. M5-браны, действие Пасти-Сорокина-Тонина, редукция к теории струн

Калибровочный потенциал 6-формы, магнитный партнер для супермембраны, проблем самодуальных теорий в размерности 6; модель PST, малая теория струн.

##### 8. Проблема квантования мембраны, нестабильность, матричная модель

Квантование супермембраны, спектр возбуждений на фоне плоской метрики, pp-волны, фоновых флуксуонов; дискретизация системы, матричная модель, квантование матричной модели; нестабильной энергетического спектра.

##### 9. Размерная редукция 11-мерной супергравитации, U-дуальность

Редукция 11-мерной супергравитации на n-мерный тор, объединение полей в мультиплеты группы U-дуальности; дуализация калибровочных потенциалов.

## 10. Формализм тензора погружения

Максимальные суперсимметричные деформации максимальной d-мерной супергравитации, условия самосогласованности на тензор вложения; решения условий для самосогласованной редукции 11-мерной супергравитации.

## 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, доска.

Компьютер для использования интернет-ресурсов.

Проектор для демонстраций иллюстраций и визуального материала.

## 6. Перечень рекомендуемой литературы

### Основная литература

1. M.J. Duff, «The World in Eleven Dimensions Supergravity, supermembranes and M-theory» , ISBN 9780750306720
2. D.Z. Freedman, A. van Proeyen, «Supergravity», ISBN 978-0-521-19401-3,
3. I.L. Buchbinder, S.M. Kuzenko «Ideas and methods of supersymmetry and supergravity», ISBN 0-7503-0506-1,
4. T. Ortin «Gravity and strings» ISBN 978-0-521-76813-9.
5. C. Johnson, «D-branes», ISBN 9780521030052

### Дополнительная литература

1. G. Dall'Agata, M. Zagermann «Supergravity (lecture notes)»,
2. B. de Wit «Supergravity (lectures)»
3. C. M. Hull, P. K. Townsend, "Unity of superstring dualities," Nucl. Phys. B438 (1995), 109-137
4. N.A. Obers, B. Pioline, «U duality and M theory», Phys. Rept. 318 (1999), 113-225

## 7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

<https://www.arxiv.org> – Архив электронных препринтов

## 8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

Для проведения дистанционных занятий (при необходимости) и консультаций используются zoom, Google meet.

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Студент, изучающий дисциплину, должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике. В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения и понятия, уметь применять полученные знания для решения различных задач.

Успешное освоение курса требует:

- посещения всех занятий, предусмотренных учебным планом по дисциплине;
- ведения конспекта занятий;
- напряжённой самостоятельной работы студента.

Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение рекомендованной литературы;

- проработку учебного материала, подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения;
- решение задач, предлагаемых студентам на занятиях;
- подготовку к выполнению заданий текущей и промежуточной аттестации.

Показателем владения материалом служит умение без конспекта отвечать на вопросы по темам дисциплины.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к преподавателю.

Возможен промежуточный контроль знаний студентов в виде решения задач в соответствии с тематикой занятий.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

**по направлению:** Прикладные математика и физика  
**профиль подготовки:** Общая и прикладная физика  
Физтех-школа физики и исследований им. Ландау  
кафедра теоретической и математической физики  
**курс:** 2  
**квалификация:** магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 3 (осенний) - Дифференцированный зачет

**Разработчик:** Э.Т. Мусаев, phd (к.ф.-м.н.)

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
	УК-1.2 Осуществляет поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации
	УК-1.3 Разрабатывает стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности
УК-6 Способен определять и реализовывать приоритеты собственной деятельности и способы ее совершенствования на основе самооценки	УК-6.1 Умеет решать задачи собственного личностного и профессионального развития, определять и реализовывать приоритеты совершенствования собственной деятельности
	УК-6.2 Оценивает свою деятельность, соотносит цели, способы и средства выполнения деятельности с её результатами
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области математики и физики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
ОПК-2 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области своей профессиональной деятельности, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-2.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
	ОПК-2.2 Способен оценивать актуальность исследований в области своей профессиональной деятельности и их практическую значимость
ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-3.1 Способен анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-3.2 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания в различных областях науки (техники)
	ОПК-3.3 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений
ОПК-4 Способен успешно реализовывать решение поставленной задачи, провести анализ результата и представить выводы, применяя знания и навыки в области физико-математических наук и информационно-коммуникационных технологий	ОПК-4.2 Способен применять знания в области физико-математических наук для решения поставленной задачи, формулирования выводов и оценки полученных результатов

ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Введение в М-теорию» обучающийся должен:

### знать:

- основные положения и понятия М-теории, 11-мерной супергравитации, алгебру супертоков для мембраны;
- формализмы описания динамики одной, двух и N супермембран, их взаимодействий друг с другом и с супергравитационными фоновыми полями, связь с триалгебрами и нambu-левой механикой;
- примеры феноменологических приложений развитого формализма; группы симметрий U-дуальности для М-теории на n-мерном торе.

### уметь:

- показывать симметричность М-теории и 11-мерной супергравитации относительно преобразований U-дуальности;
- строить действия для двумерной и пятимерной супермембран, в том числе действия BLG и ABJM.

### владеть:

- методами анализа размерных редукций супергравитации, основанными на формализме тензора погружения;
- методами анализа непертурбативных объектов теории струн, в том числе, экзотических бран.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

## 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Примеры вопросов и задач для дифференцированного зачета

1. Вывести уравнение Нама из супералгебры в размерности  $D=11$
2. Действие BLG. Показать, что оно описывает две супермембраны
3. Квадратичные условия на тензор вложения.
4. Квантование мембраны на фоне pp-волны
5. Показать, что действие для M2-браны при двойной размерной редукции сводится к действию для фундаментальной струны
6. Показать, что гетеротическая струна взаимодействует с полем Калба-Рамона неминимально
7. Дуализацией скалярных полей на мировом листе показать, что действие для M2-браны при размерной редукции воспроизводит действие для D2-браны.
8. Найти компоненту тензора вложения для максимальной  $D=7$  супергравитации, соответствующего потоку тензора напряженности 4-формы. Прокомментировать связь с решением Фройнда-Рубина.

9. Найти нулевые моды решений для M2, M5 бран. Найти, каким мультиплетам они соответствуют.

10. Старое и новое сканирование бран.

Примеры билетов:

Билет 1.

1. Найти нулевые моды решений для M2, M5 бран. Найти, каким мультиплетам они соответствуют.

2. Старое и новое сканирование бран.

Билет 2.

1. Квадратичные условия на тензор вложения.

2. Квантование мембраны на фоне pp-волны

### Критерии оценивания

Оценка отлично 10 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 9 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 8 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.

Оценка хорошо 7 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка хорошо 6 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка хорошо 5 баллов - выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка удовлетворительно 4 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка удовлетворительно 3 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка неудовлетворительно 2 балла - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка неудовлетворительно 1 балл - выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Дифференцированный зачет проводится в устной форме.

Студенту дается два теоретических вопроса и одна задача.

При проведении зачёта обучающемуся предоставляется 30 минут на подготовку.

Опрос обучающегося не должен превышать одного астрономического часа.