

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО

**Директор физтех-школы
прикладной математики и
информатики**

А.М. Райгородский

Рабочая программа дисциплины (модуля)

по дисциплине:	Методы оптимизации
по направлению:	Прикладные математика и физика
профиль подготовки:	Общая и прикладная физика Физтех-школа физики и исследований им. Ландау кафедра машинного обучения и цифровой гуманитаристики
курс:	1
квалификация:	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 45 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Программу составил: А.В. Гасников, д-р физ.-мат. наук, доцент, профессор

Программа обсуждена на заседании кафедры машинного обучения и цифровой гуманитаристики 03.03.2025

Аннотация

Этот курс представляет собой обзор методов и приемов оптимизации, которые имеют решающее значение для понимания методов машинного обучения и глубокого обучения. Мы начнем с классического понятия выпуклости, рассмотрим основные факты выпуклой оптимизации, выделим наиболее практически важные численные методы и, наконец, рассмотрим упрощения задач дискретной оптимизации. Домашние задания включают как теоретические вопросы, так и упражнения по программированию.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

- Изучите основные теоретические основы широко используемых методов оптимизации и их ограничения.
- Получите существенный опыт в формулировании, декомпозиции и решении различных задач оптимизации.
- Ознакомьтесь с проблемами оптимизации различных подходов.

Задачи дисциплины

1. Решайте средние задачи выпуклой оптимизации с помощью современных решателей.
2. Проверка выпуклости данной оптимизационной задачи.
3. Введение стохастичности в методы оптимизации.
4. Понимание плюсов и минусов стандартных методов крупномасштабной оптимизации.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области математики и физики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
ПК-2 Способен самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого коллектива организовывать и проводить научные исследования и их апробацию	ПК-2.1 Способен планировать и проводить научные исследования самостоятельно или в составе научного коллектива

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- необходимые и достаточные условия экстремумов функций многих переменных;
- методы поиска экстремумов;
- структура динамической системы;
- методы поиска оптимального управления.

уметь:

- сводить задачу оптимизации к каноническому виду;
- выбирать метод оптимизации исходя из особенностей задачи;
- строить алгоритм нахождения оптимального управления.

владеть:

- методами нахождения экстремумов функций многих переменных;
- численными подходами оптимизации;
- основами вариационного исчисления.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Выпуклые множества и выпуклые функции.	6	6		9
2	Условия оптимальности	6	6		9
3	Введение в численные методы, градиентный спуск.	6	6		9
4	Квазиньютоновские методы оптимизации.	6	6		9
5	Введение в отдельные проблемы	6	6		9
Итого часов		30	30		45
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		135 час., 3 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 1 (Осенний)

1. Выпуклые множества и выпуклые функции.

Матричное исчисление, автоматическое дифференцирование Субградиентные и субдифференциальные

2. Условия оптимальности

Двойственность и сопряженные вещи Моделирование выпуклой оптимизации

3. Введение в численные методы, градиентный спуск.

Ускоренные модификации градиентного спуска.

4. Квазиньютоновские методы оптимизации.

SGD и его модификации в теории и на практике

5. Введение в отдельные проблемы

Выпуклые релаксации задач комбинаторной оптимизации.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Стандартная аудитория

6.Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Методы оптимизации. Условия оптимальности в экстремальных задачах [Текст] : учеб. пособие для вузов / А. Г. Бирюков ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т) .— М. : МФТИ, 2010 .— 225 с.
2. Методы оптимизации [Текст]. Ч. 2. Численные алгоритмы : учеб. пособие для вузов / Жадан, В. Г. ; М-во образования и науки РФ, Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т) .— М. : МФТИ, 2015 .— 320 с. + pdf-версия. - Библиогр.: с. 314-319. - 300 экз. - ISBN 978-5-7417-0571-1. — Полный текст (Доступ из сети МФТИ).

Дополнительная литература

1. Курс методов оптимизации [Текст] : учеб. пособие для вузов / А. Г. Сухарев, А. В. Тимохов, В. В. Федоров ; [Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова] .— 2-е изд. — М. : Физматлит, 2005, 2008 .— 367 с.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

<http://dm.fizteh.ru/>

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Мультимедийные технологии можно использовать на лекциях и практических занятиях, в том числе на презентациях.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Студент, изучающий дисциплину, должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике. В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения, понятия.

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе);
- подготовку к экзамену.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к преподавателю.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению: Прикладные математика и физика
профиль подготовки: Общая и прикладная физика
Физтех-школа физики и исследований им. Ландау
кафедра машинного обучения и цифровой гуманитаристики
курс: 1
квалификация: магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Экзамен

Разработчик: А.В. Гасников, д-р физ.-мат. наук, доцент, профессор

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области математики и физики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
ПК-2 Способен самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого коллектива организовывать и проводить научные исследования и их апробацию	ПК-2.1 Способен планировать и проводить научные исследования самостоятельно или в составе научного коллектива

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Методы оптимизации» обучающийся должен:

знать:

- необходимые и достаточные условия экстремумов функций многих переменных;
- методы поиска экстремумов;
- структура динамической системы;
- методы поиска оптимального управления.

уметь:

- сводить задачу оптимизации к каноническому виду;
- выбирать метод оптимизации исходя из особенностей задачи;
- строить алгоритм нахождения оптимального управления.

владеть:

- методами нахождения экстремумов функций многих переменных;
- численными подходами оптимизации;
- основами вариационного исчисления.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

1. Примеры приложений, сводимых к задачам выпуклой оптимизации.
2. Определения выпуклого множества, выпуклой функции и надграфика.
3. Условия оптимальности ККТ, их достаточность и необходимость.
4. Какие преимущества может дать двойная проблема?
5. Сходимость метода градиентного спуска и подходов к его ускорению.
6. Сравнение градиентного спуска и методов Ньютона.
7. Какова вычислительная сложность метода L-BFGS? Зачем?
8. Какие проблемы целесообразно решать с помощью SGD? Что такое конвергенция SGD и как ее можно ускорить?
9. Как построить выпуклую релаксацию для невыпуклых задач квадратичного программирования?

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Вопросы к экзамену

1. Докажите, что если m , n - два взаимно простых целых числа разной четности, то числа $m^2 - n^2$ и $2mn$ также взаимно просты.

2. Напишите и докажите общую формулу для количества различных представлений данного целого числа n в виде суммы двух квадратов. (Представители, которые не получены друг от друга путем изменения знаков и порядка слов, считаются разными.)
3. На основе полученной формулы выведите нижнюю границу максимального числа равных расстояний между заданными n точками на плоскости, используя правильную прямоугольную решетку.
4. Постройте правильный пятиугольник с помощью циркуля и линейки.
5. Постройте правильный 15-угольник, используя циркуль и линейку.
6. Вам дается один сегмент. Требуется построить с помощью циркуля и линейки отрезок длины x , удовлетворяющий уравнению
7. Основываясь на предыдущем задании, докажите, что правильный семиугольник нельзя построить с помощью циркуля и линейки.
8. Докажите, что трисекция угла невозможна.
9. Опишите все возможные комбинации количества черных и белых шаров в урне для голосования, чтобы при случайном вылове двух шаров в выборке без возврата, вероятность вылова двух белых шаров составляла точно 0,5.
10. Рассмотрим соотношение сторон a, b, c треугольника, в котором треугольник с вершинами в основании биссектрис равнобедренный. Предполагая, что стороны, сходящиеся на стороне c большого треугольника, равны, сведем это соотношение к следующему
11. Далее мы рассматриваем куб, определяемый первым из трех уравнений (отказ от требования, чтобы a, b, c были сторонами треугольника). Покажите, что полученный куб неразложим, то есть определяющий его многочлен не учитывается.
12. В дополнение к этому, покажите, что наш куб неособен, то есть на его проективизации нет ни одной точки, в которой каждое направление касалось бы (или того же самого, в котором все три первые частные производные многочлена, определяющего его, вырождаются.).

Примеры экзаменационных билетов

Билет №1

1. Напишите и докажите общую формулу для количества различных представлений данного целого числа n в виде суммы двух квадратов.
2. Докажите, что трисекция угла невозможна.

Билет №2

1. Рассмотрим соотношение сторон a, b, c треугольника, в котором треугольник с вершинами в основании биссектрис равнобедренный.
2. Опишите всевозможные комбинации чисел черных и белых шаров в урне для голосования так, чтобы, если два шара случайно выловлены в выборке и не вернулись, вероятность вылова двух белых шаров была ровно 0,5.

Критерии оценивания

Оценка «отлично (10)» выставляется студенту, который проявил всестороннее, систематическое и глубокое знание материала образовательной программы, самостоятельно выполнил все задачи, предусмотренные программой, глубоко изучил основную и дополнительную литературу, рекомендованную программой. , активно работает в классе и понимает основные научные концепции по изучаемой дисциплине, проявил творческий подход и научный подход в понимании и представлении материала образовательной программы, ответ на который характеризуется использованием богатых и адекватных терминов, а также последовательным и логичным изложением материала;

Оценка «отлично (9)» дается студенту, который продемонстрировал всестороннее систематическое знание материала образовательной программы, самостоятельно выполнил все задачи, предусмотренные программой, глубоко усвоил основную литературу и знаком с рекомендуемой дополнительной литературой. по программе, активно проработал на занятиях, показал системность знаний по дисциплине, достаточную для дальнейшего изучения, а также умение самостоятельно расширять ее, ответ которой отличается точностью используемых терминов, а изложение материала в нем последовательное и логичное;

Оценка «отлично (8)» выставляется студенту, который проявил полное знание материала образовательной программы, не допускает существенных неточностей в своем ответе, самостоятельно выполнил все задания, предусмотренные программой, изучил основную литературу, рекомендованную учебной программой. программа, активно проработанная на занятиях, показала системность его знаний по дисциплине, достаточных для дальнейшего изучения, а также способность самостоятельно их расширять;

Оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, который проявил достаточно полное знание материала образовательной программы, не допускает существенных неточностей в ответе, самостоятельно выполнил все задания, предусмотренные программой, изучил основную рекомендованную литературу по программе, активно работал на занятиях, проявил системность своих знаний по дисциплине, достаточных для дальнейшего изучения, а также способность самостоятельно их усиливать;

Оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, который проявил достаточно полное знание материала образовательной программы, не допускает существенных неточностей в своем ответе, самостоятельно выполнил основные задачи, предусмотренные программой, изучил основную литературу. рекомендован программой, показал систематичность своих знаний по дисциплине, достаточную для дальнейшего изучения;

Оценка «хорошо (5)» дается студенту, продемонстрировавшему знание материала основной образовательной программы в объеме, необходимом для дальнейшего обучения и будущей работы по профессии, который, не проявляя достаточной активности на уроках, тем не менее самостоятельно выполнял овладел основными задачами, предусмотренными программой, освоил основную литературу, рекомендованную программой, допустил ошибки в их выполнении и ответе во время тестирования, но имеет необходимые знания для исправления этих ошибок самостоятельно;

Оценка «удовлетворительно (4)» дается студенту, обнаружившему знание материала основной образовательной программы в объеме, необходимом для дальнейшего обучения и будущей работы по профессии, который, не проявляя достаточной активности на уроках, тем не менее самостоятельно выполнял основные задачи, предусмотренные программой, изучил основную литературу, но допустил ошибки в их выполнении и в своем ответе во время теста, но имеет необходимые знания для исправления этих ошибок под руководством преподавателя;

Оценка «удовлетворительно (3)» выставляется обучающемуся, проявившему знание материала основной образовательной программы в объеме, необходимом для дальнейшего обучения и будущей работы по профессии, не проявившего активности на занятиях, самостоятельно выполнившего основные задания, предусмотренные законодательством. программа, но допускающая ошибки в их выполнении и в ответе во время теста, но обладающая необходимыми знаниями для устранения под руководством преподавателя наиболее существенных ошибок;

Оценка «неудовлетворительно (2)» дается студенту, который показал пробелы в знаниях или недостаток знаний по значительной части материала основной образовательной программы, не выполнил самостоятельно основные задачи, требуемые программой, допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой задач, не имеющего возможности продолжить учебу или начать профессиональную деятельность без дополнительной подготовки по данной дисциплине;

Оценка «неудовлетворительно (1)» ставится студенту при отсутствии ответа (отказ от ответа), либо когда представленный ответ совсем не соответствует сути вопросов, содержащихся в задании.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Во время экзамена студенту разрешается использовать программу дисциплины.