

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**и.о. директора физтех-школы  
физики и исследований им.  
Ландау**

**А.А. Воронов**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

<b>по дисциплине:</b>	Численные методы в механике деформируемого твердого тела
<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Общая и прикладная физика Физтех-школа физики и исследований им. Ландау кафедра проблем безопасного развития современных энергетических технологий
<b>курс:</b>	1
<b>квалификация:</b>	магистр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

1 (осенний) - Экзамен

2 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 60 час.

семинары: 0 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 60 час.

Подготовка к экзамену: 60 час.

Всего часов: 180, всего зач. ед.: 4

Программу составил: А.С. Филиппов, д-р техн. наук

Программа обсуждена на заседании кафедры проблем безопасного развития современных энергетических технологий 04.06.2020

## Аннотация

Излагаются основные понятия: напряжённо-деформированное состояние, тензоры напряжений и деформаций. Уравнения равновесия. Статическая и квазистатическая задачи. Основы теории упругости и теории пластичности. Численный метод конечных элементов и его дискретизация. Геометрически и физически нелинейные задачи. Также в рамках курса рассматривается механика защитной оболочки ядерного реактора.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

- Освоение студентами основ механики деформируемого твёрдого тела (МДТТ).
- Ознакомление студентов с приложениями МДТТ к задачам безопасности атомных станций.
- Ознакомление с методом конечных элементов (МКЭ) на примере построения методологии численного решения задач нелинейной МДТТ и теплопроводности, стационарных и нестационарных.

#### Задачи дисциплины

- Сообщить базовые сведения из механики и численных методов, представляющие собой элементы вычислительно-математической и механической культуры, необходимые для понимания основных методов и интерпретации получаемых результатов численного решения задач МДТТ.
- Изложить основы механики нелинейного деформирования (пластичность, ползучесть, большие деформации). Разобрать основные типы постановок динамических задач МДТТ.
- Проиллюстрировать теоретические основы МДТТ их практическими приложениями к типовым задачам.
- Рассказать о проблемах прочности защитной оболочки реактора.
- Изложить методологию МКЭ с достаточно общих позиций как общий метод решения дифференциальных уравнений в частных производных. Разобрать схемы построения конечных элементов основных типов, применяемых в МДТТ и других областях.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-3.1 Способен анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-3.3 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- определения основных величин МДТТ, постановки задач МДТТ: статическую и динамическую, в общей 3-мерной постановке и в пониженной размерности (плоская задача, изгиб и т.д.);
- понятия геометрической и физической нелинейностей, как их преодолевают в численном методе; основные понятия теории пластичности;
- основные понятия МКЭ, общая схема пространственной дискретизации и понятие пространственной аппроксимации в МКЭ, типы конечных элементов;
- конструкцию защитной оболочки, её назначение и основы функционирования.

уметь:

- абстрагироваться от несущественного при моделировании реальных физических ситуаций;
- пользоваться своими знаниями для решения фундаментальных и прикладных задач и технологических задач;
- производить численные оценки по порядку величины;
- делать качественные выводы при переходе к предельным условиям в изучаемых проблемах;
- видеть в технических задачах физическое содержание;
- получать приблизительную оценку величины для выходного параметра задачи на основании данных о входных параметрах.

владеть:

- основными понятиями МДТТ и МКЭ, позволяющими ему понимать литературу по расчётам задач МДТТ;
- основными понятиями МДТТ и МКЭ, позволяющими ему разобраться в меню коммерческого кода типа ANSYS (модель материала, малые и большие деформации, тип конечного элемента, метод решения нелинейной алгебраической системы);
- основными понятиями МДТТ и МКЭ, позволяющими ему разобраться в результатах расчёта стандартным коммерческим кодом типа ANSYS (компоненты напряжений и деформаций, главные напряжения, эффективная пластическая деформация);
- навыками оценки НДС в простейших случаях "на бумаге карандашом".

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Механика деформируемого твёрдого тела (ДТТ).	30			30
2	Метод конечных элементов (МКЭ).	18			18
3	Динамика деформируемого твёрдого тела.	12			12
Итого часов		60			60
Подготовка к экзамену		60 час.			
Общая трудоёмкость		180 час., 4 зач.ед.			

##### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 1 (Осенний)

1. Механика деформируемого твёрдого тела (ДТТ).

Напряжённое состояние деформируемого твёрдого тела (ДТТ).

Деформация.  
Упругость и определяющее соотношение. Уравнения МДТТ.  
Способы упрощения уравнений и граничных условий.  
Неупругость: пластичность.  
Ползучесть.  
Разрушение.

Семестр: 2 (Весенний)

## 2. Метод конечных элементов (МКЭ).

О численном решении задач механики.  
Дискретизация пространственной области.  
Линейные одномерные элементы.  
Метод перемещений: двумерная плоская задача.  
Общие формулировки МКЭ.  
Нелинейные квазистатические задачи.  
Неполноразмерные элементы.  
Контактное взаимодействие.

## 3. Динамика деформируемого твёрдого тела.

Уравнения движения. Принцип д'Аламбера. Постановки задач динамики ДТТ.  
Дискретизация МКЭ уравнений динамики. Интегрирование по времени. Матрица масс, её диагонализация.  
Явные схемы интегрирования. Неустойчивости численного решения. Условие Куранта.  
Матрица вязкого демпфирования.  
Колебания и волны. Скорость звука в твёрдом теле. Частотные формы.

## 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Необходимое оборудование для занятий: учебная аудитория, оснащенная компьютером и мультимедийным оборудованием (проектор, звуковая система).  
Необходимое программное обеспечение: офисный пакет OpenOffice для презентаций.  
Обеспечение самостоятельной работы – доступ в Интернет, базы данных по научным журналам.

## 6. Перечень рекомендуемой литературы

### Основная литература

1. Сопротивление материалов [Текст] : учеб. пособие для вузов / Ю. Н. Работнов .— М. : Физматлит, 1962 .— 455 с.
2. Теория упругости [Текст], Основы линейной теории и ее применения/Х. Хан , -М., Мир, 1988
3. Сопротивление материалов [Текст] : учебник для вузов / В. И. Феодосьев .— 9-е изд., перераб. — М. : Наука, 1986 .— 512 с.
4. Теоретическая физика [Текст] : в 10 т. Т. 7 : Теория упругости : учеб. пособие для вузов / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц .— 4-е изд., испр. и доп. — М. : Наука, 1987 .— 248 с.
5. Прикладная теория пластичности и ползучести [Текст] : учебник для вузов / Н. Н. Малинин .— 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Машиностроение, 1975 .— 400 с.
6. Метод конечных элементов в технике [Текст]/О. Зенкевич , -М., Мир, 1975
7. Кац А. М. Теория упругости. 1970г.
8. Митчелл А.Л. Метод конечных элементов для уравнений с частными производными. - М.: "Мир", 1981.
9. Стрэнг Г., Фикс Дж. Теория метода конечных элементов. - М.: "Мир", 1977.

### Дополнительная литература

1. Механика деформируемого твердого тела [Текст] : учебное пособие для ун-тов : доп. М-вом высш. и сред. спец. образов. СССР / Ю. Н. Работнов .— М. : Наука, 1988 .— 711 с.
2. Математическая теория пластичности [Текст] = The mathematical theory of plasticity/Р. Хилл , -М., Гостехиздат, 1956
3. Численные методы безусловной оптимизации решения нелинейных уравнений [Текст] = Numerical methods for unconstrained optimization and nonlinear equations, монография/Д. Дэннис, Р. Шнабель , -М., Мир, 1988
4. Нормы расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок. ПНАЭ Г-7-002-86.
5. Каплун А.Б., Морозов Е.М., Олферьева М.А. ANSYS в руках инженера. Практическое руководство. - М.: 2003.
6. Н.И. Дробышевский, А.Е. Киселёв, В.Ф. Стрижов, А.С. Филиппов. HEFEST-M: программное средство для расчёта высокотемпературного нелинейного деформирования. // Математическое моделирование, 22 (2), 2010, стр. 45-63
7. Г.Плювинаж. Механика упруго-пластического разрушения. - М.: "Мир", 1993.

## **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

<http://www.edu.ru> – федеральный портал «Российское образование».

<http://benran.ru> –библиотека по естественным наукам Российской академии наук.

<http://lib.mipt.ru/> – электронная библиотека Физтеха.

<http://elibrary.ru/> - научная электронная библиотека.

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

На занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций. В процессе самостоятельной работы обучающихся возможно использование таких программных средств, как OpenOffice Mathcad, Scilab и др.

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Студент, изучающий данный курс, должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике для решения практических задач.

Поскольку в ходе занятий проводится обсуждение современных актуальных проблем физики и энергетики, не в полной мере отраженных в существующих учебниках и учебных пособиях, посещение занятий является необходимым условием для успешного усвоения материала.

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы,
- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе), подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения, доказательство отдельных утверждений, свойств;
- подготовку к экзамену.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций. С целью углубленного изучения тех или иных разделов курса студентам могут быть предложены специальные темы для самостоятельной работы.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Общая и прикладная физика Физтех-школа физики и исследований им. Ландау кафедра проблем безопасного развития современных энергетических технологий
<b>курс:</b>	<u>1</u>
<b>квалификация:</b>	магистр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

- 1 (осенний) - Экзамен
- 2 (весенний) - Экзамен

**Разработчик:** А.С. Филиппов, д-р техн. наук

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-3.1 Способен анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-3.3 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Численные методы в механике деформируемого твердого тела» обучающийся должен:

### знать:

- определения основных величин МДТТ, постановки задач МДТТ: статическую и динамическую, в общей 3-мерной постановке и в пониженной размерности (плоская задача, изгиб и т.д.);
- понятия геометрической и физической нелинейностей, как их преодолевают в численном методе; основные понятия теории пластичности;
- основные понятия МКЭ, общая схема пространственной дискретизации и понятие пространственной аппроксимации в МКЭ, типы конечных элементов;
- конструкцию защитной оболочки, её назначение и основы функционирования.

### уметь:

- абстрагироваться от несущественного при моделировании реальных физических ситуаций;
- пользоваться своими знаниями для решения фундаментальных и прикладных задач и технологических задач;
- производить численные оценки по порядку величины;
- делать качественные выводы при переходе к предельным условиям в изучаемых проблемах;
- видеть в технических задачах физическое содержание;
- получать приблизительную оценку величины для выходного параметра задачи на основании данных о входных параметрах.

### владеть:

- основными понятиями МДТТ и МКЭ, позволяющими ему понимать литературу по расчётам задач МДТТ;
- основными понятиями МДТТ и МКЭ, позволяющими ему разобраться в меню коммерческого кода типа ANSYS (модель материала, малые и большие деформации, тип конечного элемента, метод решения нелинейной алгебраической системы);
- основными понятиями МДТТ и МКЭ, позволяющими ему разобраться в результатах расчёта стандартным коммерческим кодом типа ANSYS (компоненты напряжений и деформаций, главные напряжения, эффективная пластическая деформация);
- навыками оценки НДС в простейших случаях "на бумаге карандашом".

### 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Самостоятельная работа. Изучение дополнительного материала. Отчётность - реферат.

- 1 . Механика трещин и критерии трещиностойкости.
- 2 . Высокотемпературная ползучесть и длительная прочность.
- 3 . Колебания и волны в твёрдых телах. Собственные частоты и формы колебаний конструкций.
- 4 . Численные методы решения нелинейных алгебраических систем.

Практические задания:

- 1 . Освоение расчётного кода HEFEST-M (упругопластическая механика). Отчётность: решение тестовых задач упругопластического деформирования, результаты, описание.
- 2 . Освоение расчётного кода HEFEST-M. Отчётность: решение тестовых задач термоупругости, результаты, описание.
- 3 . Освоение расчётного кода HEFEST-M. Отчётность: решение тестовых контактных задач упруго-пластичности при больших деформациях, результаты, описание.
- 4 . Освоение расчётного кода HEFEST-M. Отчётность: решение тестовых задач теории ползучести.
- 5 . Дополнительные главы к курсу - численные исследования по теме "Ползучесть и длительная прочность". Отчётность - численные расчёты двух экспериментов по высокотемпературной ползучести: осное растяжение (эксперименты INL, США), эксперимент LHF-1 (SANDIA, США), результаты, описание.
- 6 . Дополнительные главы к курсу - численные исследования по теме "Механика трещин и критерии трещиностойкости". Отчётность - численный расчёт задач об определении критериев разрушения (коэффициент КИН, параметр COD), результаты, описание.

### 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Вопросы к экзамену в 9 семестре:

1. Основные понятия : напряжение, момент сил.
2. Основные понятия : перемещение, деформация.
3. Внешние и внутренние силы.
4. Формула Коши, тензор напряжений
5. Компоненты и инварианты тензора напряжений.
6. Уравнение равновесия.
7. Главные оси и главные значения тензора напряжений.
8. Свойства главных значений тензора напряжений.
9. Тензор деформации, его компоненты и инварианты.
10. Геометрическая нелинейность тензора деформации.
11. Общее малое движение тела. Тензор вращений.
12. Определяющее соотношение. Физическая нелинейность.
13. Закон Гука для изотропного материала. Упругие постоянные.
14. Шаровая и девиаторная составляющие тензоров напряжений и деформаций..
15. Закон Гука для шаровой и девиаторной составляющих тензоров напряжений и деформаций.
16. Постановка статической задачи теории упругости.
17. Граничные условия по перемещениям для статической задачи теории упругости.
18. Энергия упругой деформации. Принцип возможных работ
19. Принцип Сен-Венана.
20. Задача о стержне: виды нагрузок.
21. Оценки напряжений в сечении стержня при концевой нагрузке
22. Плоская задача: плоские напряжения и плоские деформации.
23. Компоненты напряжений и деформаций.
24. Напряжение в тонкой трубе и тонкой сфере.
25. Формула Лапласа.
26. Нормальные напряжения при изгибе, момент сопротивления при изгибе.



27. Термодетформации и термонапряжения.
28. Упругопластическое деформирование: диаграмма деформирования.
29. Предел текучести, критерии текучести, упрочнение, схематизация диаграммы.
30. Основные положения теории пластичности. Поверхность текучести.

Пример экзаменационного билета:

1. Основные понятия : напряжение, момент сил.
2. Общее малое движение тела. Тензор вращений.
3. Напряжение в тонкой трубе и тонкой сфере.

Вопросы к экзамену в 10 семестре:

1. Этапы численного решения задачи МДТТ.
2. Пространственная дискретизация области: элементы, узлы, модель конструкции
3. Общий вид интерполяции в конечном элементе.
4. Локальные и глобальные координаты.
5. Основные типы конечных элементов.
6. МКЭ дискретизация для стержня и пружины.
7. 3-угольные и 4-угольные элементы 1-го порядка: коэффициенты функций формы
8. Пирамидальные базисные функции.
9. Общее представление численного решения в МКЭ.
10. МКЭ как общий метод взвешенных невязок
11. Матричные обозначения.
12. Представление тензоров деформаций и напряжений в элементе.
13. Узловые силы и перемещения; элементные и глобальные векторы и матрицы.
14. Построение уравнений МКЭ.
15. Метод перемещений.
16. Учёт объёмных сил и поверхностных нагрузок в МКЭ.
17. Граничные условия по перемещениям: способы его численной реализации.
18. Постановка граничных условий в разных случаях (симметрия, частичное защемление).
19. Организация вычислительного цикла решения квазистатической задачи.
20. Моделирование конечных деформаций через тензор малых деформаций Коши.
21. Малое вращение элемента и яumannовы производная.
22. Постулаты теории пластичности и их следствия.
23. Модель возврата на поверхность текучести.
24. Уравнение перемещений при изгибе.
25. Построение изгибного конечного элемента.
26. Уравнения динамики и принцип Даламбера.
27. Постановки динамических задач МДТТ.
28. Дискретизация МКЭ динамических задач.
29. Матрица масс и матрица вязкого демпфирования.
30. Уравнение энергии в динамике ДТТ. Уравнение состояния.

Пример экзаменационного билета:

1. Этапы численного решения задачи МДТТ.
2. Учёт объёмных сил и поверхностных нагрузок в МКЭ.
3. Уравнения динамики и принцип Даламбера.

#### Критерии оценивания

Студент получает:

оценку отлично(10), если получены ответы на три вопроса, нет замечаний.

оценку отлично(9), если получены ответы на три вопроса, есть отдельные замечания.

оценку отлично(8), если получены ответы на три вопроса, есть существенные замечания и (или) ошибки в вычислениях.

оценку хорошо(7), если получены ответы на два вопроса, нет замечаний

оценку хорошо(6), если получены ответы на два вопроса, есть отдельные замечания  
оценку хорошо(5), если получены ответы на два вопроса, есть существенные замечания и (или) ошибки в вычислениях.  
оценку удовлетворительно(4), если получен ответ на один вопрос, нет замечаний  
оценку удовлетворительно(3), если получен ответ на один вопрос, есть замечания  
оценку неудовлетворительно(2), если правильные ответы на вопросы отсутствуют, но студент понимает и может объяснить смысл вопросов.  
оценку неудовлетворительно(1), если правильные ответы на вопросы отсутствуют, студент не может объяснить смысл заданных вопросов.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Для данного курса принята следующая процедура оценивания:

Студент получает три вопроса, и готовится не менее 45 минут.

При этом он может пользоваться программой курса, конспектом лекций и справочной литературой.

Опрос студента не превышает 1 астрономического часа.