

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Директор физтех-школы физики  
и исследований им. Ландау  
А.В. Рогачев**

|                            |   |
|----------------------------|---|
|                            | <b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>  |
| <b>по дисциплине:</b>      | Дополнительные разделы квантовой теории поля  |
| <b>по направлению:</b>     | Прикладные математика и физика  |
| <b>профиль подготовки:</b> | Общая и прикладная физика<br>Физтех-школа физики и исследований им. Ландау<br>кафедра фундаментальных взаимодействий и космологии |
| <b>курс:</b>               | 1   |
| <b>квалификация:</b>       | магистр   |

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 30 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 0 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 30 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Программу составил: А.Г. Панин, канд. физ.-мат. наук

Программа обсуждена на заседании кафедры фундаментальных взаимодействий и космологии 09.08.2023

## Аннотация

Данный курс посвящен изучению процедуры устранения ультрафиолетовых расходимостей в квантовой теории поля, называемой перенормировкой. Будут изучены методы вычисления петлевых интегралов, способы регуляризации возникающих ультрафиолетовых расходимостей, возможные перенормировочные предписания для их устранения. Мы рассмотрим ренормализационную группу — способ пересуммировать большие логарифмические поправки для улучшения сходимости ряда теории возмущений, а также рассмотрим некоторые общие тождества, возникающие вне рамок теории возмущений.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

- изучение дополнительных глав квантовой теории поля, которые позволяют сформировать более широкий взгляд на достигнутые в последние годы успехи и понять перспективы дальнейшего развития этого научного направления.

#### Задачи дисциплины

- освоение методов вычисления функций Грина квантовых полей; освоение теории перенормировок; освоение ренормгрупповых методов; знакомство с аналитическими методами квантовой теории поля.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

| Код и наименование компетенции  | Индикаторы достижения компетенции  |
|---|--|
| ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук  | ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности  |
| ОПК-2 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области своей профессиональной деятельности, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи  | ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности                                     |
| ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и ограничения различных методов решения   | ОПК-3.2 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания в различных областях науки (техники)                                   |
| ОПК-5 Способен и готов к повышению квалификации, профессиональному росту и руководству коллективом в сфере своей профессиональной деятельности, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия | ОПК-5.1 Способен работать в коллективе, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия  |
| ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты       | ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности |

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- принципы перенормировки квантовых полей, ренормгруппу, аналитические методы исследования квантовых полей.

уметь:

- выделять перенормируемые взаимодействия, вычислять интегралы Фейнмана, перенормировать простейшие теории, вычислять ренормгрупповые коэффициенты.

владеть:

- навыками освоения большого объема информации, навыками самостоятельной работы.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

| №  | Тема (раздел) дисциплины   | Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час. |          |                 |                |
|----|--|---|----------|-----------------|----------------|
|    |  | Лекции  | Семинары | Лаборат. работы | Самост. работа |
| 1  | Функции Грина в квантовой теории поля. Метод производящих функционалов.  | 1   |          |                 | 1              |
| 2  | Ультрафиолетовые расходимости петлевых интегралов. Методы регуляризации. Регуляризация Паули-Вилларса.   | 3   |          |                 | 3              |
| 3  | Размерная регуляризация. Спиноры и матрицы Дирака в пространстве произвольной размерности. Примеры вычислений фейнмановских интегралов.                    | 3   |          |                 | 3              |
| 4  | Введение в теорию перенормировок. Стандартная схема перенормировки. Схема вычитаний на массовой поверхности в скалярной теории (однопетлевое приближение). | 3   |          |                 | 3              |
| 5  | БПХЦ-схема перенормировок. Введение в перенормировку многопетлевых диаграмм.   | 3   |          |                 | 3              |
| 6  | Метод подсчета степеней расходимостей. Перенормируемые и неперенормируемые теории. Схема минимальных вычитаний. Особенности схемы минимальных вычитаний.   | 3   |          |                 | 3              |
| 7  | Перенормировка в квантовой электродинамике. Калибровочная инвариантность и перенормировки. Тождества Уорда   | 3   |          |                 | 3              |
| 8  | Ренормализационная группа. Ренормгрупповое уравнение. Вычисление ренормгрупповых коэффициентов.  | 3   |          |                 | 3              |
| 9  | Применения ренормгруппы. Анализ асимптотического поведения функций Грина. Теорема Вайнберга. Ведущие логарифмы.  | 3   |          |                 | 3              |
| 10 | Эффективная масса и константа связи. Разновидности высокоэнергетического и низкоэнергетического поведения. Асимптотическая свобода.                        | 3   |          |                 | 3              |

|                       |   |                    |  |  |    |
|-----------------------|---|--------------------|--|--|----|
| 11                    | Спектральные представления функций Грина. Оптическая теорема. Представление Челлена-Лемана. | 2                  |  |  | 2  |
| Итого часов           |   | 30                 |  |  | 30 |
| Подготовка к экзамену |   | 30 час.            |  |  |    |
| Общая трудоёмкость    |   | 90 час., 2 зач.ед. |  |  |    |

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 2 (Весенний)

##### 1. Функции Грина в квантовой теории поля. Метод производящих функционалов.

Функции Грина в квантовой теории поля. Диаграммы Фейнмана. Типы диаграмм. Метод производящих функционалов для получения связанных функций Грина. Почему важны функции Грина.

##### 2. Ультрафиолетовые расходимости петлевых интегралов. Методы регуляризации. Регуляризация Паули-Вилларса.

Демонстрация методов вычисления петлевых интегралов на примере однопетлевого вклада в 4х-точечную функцию Грина в скалярной теории с самодействием. Метод фейнмановских параметров, поворот Вика.

Причина появления ультрафиолетовых расходимостей в петлевых интегралах. Методы регуляризации. Регуляризация Паули-Вилларса.

##### 3. Размерная регуляризация. Спиноры и матрицы Дирака в пространстве произвольной размерности. Примеры вычислений фейнмановских интегралов.

Размерная регуляризация. Нахождение однопетлевых вкладов в 2х и 4х точечные функции Грина в скалярной теории. Спиноры и матрицы Дирака в пространстве произвольной размерности. Общие формулы для нахождения фейнмановских интегралов.

##### 4. Введение в теорию перенормировок. Стандартная схема перенормировки. Схема вычитаний на массовой поверхности в скалярной теории (однопетлевое приближение).

Введение в теорию перенормировок. Стандартная схема перенормировки. Схема вычитаний на массовой поверхности в скалярной теории (однопетлевое приближение).

##### 5. БПХЦ-схема перенормировок. Введение в перенормировку многопетлевых диаграмм.

БПХЦ-схема перенормировок. Введение в перенормировку многопетлевых диаграмм. Рекурсивная процедура построения лагранжиана контрчленов.

##### 6. Метод подсчета степеней расходимостей. Перенормируемые и неперенормируемые теории. Схема минимальных вычитаний. Особенности схемы минимальных вычитаний.

Метод подсчета степеней расходимостей. Перенормируемые и неперенормируемые теории. Классификация неперенормируемых теорий. Схема минимальных вычитаний. Особенности схемы минимальных вычитаний.

##### 7. Перенормировка в квантовой электродинамике. Калибровочная инвариантность и перенормировки. Тожества Уорда

Перенормировка в квантовой электродинамике. Калибровочная инвариантность и перенормировки. Тождества Уорда. Вывод тождеств Уорда в КЭД. Следствия тождеств Уорда. Доказательство перенормируемости КЭД во всех порядках теории возмущений.

8. Ренормализационная группа. Ренормгрупповое уравнение. Вычисление ренормгрупповых коэффициентов.

Свобода в выборе перенормировочного предписания. Ренормализационная группа и перенормируемость теории. Ренормгрупповое уравнение. Ренормгрупповые коэффициенты в однопетлевом приближении в скалярной теории. Вычисление ренормгрупповых коэффициентов во всех порядках теории возмущений. Уравнение Калана-Симанчика.

9. Применения ренормгруппы. Анализ асимптотического поведения функций Грина. Теорема Вайнберга. Ведущие логарифмы.

Применения ренормгруппы. Анализ асимптотического поведения функций Грина. Теорема Вайнберга. Суммирование ведущих логарифмов на примере 2х-точечной функции Грина в скалярной теории.

10. Эффективная масса и константа связи. Разновидности высокоэнергетического и низкоэнергетического поведения. Асимптотическая свобода.

Метод подсчета степеней расходимостей. Перенормируемые и неперенормируемые теории. Классификация неперенормируемых теорий. Схема минимальных вычитаний. Особенности схемы минимальных вычитаний.

11. Спектральные представления функций Грина. Оптическая теорема. Представление Челлена-Лемана.

Полнота гильбертова пространства. Вывод оптической теоремы. Получение представления Челлена-Лемана для пропагатора.

## **5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Учебная аудитория, оснащенная компьютером и мультимедийным оборудованием (проектор, звуковая система).

## **6.Перечень рекомендуемой литературы**

### Основная литература

1. Введение в квантовую теорию поля [Текст] : [учебник для вузов] / М. Пескин, Д. Шредер ; пер. с англ. под ред. А.А. Белавина, А. В. Беркова. — М. ; Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, 2001. — 784 с.
2. Введение в теорию квантованных полей [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков. — 3-е изд., перераб. — М. : Наука, 1976. — 480 с.

### Дополнительная литература

1. Перенормировка [Текст], введение в теорию перенормировок, ренормализационной группы и операторных разложений/Дж. Коллинз, -М., Мир, 1988
2. Квантовая теория поля [Текст]. В 2 т. Т. 1/К. Ициксон, Ж.-Б. Зюбер, -М., Мир, 1984
3. Релятивистская квантовая теория [Текст] : в 2 т. Т. 1 : [учеб. пособие для вузов]. Релятивистская квантовая механика / Дж. Д. Бьеркен, С. Д. Дрелл ; пер. с англ. Б. О. Кербилова ; под ред. В. Б. Берестецкого. — М. : Наука, 1978. — 296 с.
4. Калибровочные теории в физике элементарных частиц [Текст] = Gauge theory of elementary particle physics/Та-пей Ченг, Линг-фонг Ли, -М., Мир, 1987

**7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

<http://inspirehep.net/>

<http://xxx.lanl.gov/>

**8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

На занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций. В процессе самостоятельной работы обучающихся желательно использование сайтов <http://xxx.lanl.gov/>.

**9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Студент, изучающий дисциплину, должен, с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике. В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения и понятия, уметь применять полученные знания для решения различных задач.

Успешное освоение курса требует:

- посещения всех занятий, предусмотренных учебным планом по дисциплине;
- ведения конспекта занятий;
- напряжённой самостоятельной работы студента.

Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала, подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения;
- решение задач, предлагаемых студентам на занятиях;
- подготовку к выполнению заданий текущей и промежуточной аттестации.

Показателем владения материалом служит умение без конспекта отвечать на вопросы по темам дисциплины.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями преподавателю.

Возможен промежуточный контроль знаний студентов в виде решения задач в соответствии с тематикой занятий.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

|                            |   |
|----------------------------|---|
| <b>по направлению:</b>     | Прикладные математика и физика  |
| <b>профиль подготовки:</b> | Общая и прикладная физика<br>Физтех-школа физики и исследований им. Ландау<br>кафедра фундаментальных взаимодействий и космологии |
| <b>курс:</b>               | <u>1</u>  |
| <b>квалификация:</b>       | магистр   |

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Экзамен

**Разработчик:** А.Г. Панин, канд. физ.-мат. наук

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

| Код и наименование компетенции  | Индикаторы достижения компетенции  |
|---|--|
| ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук  | ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности  |
| ОПК-2 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области своей профессиональной деятельности, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи  | ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности                                     |
| ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и ограничения различных методов решения   | ОПК-3.2 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания в различных областях науки (техники)                                   |
| ОПК-5 Способен и готов к повышению квалификации, профессиональному росту и руководству коллективом в сфере своей профессиональной деятельности, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия | ОПК-5.1 Способен работать в коллективе, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия  |
| ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты       | ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности |

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Дополнительные разделы квантовой теории поля» обучающийся должен:

### знать:

- принципы перенормировки квантовых полей, ренормгруппу, аналитические методы исследования квантовых полей.

### уметь:

- выделять перенормируемые взаимодействия, вычислять интегралы Фейнмана, перенормировать простейшие теории, вычислять ренормгрупповые коэффициенты.

### владеть:

- навыками освоения большого объема информации, навыками самостоятельной работы.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

1. Посчитать условную степень расходимости для теории с данным лагранжианом.
2. Вычислить функционал энергии для данной теории, ответить на вопрос о физичности теории.
3. Нарисовать диаграммы Фейнмана, отвечающие условно-расходящимся однопетлевым интегралам.
4. Ответить на вопрос о перенормируемости теории

## 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Примеры экзаменационных билетов:

Билет 1.



Рассмотрим теорию скалярного поля со взаимодействием  $\phi$ -в-кубе в шестимерном пространстве-времени. 1. Может ли такая теория претендовать на роль физической?

2. Найти условную степень расходимости и нарисовать все однопетлевые расходящиеся диаграммы. Является ли эта теория перенормируемой? Если нет, то как следует модифицировать лагранжиан, чтобы сделать ее таковой?

3. Перенормировать теорию в однопетлевом приближении.

4. Вычислить ренормгрупповые коэффициенты в однопетлевом приближении.

5. Найти поведение трехточечной ампутированной функции Грина при больших евклидовых внешних импульсах в однопетлевом приближении.

Билет 3.

Рассмотрим теорию скалярного и спинорного полей в четырехмерном пространстве-времени.

1. Найти условную степень расходимости и нарисовать все однопетлевые расходящиеся диаграммы. Является ли эта теория перенормируемой? Если нет, то как можно модифицировать лагранжиан, чтобы сделать ее таковой?
2. Перенормировать теорию в однопетлевом приближении.
3. Вычислить ренормгрупповые коэффициенты в однопетлевом приближении.
4. Найти поведение вершинных функций Грина при больших евклидовых импульсах.

Билет 4.

Рассмотрим теорию комплексного скалярного и электромагнитного полей в четырехмерном пространстве-времени.

1. Построить диаграммную технику. Найти условную степень расходимости и нарисовать все однопетлевые расходящиеся диаграммы. Является ли эта теория перенормируемой?
2. Вывести тождества Уорда для этой теории.
3. Перенормировать теорию и доказать справедливость тождеств Уорда в однопетлевом приближении. Показать, что скалярная электродинамика перенормируема во всех порядках теории возмущений.
4. Вычислить ренормгрупповые коэффициенты в однопетлевом приближении.

Билет 5.

Рассмотрим теорию  $N$  скалярных полей с лагранжианом, обладающим  $O(N)$ -инвариантностью.

1. Найти условную степень расходимости и нарисовать все однопетлевые расходящиеся диаграммы. Является ли эта теория перенормируемой?
2. Перенормировать эту теорию во всех порядках теории возмущений по константе связи, считая, что  $N$  много больше 1.
3. Вычислить ренормгрупповые коэффициенты во всех порядках теории возмущений по константе связи, считая, что  $N$  много больше 1.
4. Исследовать поведение четырехточечной ампутированной функции Грина при больших евклидовых внешних импульсах.

#### Критерии оценивания

Оценка отлично 10 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 9 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 8 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.

Оценка хорошо 7 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка хорошо 6 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка хорошо 5 баллов - выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка удовлетворительно 4 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка удовлетворительно 3 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка неудовлетворительно 2 балла - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка неудовлетворительно 1 балл - выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Экзамен проводится в письменной (устной) форме по билетам. В каждом билете представлено четыре теоретических вопроса. При проведении экзамена обучающемуся предоставляется 30 минут на подготовку. Опрос обучающегося не должен превышать одного астрономического часа.