

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Директор физтех-школы физики  
и исследований им. Ландау  
А.В. Рогачев**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Физика квантовых жидкостей
<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Общая и прикладная физика Физтех-школа физики и исследований им. Ландау кафедра Российского квантового центра
<b>курс:</b>	1
<b>квалификация:</b>	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 30 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 0 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 30 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Программу составил: Г.В. Шляпников, д-р физ.-мат. наук

Программа обсуждена на заседании кафедры Российского квантового центра 29.01.2025

## Аннотация

Курс посвящен ультрахолодным квантовым газам / жидкостям и состоит из двух частей.

Первая часть посвящена ультрахолодным бозонным атомам и явлению бозе-эйнштейновской конденсации. После знаменитого наблюдения Бозе-Эйнштейновской конденсации в захваченных ультрахолодных газах щелочных атомов в 1995 г., получившего Нобелевскую премию 2001 г., область ультрахолодных квантовых газов сильно расширяется и привлекает ученых из атомной физики и квантовой оптики, физики конденсированного состояния, ядерной физики, нелинейных явлений и математической физики.

Вторая часть курса лекций посвящена ультрахолодным вырожденным газам фермионных атомов и сосредоточена на роли взаимодействий и сверхтекучести. После создания вырожденных атомных ферми-газов эксперименты достигли так называемого режима сильного взаимодействия, что приводит к аналогии с нейтронными звездами и высокотемпературной сверхпроводимостью. Поэтому, помимо введения в теорию вырожденных фермионов, курс лекций включает несколько современных наработок в этой области.

Целью курса лекций в целом является введение в теорию ультрахолодных квантовых газов / жидкостей и предоставление студентам необходимых инструментов для работы в этой и смежных областях.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

Познакомить обучающихся с основами физики ультрахолодных квантовых систем, которые активно изучаются во всем мире и являются одной из тематик РКЦ.

#### Задачи дисциплины

дать понятия об основных результатах физики ультрахолодных квантовых систем.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области математики и физики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
ОПК-2 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области своей профессиональной деятельности, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-2.2 Способен оценивать актуальность исследований в области своей профессиональной деятельности и их практическую значимость
	ОПК-2.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-3.1 Способен анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения

ОПК-4 Способен успешно реализовывать решение поставленной задачи, провести анализ результата и представить выводы, применяя знания и навыки в области физико-математических наук и информационно-коммуникационных технологий	ОПК-4.2 Способен применять знания в области физико-математических наук для решения поставленной задачи, формулирования выводов и оценки полученных результатов
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

основные понятия физики ультрахолодных квантовых систем: Бозе конденсация атомов во внешнем потенциале, сверхтекучесть в Бозе- и Ферми-системах и тд.

уметь:

решать широкий спектр задач, связанных с физикой ультрахолодных квантовых систем.

владеть:

математическим аппаратом необходимым для решения таких задач.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Основные величины. Упругое и неупругое взаимодействие между атомами.	4			4
2	Бозе конденсация в идеальном газе.	2			2
3	Слабовзаимодействующий Бозе газ. Уравнение Гросса-Питаевского.	2			2
4	Динамика Бозе конденсатов.	2			2
5	Элементарные возбуждения Бозе-конденсированного газа.	2			2
6	Бозе-конденсированный газ при конечной температуре. Сверхтекучесть в Бозе системах.	2			2
7	Вихри в Бозе-конденсированных газах.	2			2
8	Идеальный Ферми газ. Термодинамика и возбуждения.	2			2

9	Ферми газ с отталкивательным взаимодействием между частицами. Теория Ферми жидкости Ландау.	2			2
10	Ферми газ с притяжением между частицами. Сверхтекучее спаривание.	2			2
11	Сверхтекучесть в Ферми газах.	2			2
12	Приближение Гинзбурга-Ландау. Вихри в Ферми газах.	2			2
13	Сильновзаимодействующие Ферми газы.	4			4
Итого часов		30			30
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		90 час., 2 зач.ед.			

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

##### Семестр: 2 (Весенний)

##### 1. Основные величины. Упругое и неупругое взаимодействие между атомами.

Основные величины. Упругое взаимодействие между атомами. Слабо взаимодействующий режим. Задача двухчастичного рассеяния. Неупругие столкновения.

##### 2. Бозе конденсация в идеальном газе.

Вторичное квантование. Термодинамика идеального ферми-газа. Возбуждения частиц и дырок.

##### 3. Слабовзаимодействующий Бозе газ. Уравнение Гросса-Питаевского.

Уравнение Гросса-Питаевского для волновой функции конденсата. Плотно-фазовое представление. Обрушивающийся конденсат. Стабильные конденсаты. Длина заживления. Конденсация Бозе-Эйнштейна во внешнем гармоническом потенциале.

##### 4. Динамика Бозе конденсатов.

Точный масштабный подход для двумерной эволюции захваченного конденсата. Масштабный подход к выделению трехмерных конденсатов, захваченных ловушками. Основные частоты колеблющихся конденсатов.

##### 5. Элементарные возбуждения Бозе-конденсированного газа.

Преобразование Боголюбова. Спектр возбуждения однородного конденсата. Неконденсированная фракция. Однотельная матрица плотности и дальний порядок. Квантовые флуктуации плотности и фазы. Квантовые флуктуации и энергия основного состояния.

##### 6. Бозе-конденсированный газ при конечной температуре. Сверхтекучесть в Бозе системах.

Неконденсированная фракция и матрица плотности одного тела при конечных температурах. Критерий сверхтекучести Ландау. Сверхтекучая и нормальная плотность. Беляевское затухание элементарных возбуждений. Демпфирование Ландау. Малый параметр теории при конечных температурах.

##### 7. Вихри в Бозе-конденсированных газах.

Вихри во вращающихся и невращающихся сверхтекучих средах. Циркуляции. Уравнение Гросса-Питаевского для состояния вихря. Возбуждения вихревого состояния. Основные режимы. Моды Кельвина и контраст вихрей.

8. Идеальный Ферми газ. Термодинамика и возбуждения.

Вторичное квантование. Термодинамика идеального ферми-газа. Возбуждения частиц и дырок.

9. Ферми газ с отталкивательным взаимодействием между частицами. Теория Ферми жидкости Ландау.

Слабо взаимодействующий ферми-газ с отталкиванием между частицами. Квазичастицы в теории Ферми-жидкости Ландау. Гидродинамический режим. Бесстолкновительный режим. Нулевой звук.

10. Ферми газ с притяжением между частицами. Сверхтекучее спаривание.

Проблема Купера. BCS подход. Одночастичные возбуждения с промежутками. Параметр порядка и температура перехода.

11. Сверхтекучесть в Ферми газах.

Критерий Ландау в ферми-газах. Сверхтекучий ток. Звук Боголюбова-Андерсона. Сверхтекучая и нормальная плотность. Термодинамические величины вблизи  $T_c$ .

12. Приближение Гинзбурга-Ландау. Вихри в Ферми газах.

Функционал Ландау-Гинзбурга. Критические колебания. Состояние вихря. Вихри около  $T_c$

13. Сильновзаимодействующие Ферми газы.

Аномально большая длина рассеяния. Резонанс Фано-Фешбаха. Кроссовер BCS-BEC. Описание сильно взаимодействующего режима. Предел унитарности

## **5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Учебная аудитория, оснащенная доской, мультимедиапроектором и экраном.

## **6.Перечень рекомендуемой литературы**

### **Основная литература**

1. Теоретическая физика [Текст] : в 10 т. Т. 9, Ч. 2 : Статистическая физика. Теория конденсированного состояния : учеб. пособие для вузов / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц .— М. : Физматлит, 2000-2005 .— 496 с.

### **Дополнительная литература**

L. Pitaevskii and S. Stringari, Bose-Einstein Condensation. Oxford University Press, 2016.

## **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

<https://arxiv.org/>

**8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Нет.

**9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Студент, изучающий дисциплину, должен, с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике.

В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения и понятия, уметь применять полученные знания для решения различных задач.

Успешное освоение курса требует:

- посещения всех занятий, предусмотренных учебным планом по дисциплине;
- ведения конспекта занятий;
- напряжённой самостоятельной работы студента.

Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала, подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения;
- решение задач, предлагаемых студентам на занятиях;
- подготовку к выполнению заданий текущей и промежуточной аттестации.

Показателем владения материалом служит умение без конспекта отвечать на вопросы по темам дисциплины.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями преподавателю.

Возможен промежуточный контроль знаний студентов в виде решения задач в соответствии с тематикой занятий.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

**по направлению:** Прикладные математика и физика  
**профиль подготовки:** Общая и прикладная физика  
Физтех-школа физики и исследований им. Ландау  
кафедра Российского квантового центра  
**курс:** 1  
**квалификация:** магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Экзамен

**Разработчик:** Г.В. Шляпников, д-р физ.-мат. наук

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области математики и физики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
ОПК-2 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области своей профессиональной деятельности, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-2.2 Способен оценивать актуальность исследований в области своей профессиональной деятельности и их практическую значимость
	ОПК-2.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-3.1 Способен анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
ОПК-4 Способен успешно реализовывать решение поставленной задачи, провести анализ результата и представить выводы, применяя знания и навыки в области физико-математических наук и информационно-коммуникационных технологий	ОПК-4.2 Способен применять знания в области физико-математических наук для решения поставленной задачи, формулирования выводов и оценки полученных результатов
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Физика квантовых жидкостей» обучающийся должен:

### знать:

основные понятия физики ультрахолодных квантовых систем: Бозе конденсация атомов во внешнем потенциале, сверхтекучесть в Бозе- и Ферми-системах и тд.

### уметь:

решать широкий спектр задач, связанных с физикой ультрахолодных квантовых систем.

### владеть:

математическим аппаратом необходимым для решения таких задач.

### **3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю**

Примеры задач:

1. Бозе конденсация в идеальном газе. Роль плотности состояний.
2. Приближение Гинзбурга-Ландау. Описание вихрей в Ферми газах.

Примеры контрольных заданий:

1. Вычислить амплитуду рассеяния в потенциале взаимодействия, имеющем абсолютно поглощающую стенку на расстоянии  $R_0$  и ведущем себя как  $-1/R^4$  на больших расстояниях.

### **4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся**

Контрольные вопросы:

1. Упругое взаимодействие между атомами. Вывод выражения для константы  $g$ . Критерий слабо взаимодействующего режима.
2. Сильно взаимодействующий режим в Ферми-газах. Описание кроссовера BCS-BEC.
3. Вихревые состояния в бозе-конденсированных газах. Решение стационарного уравнения Гросса-Питаевского для вихревого состояния (с угловым моментом  $l = 1$ ) в однородном пространстве, предполагающем прямую вихревую линию.
4. Сверхтекучесть в Ферми-газах. Критерий Ландау.
5. Конденсация Бозе-Эйнштейна в идеальном газе бозонов. Результаты для однородных 3D, 2D и 1D случаев и при наличии внешнего гармонического потенциала. Роль плотности состояний.
6. Элементарные возбуждения бозе-конденсированного газа. Уравнения Боголюбова-де Женна. Волновая функция и спектр возбуждений однородного конденсата.
7. Функционал Ландау-Гинзбурга. Вихри в сверхтекучем Ферми-газе.
8. Гамильтониан для слабо взаимодействующего бозе-газа в рамках вторичного квантования. Уравнение Гросса-Питаевского для волновой функции конденсата. Решение при наличии внешнего (сферически симметричного) гармонического потенциала. Режим Томаса-Ферми.
9. БКС-подход для притяжения фермионов. Одночастичные возбуждения, параметр порядка и температура перехода.

Примеры экзаменационных билетов

Билет 1.

1. Упругое взаимодействие между атомами. Вывод выражения для константы  $g$ . Критерий слабо взаимодействующего режима.
2. Сильно взаимодействующий режим в Ферми-газах. Описание кроссовера BCS-BEC.

Билет 2.

1. Вихревые состояния в бозе-конденсированных газах. Решение стационарного уравнения Гросса-Питаевского для вихревого состояния (с угловым моментом  $l = 1$ ) в однородном пространстве, предполагающем прямую вихревую линию.
2. Сверхтекучесть в Ферми-газах. Критерий Ландау.

Критерии оценивания

Оценка отлично 10 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 9 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 8 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.

Оценка хорошо 7 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка хорошо 6 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка хорошо 5 баллов - выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка удовлетворительно 4 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка удовлетворительно 3 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка неудовлетворительно 2 балла - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка неудовлетворительно 1 балл - выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Экзамен проводится в устной форме по билетам. В каждом билете представлено два теоретических вопроса. При проведении зачёта и экзамена обучающемуся предоставляется 30 минут на подготовку. Вопрос обучающегося не должен превышать одного астрономического часа.