

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Директор физтех-школы физики  
и исследований им. Ландау  
А.В. Рогачев**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Квантовая мезоскопия. Квантовый эффект Холла
<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Общая и прикладная физика Физтех-школа физики и исследований им. Ландау кафедра проблем теоретической физики
<b>курс:</b>	2
<b>квалификация:</b>	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 3 (осенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 15 час.

семинары: 45 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 45 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Количество контрольных работ, заданий: 2

Программу составил: И.С. Бурмистров, д-р физ.-мат. наук

Программа обсуждена на заседании кафедры проблем теоретической физики 01.04.2024

## Аннотация

Курс лекций состоит из двух примерно равных по продолжительности частей. Первая часть начинается с изложения сведений о физике двумерных электронов в перпендикулярном магнитном поле и попытках объяснения явления целочисленного квантового эффекта на их основе для случаев короткодействующего и плавного случайных потенциалов. Изложение в этой части предполагается вполне доступным как студентам-теоретикам магистратуры ЛФИ МФТИ, так и студентам, знакомым с квантовой механикой и диаграммной техникой.

Во второй части курса излагаются основы теоретико-полевого описания явления целочисленного квантового эффекта Холла в короткодействующем случайном потенциале. Для понимания материала второй части требуется знание студентами методов функционального интегрирования и квантовой теории поля. Поэтому эта часть лекций рассчитана на студентов-теоретиков магистратуры ЛФИ МФТИ. Для закрепления лекционного материала курса студентам предлагается задание, состоящее из 16 задач.

## 1. Цели и задачи

### Цель дисциплины

Освоение студентами новейших знаний по квантовой механике, не входящих в стандартные курсы физических факультетов, и которые в дальнейшем будут использоваться в теоретических и экспериментальных исследованиях.

### Задачи дисциплины

Познакомить студентов с современными понятиями и идеями в этой области, с постановкой задач и подходами к их решениям. Предполагается, что прослушав этот курс, студенты смогут читать и лучше понимать текущую научную периодику в этой области.

## 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области математики и физики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
ОПК-2 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области своей профессиональной деятельности, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-2.2 Способен оценивать актуальность исследований в области своей профессиональной деятельности и их практическую значимость
	ОПК-2.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и	ОПК-3.1 Способен анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-3.2 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания в различных областях науки (техники)

ограничения различных методов решения	ОПК-3.3 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений
ОПК-4 Способен успешно реализовывать решение поставленной задачи, провести анализ результата и представить выводы, применяя знания и навыки в области физико-математических наук и информационно-коммуникационных технологий	ОПК-4.1 Способен применять знания и навыки по использованию информационно-коммуникационных технологий для поиска и изучения научной литературы, применения прикладных программных продуктов
	ОПК-4.2 Способен применять знания в области физико-математических наук для решения поставленной задачи, формулирования выводов и оценки полученных результатов
	ОПК-4.3 Способен аргументировано выбирать способ проведения научного исследования
ОПК-5 Способен и готов к повышению квалификации, профессиональному росту и руководству коллективом в сфере своей профессиональной деятельности, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия	ОПК-5.3 Стремится к получению новых знаний, профессиональному и личностному росту
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-2 Способен самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого коллектива организовывать и проводить научные исследования и их апробацию	ПК-2.1 Способен планировать и проводить научные исследования самостоятельно или в составе научного коллектива
	ПК-2.2 Способен проводить апробацию результатов научно-исследовательской работы посредством публикации научных статей и участия в конференциях
ПК-3 Способен профессионально работать с исследовательским и испытательным оборудованием (приборами и установками, специализированными пакетами прикладных программ) в избранной предметной области	ПК-3.3 Способен оценивать точность полученных экспериментальных (численных) результатов

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- основные понятия по теме дисциплины.

уметь:

- пользоваться развитыми в рамках дисциплины методами исследования, решать задачи по теме дисциплины.

владеть:

- математическим и понятийным аппаратом и методами исследований, составляющими содержание дисциплины.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Часть I. Элементарное описание ЦКЭХ. Введение	2	5		5
2	Двумерный электронный газ с одной примесью в магнитном поле	2	5		5
3	ЦКЭХ в плавном случайном потенциале	2	5		5
4	ЦКЭХ в $\delta$ -коррелированном случайном потенциале	2	6		6
5	Часть II. Теоретико-полевое описание ЦКЭХ	2	5		5
6	Инстантоны в нелинейной $\sigma$ -модели с топологическим членом	2	5		5
7	Мультифрактальность в ЦКЭХ	2	9		9
8	Непрерывный предел модели Чалкера-Коддингтона	1	5		5
Итого часов		15	45		45
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		135 час., 3 зач.ед.			

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 3 (Осенний)

##### 1. Часть I. Элементарное описание ЦКЭХ. Введение

- 1) Элементарная теория ЦКЭХ.
- 2) Экспериментальное наблюдение квантования холловской проводимости.
- 3) Двумерный газ в кремниевом МОП-транзисторе и инверсионных слоях.
- 4) Холловская проводимость электронного газа. Классическое рассмотрение.
- 5) Краевые состояния и калибровочный аргумент Лафлина.
- 6) Электростатика краевых состояний.

##### 2. Двумерный электронный газ с одной примесью в магнитном поле

- 1) Примесные состояния.
- 2) Влияние одной примеси на холловский ток.

##### 3. ЦКЭХ в плавном случайном потенциале

- 1) Классическая перколяция в плавном потенциале.
- 2) Учет квантового туннелирования.
- 3) Модель Чалкера-Коддингтона.

##### 4. ЦКЭХ в $\delta$ -коррелированном случайном потенциале

- 1) Хвосты плотности состояний.
- 2) Холловский изолятор.

3) Прыжковая проводимость на плато.

## 5. Часть II. Теоретико-полевое описание ЦКЭХ

Репличная нелинейная  $\sigma$ -модель с топологическим членом для двумерного электронного газа с  $\delta$ -коррелированным случайным потенциалом в магнитном поле.

### 6. Инстантоны в нелинейной $\sigma$ -модели с топологическим членом

- 1) Разделение объема и края. Топологический заряд
- 2) Эффективное действие для края
- 3) Инстантоны
- 4) Вклад инстантонов в статистическую сумму
- 5) Делокализованное состояние при  $\sigma_{xy} = k+1/2$ 
  - 5.1) Формулы Кубо для  $\sigma_{xx}$  и  $\sigma_{xy}$
  - 5.2) Зависимость  $\sigma_{xx}$  и  $\sigma_{xy}$  от размера образца при нулевой температуре
  - 5.3) Делокализованное состояние при  $\sigma_{xy} = k+1/2$
- 6) Левитация делокализованных состояний и квантово-холльные осцилляции

### 7. Мультифрактальность в ЦКЭХ

- 1) Определение, общие свойства, результаты численного моделирования.
- 2) Мультифрактальность в нелинейной  $\sigma$ -модели

### 8. Непрерывный предел модели Чалкера-Коддингтона

Вывод нелинейной  $\sigma$ -модели.

## 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, доска, при необходимости медиапроектор, экран.

## 6. Перечень рекомендуемой литературы

### Основная литература

- T. Ando, A.B. Fowler, F. Stern, Rev. Mod. Phys. 54, 437 (1982)  
"Квантовый эффект Холла", ред. Р. Прандж, С. Гирвин, Москва, МИР (1989)  
R. Laughlin, Phys. Rev. B 23, 5632 (1981)  
B. Halperin, Phys. Rev. B 25, 2185 (1982)  
Э.М. Баскин, Л.И. Магрилл, М.В. Энтин, ЖЭТФ 75, 723 (1978)  
S.A. Trugman, Phys. Rev. B 27, 7539 (1983)  
H.A. Fertig, Phys. Rev. B 38, 996 (1988)  
Г.В. Мильников, И.М. Соколов, Письма в ЖЭТФ, 48, 494 (1988)  
J.T. Chalker and P.D. Coddington, J. Phys. C 21, 2665 (1988)  
A.M.M. Pruisken, Nucl. Phys. B 235, 277 (1984)  
A.M.M. Pruisken, Nucl. Phys. B 285, 719 (1987), 290, 61 (1987)  
A.M.M. Pruisken and I.S. Burmistrov, Ann. of Phys. (N.Y.) 316, 285 (2005)  
D.E. Kmel'nitskii, Phys. Lett. A 106, 182 (1984)

### Дополнительная литература

K. von Klitzing, G. Dorda, M. Pepper, Phys. Rev. Lett. 45, 494 (1980)  
D.B. Chklovskii, B.I. Shklovskii, L.I. Glazman, Phys. Rev. B 46, 4026 (1992)  
R.E. Prange, Phys. Rev. B 23, 4802 (1981)  
Л.Б. Иоффе, А.И. Ларкин, ЖЭТФ 81, 1048 (1981)  
O. Viehweger and K.B.Efetov, J. Phys. Cond. Matt. 2, 7049 (1990)  
D.G.Polyakov and B.I. Shklovskii, Phys. Rev. Lett. 70, 3796 (1993)  
R. Laughlin, Phys. Rev. B 52, 2304 (1984)  
B. Huckestein, Rev. Mod. Phys. 67,357 (1995)  
A.D.Mirlin, Phys. Rep. 326, 259 (2000)  
F. Wegner, Nucl. Phys. B 280, 193 (1987); F. Wegner, Nucl. Phys. B 280, 210 (1987)  
D.-H. Lee, Phys. Rev. B50, 10788 (1994)  
M. Zirnbauer, J. Math. Phys. 38, 2007 (1997)

## **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Доступные через Internet научные и научно-технические журналы, в том числе:  
<https://journals.aps.org/> - база данных по журналам Physical Review

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Представление материала на доске и/или при помощи медиапроектора.  
Возможно использование ПО для символьных и/или численных вычислений, а также проведения вебинаров и занятий онлайн.

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Студент, изучающий дисциплину, должен, с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике. В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения и понятия, уметь применять полученные знания для решения различных задач.

Успешное освоение курса требует:

- посещения всех занятий, предусмотренных учебным планом по дисциплине;
- ведения конспекта занятий;
- напряжённой самостоятельной работы студента.

Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала, подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения;
- решение задач, предлагаемых студентам на занятиях;
- подготовку к выполнению заданий текущей и промежуточной аттестации.

Показателем владения материалом служит умение без конспекта отвечать на вопросы по темам дисциплины.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями преподавателю.

Возможен промежуточный контроль знаний студентов в виде решения задач в соответствии с тематикой занятий.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Общая и прикладная физика Физтех-школа физики и исследований им. Ландау кафедра проблем теоретической физики (теоргруппа Горькова)
<b>курс:</b>	<u>2</u>
<b>квалификация:</b>	магистр
Семестр, формы промежуточной аттестации: 3 (осенний) - Экзамен	
<b>Разработчик:</b>	И.С. Бурмистров, д-р физ.-мат. наук

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области математики и физики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
ОПК-2 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области своей профессиональной деятельности, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-2.2 Способен оценивать актуальность исследований в области своей профессиональной деятельности и их практическую значимость
	ОПК-2.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-3.1 Способен анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-3.2 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания в различных областях науки (техники)
	ОПК-3.3 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений
ОПК-4 Способен успешно реализовывать решение поставленной задачи, провести анализ результата и представить выводы, применяя знания и навыки в области физико-математических наук и информационно-коммуникационных технологий	ОПК-4.1 Способен применять знания и навыки по использованию информационно-коммуникационных технологий для поиска и изучения научной литературы, применения прикладных программных продуктов
	ОПК-4.2 Способен применять знания в области физико-математических наук для решения поставленной задачи, формулирования выводов и оценки полученных результатов
	ОПК-4.3 Способен аргументировано выбирать способ проведения научного исследования
ОПК-5 Способен и готов к повышению квалификации, профессиональному росту и руководству коллективом в сфере своей профессиональной деятельности, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия	ОПК-5.3 Стремится к получению новых знаний, профессиональному и личностному росту
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели

новые научные результаты	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-2 Способен самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого коллектива организовывать и проводить научные исследования и их апробацию	ПК-2.1 Способен планировать и проводить научные исследования самостоятельно или в составе научного коллектива
	ПК-2.2 Способен проводить апробацию результатов научно-исследовательской работы посредством публикации научных статей и участия в конференциях
ПК-3 Способен профессионально работать с исследовательским и испытательным оборудованием (приборами и установками, специализированными пакетами прикладных программ) в избранной предметной области	ПК-3.3 Способен оценивать точность полученных экспериментальных (численных) результатов

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Квантовая мезоскопика. Квантовый эффект Холла» обучающийся должен:

### знать:

- основные понятия по теме дисциплины.

### уметь:

- пользоваться развитыми в рамках дисциплины методами исследования, решать задачи по теме дисциплины.

### владеть:

- математическим и понятийным аппаратом и методами исследований, составляющими содержание дисциплины.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

С целью контроля освоения обучающимися учебного материала проводится устный опрос в начале занятия по теме прошлого занятия.

## 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Примеры заданий и экзаменационные билеты представлены в прикрепленном файле.

### Критерии оценивания

Оценка отлично 10 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 9 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 8 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.

Оценка хорошо 7 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка хорошо 6 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка хорошо 5 баллов - выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка удовлетворительно 4 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка удовлетворительно 3 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка неудовлетворительно 2 балла - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка неудовлетворительно 1 балл - выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

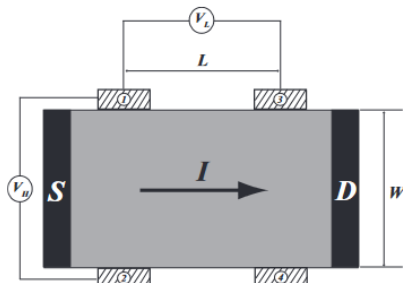
Экзамен проводится в устной форме по билетам. В каждом билете представлен один теоретический вопрос. При проведении экзамена обучающемуся предоставляется 30 минут на подготовку. Опрос обучающегося не должен превышать одного астрономического часа.

# Квантовая мезоскопия. Квантовый эффект Холла 6 курс, осенний семестр

## Примеры заданий

### Примеры задач из домашнего задания (курсовой работы)

1. Для четырех контактной схемы измерений, изображенной на рис.:



вычислить холловское  $R_H = R_{14}$  и продольное  $R_L = R_{31}$  сопротивления, где  $R_{ij} = (\mu_i - \mu_j)/I$ . Считать, что фактор заполнения равен  $\nu$ .

Указание: использовать уравнение

$$I = \frac{e^2}{h} \mu.$$

2. Показать, что уравнение

$$I_y = -\frac{e}{h} \sum_n \int_{-W/2l_H^2}^{W/2l_H^2} dk \left[ \omega_c \frac{\partial \hbar s_n(k)}{\partial k} + e E l_H^2 \right] n_F(\mathcal{E}_{n,k} - \mu)$$

при  $T = 0$  приводит к ответу  $\sigma_{xy} = -(e^2/h)(\nu + \delta)$  причем  $\delta \propto N l_H/W$ , где  $N$  – число краевых состояний, пересекающих уровень Ферми.

3. Найти энергии отщепленных состояний на нижнем уровне Ландау при наличии двух слабых  $\delta$ -центров с силами  $u_1$  и  $u_2$ , расположенных на расстоянии  $d$  друг от друга, считая, что  $n_l u_{1,2} \ll \omega_c$ .
4. Найти энергии отщепленных состояний на нижнем уровне Ландау при наличии слабого магнитного  $\delta$ -центра, считая, что его взаимодействие с электроном описывается гамильтонианом следующего вида  $V_{\text{eff}}(\mathbf{r}) = J \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \mathbf{S} \cdot \mathbf{s}$ , где  $\mathbf{s}$  – это оператор спина электрона, а  $\mathbf{S}$  – оператор спина  $S = 1/2$  магнитной примеси.
5. В квазиклассическом приближении найти функцию Грина  $\mathcal{G}(x_1, x_2)$  для гамильтониана осциллятора

$$\mathcal{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{m\omega^2 x^2}{2}$$

### Примеры заданий контрольной работы

1. Найти дисперсию энергетического спектра для состояний вблизи центра полосы,  $|k| \ll W/l_H^2$
2. Найти зависимость скорости краевых мод от номера уровня Ландау и построить график. Считать, что скорость определяется соотношением  $v_{\text{edge}} = \partial \mathcal{E}_{n,k} / \partial k|_{k=W/2l_H^2}$
3. Пусть квадрат волновой функции в  $z$  направлении имеет вид  $\varphi^2(z) = (A/z_0) \exp(-z/z_0)$  при  $z > z_0$ . Считая, что  $\delta$ -центры распределены равномерно с объемной концентрацией  $n^{\text{3D}}_{\text{imp}}$ , вычислить при  $E < E_0 \approx A u / (2\pi l_H^2 z_0)$  плотность состояний на нижнем уровне Ландау.
4. Для нижнего уровня Ландау показать, что каждое новое состояние занимает площадь  $2\pi l_H^2$ .
5. Доказать, что среднее по времени значение оператора скорости дается выражением

$$\langle v(x,y) \rangle = (e\mathbf{E} - \nabla V_s) \times \mathbf{B} / (eB^2).$$

### Примеры экзаменационных билетов

Билет 1.

1. Формула Кубо для холловской проводимости в форме Смрчка и Стреды.

Билет 2.

1. Самосогласованное борновское приближение на высоком уровне Ландау

Билет 3.

1. Модель Чалкера-Коддингтона

Билет 4.

1. Топологический тета-член в нелинейной репличной сигма модели

Билет 5.

1. Двухпараметрическая ренормгрупповая диаграмма для целочисленного квантового эффекта Холла