

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Проректор по учебной работе и  
довузовской подготовке**

**А.А. Воронов**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Аналитическая механика
<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Общая и прикладная физика Физтех-школа физики и исследований им. Ландау кафедра теоретической механики
<b>курс:</b>	2
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

3 (осенний) - Экзамен

4 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 135 всего, в том числе:

лекции: 75 час.

семинары: 60 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 120 час.

Подготовка к экзамену: 60 час.

Всего часов: 315, всего зач. ед.: 7

Количество контрольных работ, заданий: 8

Программу составили:

А.П. Иванов, д-р физ.-мат. наук, профессор

Н.И. Амелькин, д-р физ.-мат. наук, доцент

А.В. Фомичев, канд. физ.-мат. наук

А.П. Маркеев, д-р физ.-мат. наук, профессор

М.А. Муницына, канд. физ.-мат. наук

О.В. Холостова, д-р физ.-мат. наук, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры теоретической механики 08.04.2021

## Аннотация

Аналитическая механика излагается как первый раздел курса теоретической физики и ставит своей целью познакомить студентов с понятиями и методами теоретической (аналитической) механики, которые могут оказаться полезными и важными в теории поля, квантовой механике, термодинамике, статистической физике. При этом студенты должны узнать, откуда и как возникли эти понятия и методы, когда и где можно их применять. Кратко, но полно, строго и тщательно, изложены необходимые для дальнейшего изучения курсом вопросы кинематики точки и твердого тела, а также раздел, касающийся теорем об изменении основных динамических величин (количества движения, кинетического момента, кинетической энергии). Основная часть курса (аналитическая динамика) посвящена наиболее ценным для теории и ее приложений темам, с которыми должен быть знаком почти каждый специалист в области теоретической и прикладной физики: дифференциальным и интегральным вариационным принципам, лагранжовой и гамильтоновой динамике, каноническим преобразованиям, уравнению Гамильтона–Якоби и ее интегрированию методом разделения переменных, теории возмущений, переменным действие–угол и адиабатическим инвариантам, скобкам Пуассона, интегральным инвариантам, теореме Нетер, изучению законов сохранения и их связи со свойствами пространства и времени, движению в центральном поле, включая случай Кеплера, описанию рассеяния частиц, теории малых колебаний механических систем со многими степенями свободы; динамике твердого тела, включая важнейшие классические задачи о движении твердого тела с неподвижной точкой в однородном поле тяжести.

## 1. Цели и задачи

### Цель дисциплины

Изучение тех общих законов, которым подчиняются движение и равновесие материальных тел и возникающие при этом взаимодействия между телами, а также овладение основными алгоритмами исследования равновесия и движения механических систем. На данной основе становится возможным построение и исследование механико-математических моделей, адекватно описывающих разнообразные механические явления. Помимо этого, при изучении аналитической механики вырабатываются навыки практического использования методов, предназначенных для математического моделирования движения систем твердых тел.

### Задачи дисциплины

Изучение механической компоненты современной естественнонаучной картины мира, понятий и законов механики.

Овладение важнейшими методами решения научно-технических задач в области механики, основными алгоритмами математического моделирования механических явлений.

Формирование устойчивых навыков по применению фундаментальных положений аналитической механики при научном анализе ситуаций, с которыми инженеру приходится сталкиваться в ходе создания новой техники и новых технологий.

Ознакомление студентов с историей и логикой развития аналитической механики.

## 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ПК-1 Способен планировать и проводить	ПК-1.1 Владеет фундаментальными понятиями, законами и теориями современной физики

научные эксперименты (в изоранной предметной области) и (или) теоретические (аналитические и имитационные) исследования	ПК-1.2 Имеет глубокое знание и понимание базовых математических дисциплин
	ПК-1.3 Владеет культурой постановки научной задачи и моделирования естественнонаучных объектов и систем

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

Основные понятия и концепции аналитической механики, важнейшие теоремы механики и их следствия, порядок применения теоретического аппарата механики в важнейших практических приложениях;  
 Основные механических величины, их определения, смысл и значения для аналитической механики;  
 Основные модели механических явлений, идеологию моделирования механических систем и принципы построения математических моделей механических систем;  
 Основные методы исследования равновесия и движения механических систем, основных алгоритмов такого исследования.

уметь:

Интерпретировать механические явления при помощи соответствующего теоретического аппарата.  
 Пользоваться определениями механических величин и понятий для правильного истолкования их смысла.  
 Объяснять характер поведения механических систем с применением основных теорем механики и их следствий.  
 Записывать уравнения, описывающие поведение механических систем, учитывая размерности механических величин и их математическую природу (скаляры, векторы, кватернионы, линейные операторы).  
 Применять основные методы исследования равновесия и движения механических систем, а также основные алгоритмы такого исследования при решении конкретных задач.  
 Пользоваться при аналитическом и численном исследовании математико-механических моделей технических систем возможностями современных компьютеров и информационных технологий.

владеть:

Навыками и методами построения и исследования математических моделей при решении задач механики.  
 Навыками применения основных законов теоретической механики в важнейших практических приложениях.  
 Основными теоретическими подходами аналитической механики и методами анализа и решения соответствующих уравнений.  
 Навыками использования возможностей современных компьютеров и информационных технологий при аналитическом и численном исследовании математико-механических моделей технических систем.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Кинематика. Исходные понятия, задачи кинематики	2	1		4
2	Кинематика точки	2	2		4
3	Кинематика твердого тела	4	4		8

4	Кинематика сложного движения точки и твердого тела	3	2		8
5	Общие основания кинематики системы	4	1		8
6	Основные понятия и аксиомы динамики	6	2		7
7	Основные теоремы динамики	4	4		6
8	Движение свободной материальной точки под действием центральных сил	3	2		8
9	Геометрия масс	5	2		6
10	Динамика твердого тела	5	4		8
11	Дифференциальные вариационные принципы механики	3	4		4
12	Дифференциальные уравнения аналитической динамики (начало)	4	2		4
13	Устойчивость равновесия. Малые колебания	6	6		10
14	Дифференциальные уравнения аналитической динамики (продолжение)	4	4		6
15	Канонические преобразования	6	6		10
16	Метод Якоби интегрирования уравнений динамики	4	4		10
17	Интегральные инварианты	6	6		5
18	Интегральные вариационные принципы	4	4		4
Итого часов		75	60		120
Подготовка к экзамену		60 час.			
Общая трудоёмкость		315 час., 7 зач.ед.			

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

##### Семестр: 3 (Осенний)

##### 1. Кинематика. Исходные понятия, задачи кинематики

Ньютоновское определение предмета теоретической механики. Кинематика и динамика – разделы курса теоретической механики.

##### 2. Кинематика точки

Скорость и ускорение точки. Естественный трехгранник. Теорема Гюйгенса о разложении ускорения точки на тангенциальное и нормальное. Скорость и ускорение точки в полярных координатах. Криволинейные координаты. Коэффициенты Ламе. Скорость и ускорение точки в криволинейных координатах.

##### 3. Кинематика твердого тела

Твердое тело. Задачи кинематики твердого тела. Задание движения твердого тела. Углы Эйлера. Теорема Эйлера о конечном перемещении твердого тела, имеющего неподвижную точку. Теорема Шаля о конечных перемещениях твердого тела.

Скорость и ускорение твердого тела при поступательном движении. Понятие о мгновенном кинематическом состоянии твердого тела. Скорости и ускорения точек твердого тела в общем случае его движения. Угловая скорость. Угловое ускорение. Частные случаи: вращение твердого тела вокруг неподвижной оси, вращение вокруг неподвижной точки. Плоское движение твердого тела. Мгновенный центр скоростей. Мгновенный центр ускорений.

Кинематические инварианты. Кинематический винт. Мгновенная винтовая ось.

#### 4. Кинематика сложного движения точки и твердого тела

Абсолютная и относительная производные вектора и соотношение между ними. Понятие сложного движения точки. Теорема о сложении скоростей при сложном движении точки. Теорема Кориолиса о сложении ускорений при сложном движении точки.

Понятие сложного движения твердого тела. Сложение мгновенно поступательных движений, сложение мгновенных вращений вокруг пересекающихся осей. Угловая скорость твердого тела – скользящий вектор. Кинематические уравнения Эйлера. Сложение вращений вокруг параллельных осей. Пара вращений. Общий случай сложения мгновенных движений твердого тела; приведение общего случая к случаям простейших мгновенных движений.

#### 5. Общие основания кинематики системы

Свободные и несвободные системы. Связи, их классификация. Системы голономные и неголономные.

Возможные положения, скорости, ускорения и перемещения точек системы. Действительные и виртуальные перемещения. Синхронное варьирование.

Число степеней свободы системы. Обобщенные координаты. Координатное пространство. Обобщенные скорости и ускорения.

#### 6. Основные понятия и аксиомы динамики

Инерциальные системы отсчета. Принцип относительности Галилея. Первый закон Ньютона (аксиома инерции). Сила. Масса. Второй закон Ньютона. Третий закон Ньютона (аксиома взаимодействия материальных точек). Аксиома о параллелограмме сил, приложенных к материальной точке. Активные силы и реакции связей. Принцип детерминированности Ньютона–Лапласа. Силы внешние и внутренние. Задачи динамики. Равновесие. Статика. Главный вектор и главный момент системы сил. Элементарная работа сил системы. Работа сил, приложенных к твердому телу. Силовое поле. Силовая функция. Потенциальная энергия. Элементарная работа сил системы в обобщенных координатах. Обобщенные силы. Идеальные связи. Выражение реакций идеальных связей при помощи их уравнений и неопределенных множителей Лагранжа.

#### 7. Основные теоремы динамики

Центр масс (центр инерции) системы. Понятие о движении системы относительно центра масс; кинетовы системы координат. Количество движения. Теорема об изменении количества движения системы в инерциальной системе отсчета. Теорема о движении центра масс.

Момент количества движения (кинетический момент) относительно заданного центра. Соотношение между его значениями для различных центров. Теорема Кенига о вычислении кинетического момента. Теорема об изменении кинетического момента в инерциальной системе отсчета. Кинетическая энергия системы. Теорема Кенига о вычислении кинетической энергии. Теорема об изменении кинетической энергии в инерциальной системе отсчета.

Основные теоремы динамики в неинерциальной системе отсчета и для движения относительно центра масс. Вириал. Теорема о вириале. Механическое подобие.

#### 8. Движение свободной материальной точки под действием центральных сил

Закон площадей. Формулы Бине. Рассеяние частиц. Формула Резерфорда.

Задача двух тел. Уравнения движения. Интеграл площадей; второй закон Кеплера. Интеграл энергии. Интеграл Лапласа. Уравнение орбиты; первый закон Кеплера. Зависимость характера орбиты от величины начальной скорости. Третий закон Кеплера

## 9. Геометрия масс

Момент инерции системы относительно оси. Моменты инерции относительно параллельных осей; теорема Гюйгенса–Штейнера. Тензор и эллипсоид инерции. Главные оси инерции. Свойства осевых моментов инерции.

## 10. Динамика твердого тела

Кинетический момент твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси или вокруг неподвижной точки. Кинетическая энергия твердого тела в частных случаях: поступательного движения, вращения вокруг неподвижной оси, вращения вокруг неподвижной точки, произвольного свободного движения, плоского движения.

Дифференциальное уравнение вращения твердого тела вокруг неподвижной оси. Дифференциальные уравнения движения свободного твердого тела. Уравнения плоского движения твердого тела. Дифференциальные уравнения движения твердого тела вокруг неподвижной точки. Динамические уравнения Эйлера. Случай Эйлера движения твердого тела вокруг неподвижной точки: первые интегралы динамических уравнений; перманентные вращения; регулярная прецессия в случае динамической симметрии тела; геометрическая интерпретация Пуансо движения твердого тела в случае Эйлера.

Вынужденная регулярная прецессия динамически симметричного твердого тела. Основная формула гироскопии. Понятие об элементарной теории гироскопов. Общая постановка задачи о движении тяжелого твердого тела вокруг неподвижной точки. Дифференциальные уравнения Эйлера – Пуассона и их первые интегралы. Понятие о случаях интегрируемости Эйлера, Лагранжа, Ковалевской. Качественный анализ движения твердого тела в случае Лагранжа.

## 11. Дифференциальные вариационные принципы механики

Общее уравнение динамики (принцип Даламбера–Лагранжа). Общее уравнение статики (принцип виртуальных перемещений). Принцип виртуальных перемещений в обобщенных координатах. Случай потенциального поля сил.

## 12. Дифференциальные уравнения аналитической динамики (начало)

Уравнения Лагранжа первого рода. Общее уравнение динамики в обобщенных координатах. Уравнения Лагранжа второго рода. Уравнения Лагранжа второго рода в случае потенциальных сил. Функция Лагранжа. Разрешимость уравнений Лагранжа относительно обобщенных ускорений. Теорема об изменении полной механической энергии. Гироскопические силы. Диссипативные силы, функция Релея. Обобщенный потенциал. Натуральные и ненатуральные системы. Понятие о неоднозначности выбора функции Лагранжа материальной системы по ее уравнениям движения. Первые интегралы лагранжевых систем.

Семестр: 4 (Весенний)

## 13. Устойчивость равновесия. Малые колебания

Общие понятия об устойчивости, асимптотической устойчивости и неустойчивости равновесия. Теорема Лагранжа об устойчивости положения равновесия консервативной системы. Теоремы Ляпунова об обращении теоремы Лагранжа (без доказательства). Теорема Ляпунова об устойчивости движения по первому приближению (без доказательства). Критерий Рауса–Гурвица (без доказательства). Линеаризация уравнений движения в окрестности положения равновесия. Нормальные координаты и нормальные колебания. Колебания консервативной системы под действием внешних периодических сил. Резонанс. Малые колебания склерономной системы под действием сил, не зависящих явно от времени. Влияние внешних периодических сил на малые колебания склерономной системы. Амплитудно-фазовая характеристика.

## 14. Дифференциальные уравнения аналитической динамики (продолжение)

Обобщенные импульсы. Преобразование Лежандра. Теорема Донкина о преобразовании Лежандра. Канонические уравнения Гамильтона. Физический смысл функции Гамильтона. Интеграл Якоби. Время и энергия как канонически сопряженные переменные. Понижение порядка системы дифференциальных уравнений Гамильтона в случае существования циклических координат. Уравнения Уиттекера и Якоби для консервативных и обобщенно-консервативных систем.

Уравнения Рауса: функция Рауса, уравнения Рауса. Понижение порядка системы дифференциальных уравнений движения при помощи уравнений Рауса в случае существования циклических координат. Приведенный потенциал. Скобки Лагранжа. Скобки Пуассона и их свойства. Скобки Пуассона и первые интегралы. Теорема Якоби–Пуассона.

#### 15. Канонические преобразования

Понятие канонического преобразования. Обобщенная симплектичность матрицы Якоби – необходимое и достаточное условие каноничности преобразования. Другие критерии каноничности преобразования (выражение их через скобки Лагранжа, через скобки Пуассона, посредством дифференциальной формы). Инвариантность скобок Пуассона при канонических преобразованиях. Канонические преобразования и процесс движения. Теорема Лиувилля о сохранении фазового объема. Свободное каноническое преобразование и его производящая функция. Канонические преобразования с производящей функцией, зависящей от старых координат и новых импульсов. Понятие о канонических преобразованиях, близких к тождественным и их применении в теории возмущений. Параметрический резонанс в системе с одной степенью свободы. Уравнение Матье.

#### 16. Метод Якоби интегрирования уравнений динамики

Уравнение Гамильтона–Якоби. Полный интеграл. Теорема Якоби. Уравнение Гамильтона–Якоби для систем с циклическими координатами. Уравнение Гамильтона–Якоби для консервативных и обобщенно-консервативных систем. Разделение переменных. Теорема Лиувилля об интегрируемости гамильтоновой системы в квадратурах.

#### 17. Интегральные инварианты

Понятие интегрального инварианта. Универсальный интегральный инвариант Пуанкаре. Теорема, обратная теореме об универсальном интегральном инварианте Пуанкаре. Теорема Ли Хуа – чжуна. Интегральный инвариант Пуанкаре–Картана (основной интегральный инвариант механики). Теорема, обратная теореме об интегральном инварианте Пуанкаре – Картана.

#### 18. Интегральные вариационные принципы

Принцип Гамильтона–Остроградского: прямой и окольный пути голономной системы, принцип Гамильтона–Остроградского, случай потенциального поля, действие по Гамильтону, понятие о характере экстремума действия по Гамильтону. Замена переменных в уравнениях Лагранжа. Теорема Нетер. Связь законов сохранения (первых интегралов) со свойствами пространства и времени. Принцип Мопертюи–Лагранжа: изоэнергетическое варьирование, принцип Мопертюи–Лагранжа, понятие о характере экстремума действия по Лагранжу. Принцип Якоби и геодезические линии в координатном пространстве. Сопоставление оптического принципа Ферма и принципа Мопертюи–Лагранжа.

### 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Необходимое оборудование для лекций и практических занятий: компьютер и мультимедийное оборудование (проектор, маркерная доска, связь с Интернетом).

### 6. Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Классическая механика [Текст] : учеб. пособие для вузов / М. А. Айзерман .— 3-е изд. — М : Физматлит, 2005 .— 380 с.
2. Лекции по аналитической механике [Текст] : учеб. пособие для вузов / Ф. Р. Гантмахер ; под ред. Е. С. Пятницкого .— Изд. 3-е, стереотип. — М. : Физматлит, 2001, 2002, 2005 .— 264 с.
3. Основы теоретической механики [Текст] : учебник для вузов / В. Ф. Журавлев ; Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т) .— 3-е изд., перераб. — М. : Физматлит, 2008, 2009 .— 304 с.
4. Теоретическая механика [Текст] : учебник для вузов / А. П. Маркеев .— 4-е изд., испр. — М. ; Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, 2007 .— 592 с.
5. Краткий курс теоретической механики [Текст] : учеб. пособие для вузов / Г. Н. Яковенко .— М. : БИНОМ. Лаб. знаний, 2006 .— 116 с.
6. Сборник задач по аналитической механике [Текст] : учеб. пособ. для вузов / Е. С. Пятницкий [и др.] .— 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Наука, 1996 .— 432 с.

#### Дополнительная литература

1. Классическая механика [Текст] / Г. Голдстейн ; пер. с англ. А. Н. Рубашова .— М. : Наука, 1975 .— 415 с.
2. Задачи по теоретической механике [Текст] : учеб. пособие для вузов / И. В. Мещерский ; под ред. В. А. Пальмова, Д. Р. Меркина .— 40-е изд., стер. — СПб. : Лань, 2004, 2006, 2008, 2012 .— 448 с.
3. Математические методы классической механики [Текст] : учеб. пособие для вузов / В. И. Арнольд .— 3-е изд., перераб. и доп. — М. : Наука, 1989 .— 472 с.

#### **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

1. [https://mipt.ru/education/chair/theoretical\\_mechanics](https://mipt.ru/education/chair/theoretical_mechanics) - сайт кафедры теоретической механики МФТИ
2. <http://www.elibrary.ru/>

#### **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

В процессе самостоятельной работы обучающихся возможно использование таких программных средств, как Mathcad, Mathematica и др.

#### **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Методические указания приводятся в ежегодно разрабатываемых домашних заданиях.



**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Общая и прикладная физика Физтех-школа физики и исследований им. Ландау кафедра теоретической механики
<b>курс:</b>	2
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

3 (осенний) - Экзамен

4 (весенний) - Экзамен

**Разработчики:**

А.П. Иванов, д-р физ.-мат. наук, профессор  
Н.И. Амелькин, д-р физ.-мат. наук, доцент  
А.В. Фомичев, канд. физ.-мат. наук  
А.П. Маркеев, д-р физ.-мат. наук, профессор  
М.А. Муницына, канд. физ.-мат. наук  
О.В. Холостова, д-р физ.-мат. наук, доцент

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ПК-1 Способен планировать и проводить научные эксперименты (в избранной предметной области) и (или) теоретические (аналитические и имитационные) исследования	ПК-1.1 Владеет фундаментальными понятиями, законами и теориями современной физики
	ПК-1.2 Имеет глубокое знание и понимание базовых математических дисциплин
	ПК-1.3 Владеет культурой постановки научной задачи и моделирования естественнонаучных объектов и систем

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Аналитическая механика (модерн.)» обучающийся должен:

### знать:

Основные понятия и концепции аналитической механики, важнейшие теоремы механики и их следствия, порядок применения теоретического аппарата механики в важнейших практических приложениях;  
Основные механических величины, их определения, смысл и значения для аналитической механики;  
Основные модели механических явлений, идеологию моделирования механических систем и принципы построения математических моделей механических систем;  
Основные методы исследования равновесия и движения механических систем, основных алгоритмов такого исследования.

### уметь:

Интерпретировать механические явления при помощи соответствующего теоретического аппарата.  
Пользоваться определениями механических величин и понятий для правильного истолкования их смысла.  
Объяснять характер поведения механических систем с применением основных теорем механики и их следствий.  
Записывать уравнения, описывающие поведение механических систем, учитывая размерности механических величин и их математическую природу (скаляры, векторы, кватернионы, линейные операторы).  
Применять основные методы исследования равновесия и движения механических систем, а также основные алгоритмы такого исследования при решении конкретных задач.  
Пользоваться при аналитическом и численном исследовании математико-механических моделей технических систем возможностями современных компьютеров и информационных технологий.

### владеть:

Навыками и методами построения и исследования математических моделей при решении задач механики.

Навыками применения основных законов теоретической механики в важнейших практических приложениях.

Основными теоретическими подходами аналитической механики и методами анализа и решения соответствующих уравнений.

Навыками использования возможностей современных компьютеров и информационных технологий при аналитическом и численном исследовании математико-механических моделей технических систем.

### **3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю**

Задачи для текущего контроля публикуются в издаваемых к началу семестра сборниках заданий.

### **4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся**

1. Определение положения равновесия. Принцип виртуальных перемещений. Условия равновесия консервативных систем и твердого тела.
2. Определение устойчивости (неустойчивости) положения равновесия по Ляпунову. Достаточные теоремы об устойчивости и неустойчивости положения равновесия консервативных систем (теорема Лагранжа-Дирихле, две теоремы Ляпунова и теорема Четаева о неустойчивости положения равновесия).
3. Малые колебания консервативных систем. Линеаризация уравнений Лагранжа вблизи устойчивого положения равновесия. Уравнение частот.
4. Главные координаты системы. Матрица преобразования координат, амплитудные вектора. Общее решение как сумма главных колебаний.
5. Определение асимптотической устойчивости положения равновесия. Теорема Ляпунова об устойчивости по линейному приближению. Линеаризация уравнений Лагранжа. Характеристическое уравнение. Критерий Рауса-Гурвица.
6. Влияние гироскопических и диссипативных сил на устойчивость равновесия. Условие Майевского-Четаева.
7. Определение устойчивости (неустойчивости) невозмущенного движения. Прямой метод Ляпунова: теорема Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости невозмущенного движения, теорема Четаева о неустойчивости невозмущенного движения.
8. Вынужденные колебания линейной стационарной системы под действием гармонических сил. Амплитудно-фазовая, амплитудная и фазовая характеристики. Явление резонанса. Реакция линейной стационарной системы на негармоническое воздействие.
9. Элементы теории катастроф. Кривая равновесий. Основные типы бифуркаций в динамических системах. Дивергенция и флаттер.
10. Естественный (сопровождающий) трехгранник. Разложение скорости и ускорения точки в осях трехгранника.
11. Обобщенные координаты точки. Разложение скорости и ускорения точки в локальном базисе криволинейных координат. Коэффициенты Ламе.
12. Твердое тело. Разложение движения тела на поступательное движение и вращение (движение с неподвижной точкой). Угловая скорость и угловое ускорение твердого тела. Распределение скоростей и ускорений в твердом теле (формулы Эйлера и Ривальса).
13. Кинематический винт твердого тела. Уравнение оси винта.
14. Плоскопараллельное движение твердого тела. Мгновенный центр скоростей.
15. Способы задания ориентации твердого тела. Углы Эйлера, матрицы направляющих косинусов. Кинематические уравнения Эйлера.
16. Теорема Эйлера о конечном повороте твердого тела с неподвижной точкой. Алгебра кватернионов. Тригонометрическая форма записи кватернионов. Кватернионный способ задания ориентации твердого тела.
17. Сложение поворотов в кватернионной форме. Параметры Родрига-Гамильтона.
18. Кинематические уравнения вращательного движения твердого тела в кватернионах (уравнения Пуассона). Интегрирование уравнений Пуассона для прецессионного движения твердого тела.

19. Кинематика сложного движения. Сложение скоростей и ускорений точек в сложном движении.
20. Угловая скорость и угловое ускорение твердого тела в сложном движении.
21. Аксиоматика механики. Внешние и внутренние силы. Импульс, момент импульса и кинетическая энергия системы материальных точек. Центр масс, момент силы, элементарная работа и мощность силы.
22. Основные теоремы динамики в инерциальной системе отсчета.
23. Теорема Кенига.
24. Потенциальные, гироскопические, диссипативные силы. Критерий потенциальности сил. Консервативные системы, закон сохранения энергии.
25. Основные теоремы динамики в неинерциальных системах отсчета.
26. Движение точки в центральном поле. Центральная сила. Первые интегралы движения точки в центральном поле.
27. Уравнение Бине. Поле всемирного тяготения. Уравнение конических сечений.
28. Законы Кеплера. Задача двух тел.
29. Тензор инерции и эллипсоид инерции твердого тела. Главные оси инерции. Главная ось инерции.
30. Преобразование тензора инерции при повороте и параллельном переносе осей: теорема Гюйгенса–Штейнера для тензора инерции.
31. Выражения кинетического момента и кинетической энергии твердого тела через тензор инерции.
32. Динамические и кинематические уравнения Эйлера. Интегрируемые случаи.
33. Геометрическая интерпретация Пуансо.
34. Случай Эйлера. Первые интегралы движения. Параметры свободной регулярной прецессии.
35. Случай Лагранжа. Первые интегралы движения.
36. Основная формула гироскопии: формула для момента, поддерживающего вынужденную регулярную прецессию динамически симметричного твердого тела.
37. Эквивалентные преобразования системы сил, действующих на твердое тело. Алгоритм сведения к винту.
38. Механическая связь. Классификация связей.
39. Возможные и виртуальные перемещения.
40. Общее уравнение динамики для системы материальных точек с идеальными связями. Конфигурационное многообразие голономной системы с конечным числом степеней свободы.
41. Голономные системы. Обобщенные координаты. Уравнения Лагранжа. Обобщенные силы.
42. Уравнения Лагранжа в случае потенциальных сил. Лагранжиан. Ковариантность и невырожденность уравнений Лагранжа.
43. Уравнения Лагранжа в неинерциальных системах отсчета.
44. Структура кинетической энергии. Кинетическая энергия в случае стационарной системы. Потенциальные, гироскопические, диссипативные силы.
45. Первые интегралы лагранжевых систем: циклические интегралы, обобщенный интеграл энергии (интеграл Пенлеве–Якоби).

Примеры экзаменационных билетов:

Билет 1. Кинематика сложного движения. Законы сложения скоростей и ускорений точек в сложном движении. Формула Кориолиса.

Билет 2. Формулы для угловой скорости и углового ускорения тела в сложном движении.

Билет 3. Кинематические уравнения вращательного движения твердого тела в углах Эйлера.

Билет 4. Теоремы об изменении импульса и момента импульса системы материальных точек в инерциальном базисе.

Билет 5. Кинетическая энергия системы материальных точек. Теорема Кёнига.

Билет 6. Уравнение Гамильтона–Якоби. Полный интеграл уравнения Гамильтона–Якоби. Теорема Якоби.

Билет 7. Случаи разделения переменных в уравнении Гамильтона–Якоби.

Билет 8. Интегральные инварианты Пуанкаре и Пуанкаре–Картана гамильтоновых систем.

Билет 9. Обратные теоремы теории интегральных инвариантов. Теорема Ли Хуа-чжуна об универсальных интегральных инвариантах первого порядка гамильтоновых систем (без доказательства).

Билет 10. Теорема Лиувилля о сохранении фазового объема гамильтоновой системы.

#### Критерии оценивания

Оценка отлично 10 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 9 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 8 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.

Оценка хорошо 7 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка хорошо 6 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка хорошо 5 баллов - выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка удовлетворительно 4 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка удовлетворительно 3 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка неудовлетворительно 2 балла - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка неудовлетворительно 1 балл - выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

#### 5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Подготовка к экзамену самостоятельная: перечислены задачи, решение которых каждый студент излагает полностью.

Во время проведения экзамена обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, а также справочной литературой, вычислительной техникой, конспектами лекций.

Экзамен может проводиться по итогам текущей успеваемости и сдачи заданий, или путем организации специального опроса, проводимого в устной форме.

### **3. Перечень типовых контрольных заданий, используемых для оценки знаний, умений, навыков**

Промежуточная аттестация по дисциплине «Теоретическая механика» осуществляется в форме экзамена в конце семестра. Экзамен проводится в устной форме.

В течении семестра работа студентов оценивается на основе выполнения двух базовых заданий, двух контрольных работ по материалу заданий, а также на основе выполнения самостоятельных работ, проводимых во время лекционных занятий (лекционный контроль).

#### **3.1 Базовые задания**

##### **Номера задач приведены по задачникам:**

С – Пятницкий Е.С., Трухан Н.М., Ханукаев Ю.И., Яковенко Г.Н. Сборник задач по аналитической механике. – 2-е изд. М.: Наука, 1996. – 3-е изд. ФИЗМАТЛИТ, 2002.  
М – Мещерский И.В. Сборник задач по теоретической механике. – 36-е изд., М.: Наука, 1986; – 40-е изд., СПб: Лань, 2003.

##### **Осенний семестр. Первое задание**

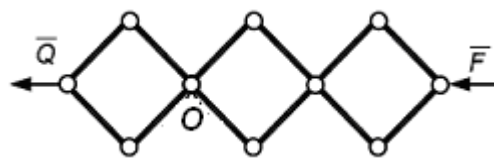
- 1. Кинематика точки**  
С – 1.2, 1.21, 1.37(д), 1.27
- 2. Кинематика твердого тела**
  - 2.1. Плоскопараллельное движение твердого тела  
С – 3.17, 3.24, 3.41
  - 2.2. Пространственное движение твердого тела  
С – 4.10, 4.30, 4.36, 4.48, 4.45
- 3. Сложное движение точки и твердого тела**  
С – 2.4, 2.21, 3.9, 4.12, 4.55
- 4. Основные теоремы динамики в инерциальных и неинерциальных системах отсчета**  
С – 5.9, 6.29, 7.6( $n=3$ ), 7.7, 7.42, 9.26, М – 43.3, 41.23
- 5. Движение точки в центральном поле**  
С – 8.10, 8.21, 8.24, 8.34

##### **Осенний семестр. Второе задание**

- 1. Геометрия масс. Динамика твердого тела**  
С – 11.11, 11.16, 11.20, 11.44, 11.54, 11.77, 11.119, 11.116\*
- 2. Уравнения Лагранжа**  
С – 12.35, 12.27, 12.46, 12.56, 12.66, 12.68, 12.102, 12.90\* .В условиях задачи  
С - 12.46 выписать уравнения связей.

##### **Весенний семестр. Первое задание**

- 1. Электромеханические аналогии**  
С 13.6, М 48.54.
- 2. Равновесие. Принцип виртуальных перемещений**  
С 14.4, 14.21, 14.36, М 46.16.  
Т1. Шарнирный трехкратный параллелограмм, расположенный на гладкой горизонтальной поверхности, находится под действием сил  $F$  и  $Q$ , направленных по оси симметрии параллелограмма. Сила  $F$  задана. Определить величину силы  $Q$ , которая обеспечивает равновесие параллелограмма, если т.О неподвижна.



### 3. Консервативные системы

а) устойчивость равновесия:

С 15.1, 15.4(в), 15.9, 15.14, 15.22,

б) малые колебания консервативных систем:

С 16.2, 16.12, 16.40 (также выписать матрицу перехода к нормальным координатам), 16.64, 16.69, 16.70.

### 4. Диссипативные системы

а) устойчивость равновесия:

С 17.4, 17.10(д), 17.11(д), 17.23, 17.25,

б) вынужденные колебания:

С 18.2, 18.12, 18.34, 18.42, 18.43(д).

### Весенний семестр. Второе задание

#### 1. Функция Гамильтона и канонические уравнения. Уравнения Рауса

С 19.5(в), 19.21, 19.31, 19.69, М 49.2

Т2. В задаче 49.2, исключив циклическую координату  $\psi$ , составить уравнения Рауса для угла  $\theta$ .

#### 2. Первые интегралы. Скобки Пуассона

С 20.2, 20.27, 20.57.

#### 3. Канонические преобразования

С 23.7, 23.36, 23.40, 23.100, 23.108.

#### 4. Уравнение Гамильтона–Якоби

С 24.3, 24.12, 24.19, 24.52, 24.89.

#### 5. Принцип Гамильтона. Теорема Э. Нётер

С 20.38, 21.4, 21.13, 21.21, 21.23

#### 6. Интегральные инварианты

С 22.52, 22.15, 22.3, 22.22, 22.29, 22.31.

## 3.2 Дополнительные задания к программе повышенного уровня

### Осенний семестр

#### 1. Кватернионы

С – 4.61(б), 4.72, 4.75

Т1. Угловая скорость твердого тела в неподвижном базисе  $\vec{i}_1, \vec{i}_2, \vec{i}_3$  задана выражением:

$$\vec{\omega}(t) = (f(t) + \Omega)\vec{i}_3 + f(t)[\vec{i}_1 \cos \Omega t + \vec{i}_2 \sin \Omega t],$$

где  $f(t)$  – заданная функция времени. Найти закон движения тела в параметрах Родрига-Гамильтона относительно его начального положения.

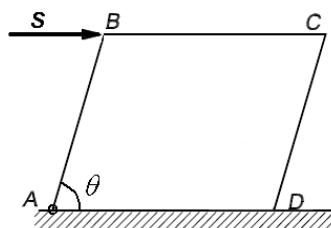
#### 2. Системы переменного состава

С – 10.5, 10.24, 10.29, М - 45.36

#### 3. Теория удара



C – 6.7, 7.33, M – 44.21, 44.27



масса стержня  $BC - m_2$ .

Т.2. В шарнирном параллелограмме  $ABCD$ , расположенном в горизонтальной плоскости, стержень  $AD$  неподвижно закреплён, угол  $BAD$  равен  $\theta$ . В точке  $B$  параллелограмму сообщают импульс  $S$ , направленный по стороне  $BC$ . Используя уравнения Лагранжа, найти кинетическую энергию, приобретенную всей системой, если масса каждого из стержней  $AB$  и  $CD$  равна  $m_1$ ,

#### 4. Статика твердого тела

4.1. Плоская система сил. Трение

M – 4.30, 4.35, 5.29

4.2. Пространственная система сил. Приведение системы сил.

M – 8.25, 8.27, 7.3

#### 5. Дифференциальные вариационные принципы механики

5.1. Связи и их классификация

Т.3. Является ли связь

$$(y^2 - x^2 - z)\dot{x} + (z - y^2 - xy)\dot{y} + x\dot{z} = 0$$

неголономной?

Т.4. Точка  $M(x, y)$  под действием заданных сил движется в плоскости и имеет скорость, постоянно направленную в движущуюся или неподвижную точку  $N(\zeta, \eta)$ . Написать уравнение связи. Является ли эта связь голономной или неголономной, склерономной или реономной? Чему равно число степеней свободы точки  $M(x, y)$ ?

5.2. Общее уравнение динамики и принцип Гаусса

Т.5. Задачу M – 48.28 решить двумя способами: при помощи общего уравнения динамики и при помощи принципа наименьшего принуждения Гаусса.

### 3.3 Пример контрольных вопросов и заданий

#### Осенний семестр

Дать определение, сформулировать утверждение, решить элементарную задачу:

1. Система отсчёта
2. Траектория, скорость, ускорение
3. Сопровождающий трёхгранник
4. Теорема Резаля
5. Касательный вектор к координатной линии. Коэффициенты Ламе
6. Угловая скорость, угловое ускорение
7. Распределение скоростей и ускорений в твёрдом теле
8. Скорость и ускорение в сложном движении
9. Радиальное и тангенциальное ускорения
10. Угловая скорость в сложном движении
11. Угловое ускорение в сложном движении
12. Поступательное движение, чистое вращение
13. Приведение к винту

14. Три закона Ньютона
15. Инерциальная и неинерциальная системы отсчёта
16. Силы инерции
17. Импульс, момент импульса, кинетическая энергия механической системы
18. Теорема об изменении импульса
19. Теорема о движении центра инерции
20. Теорема об изменении момента импульса (момента количества движения, кинетического момента)
21. Теорема Кёнига о кинетической энергии
22. Теорема об изменении кинетической энергии
23. Потенциальные силы
24. Закон сохранения полной механической энергии
25. Центральные силы
26. Уравнение Бине
27. Движение в поле всемирного тяготения
28. Законы Кеплера
29. Углы Эйлера
30. Кинематические уравнения Эйлера
31. Осевые моменты инерции. Центробежные моменты инерции
32. Тензор инерции, эллипсоид инерции
33. Кинетическая энергия и кинетический момент при движении тела с неподвижной точкой
34. Динамические уравнения Эйлера
35. Регулярная прецессия в случае Эйлера
36. Вынужденная регулярная прецессия. Основное уравнение гироскопии.
37. Голономные связи. Число степеней свободы. Конфигурационное многообразие механической системы.
38. Обобщённые координаты.
39. Виртуальные перемещения
40. Обобщённые силы
41. Уравнения Лагранжа
42. Идеальные связи
43. Принцип Даламбера-Лагранжа.
44. Принцип виртуальных перемещений
45. Консервативные, гироскопические и диссипативные систем

### **Весенний семестр**

**Дать определение, сформулировать утверждение, решить элементарную задачу:**

1. Равновесие.
2. Условия равновесия.
3. Принцип возможных перемещений.
4. Устойчивость по Ляпунову.
5. Неустойчивость по Ляпунову.
6. Теорема Лагранжа-Дири-хле.
7. Условия неустойчивости.
8. Малые колебания. Уравнение для амплитуд.
9. Уравнение частот.
10. Нормальные координаты.
11. Гармоническое воздействие на консервативную систему.
12. Нулевой корень уравнения частот.

13. Асимптотическая устойчивость по Ляпунову.
14. Теорема Барбашина-Красовского.
15. Теорема об асимптотической устойчивости положения равновесия определённо-диссипативных систем.
16. Устойчивость нулевого решения линейных автономных систем.
17. Устойчивые многочлены. Необходимое условие устойчивости многочлена.
18. Критерий Рауса-Гурвица.
19. Критерий Михайлова.
20. Амплитудно-фазовая характеристика.
21. Обобщенные импульсы. Функция Гамильтона.
22. Функция Гамильтона для консервативной системы.
23. Уравнения Гамильтона.
24. Первые интегралы уравнений Гамильтона. Условия с использованием скобки Пуассона.
25. Теорема Якоби-Пуассона.
26. Циклические и отделимые координаты.
27. Обобщённо консервативные системы.
28. Варьирование. Вариация. Прямой путь.
29. Действие по Гамильтону. Главная функция Гамильтона.
30. Вариация действия по Гамильтону.
31. Принцип Гамильтона.
32. Характер экстремума действия по Гамильтону на прямом пути.
33. Теорема Эмми Нётер.
34. Законы сохранения у изолированной консервативной системы.
35. Интегральные инварианты.
36. Обратные теоремы теории интегральных инвариантов.
37. Теорема Ли Хуачжуна.
38. Инвариантность фазового объёма.
39. Сохранение плотности статистического ансамбля.
40. Канонические преобразования.
41. Основной критерий каноничности.
42. Свободные канонические преобразования. Производящая функция. Условие каноничности.
43. Фазовый поток уравнений Гамильтона — семейство канонических преобразований.
44. Уравнение Гамильтона-Якоби.
45. Полный интеграл уравнения Гамильтона-Якоби.
46. Разделение переменных в уравнении Гамильтона-Якоби.

### ***3.4 Примеры вопросов для лекционного контроля***

#### **1. Равновесие.**

1. Найти положение равновесия голономной системы с обобщенными силами

$$Q_1 = q_1 + 2q_2 + 5, \quad Q_2 = 2q_1 - q_2 - 5 \quad \text{Ответ: } q_1^0 = \quad , \quad q_2^0 =$$

2. Найти устойчивое положение равновесия консервативной системы с одной степенью свободы и потенциальной энергией

$$\Pi(q) = q^3 - 2q^2 + q + 3 \text{ Ответ: } q^0 =$$

---

## 2. Устойчивость

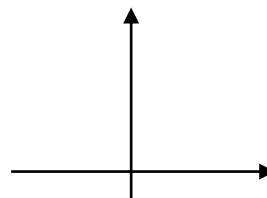
1. Исследовать устойчивость по первому приближению (ответ обосновать)

$$\dot{x} = \cos x, \quad x_0 = \pi/2 \text{ Ответ: } \quad, \text{ т.к.}$$

2. Построить годограф Михайлова для функции

$$f(\lambda) = 1 - 2\lambda + \lambda^2 \text{ Ответ:}$$

$$l = \quad, r =$$



---

## 3. Вековое уравнение

1. Найти частоты малых колебаний в окрестности начала координат, если

$$T = \frac{1}{2}(\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2), \quad \Pi = \frac{1}{2}(3q_1^2 - 2\sqrt{2}q_1q_2 + 2q_2^2). \text{ Ответ: } \omega_1 = \quad, \omega_2 =$$

---

## 4. Линейные системы

1. Найти частное решение уравнения

$$\ddot{x} + 4x = 3\cos t - 5\sin 3t \text{ Ответ: } x_q =$$

2. Найти общее решение линейной механической системы

$$T = \frac{1}{2}(\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2), \quad \Pi = \frac{1}{2}(3q_1^2 - 2\sqrt{2}q_1q_2 + 2q_2^2). \text{ Ответ: } \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix} =$$

---

## 5. Частотные характеристики

---

1. Найти точку максимума амплитудной характеристики  $R(\Omega)$  для уравнения

$$\ddot{x} + 2\dot{x} + 3x = D \cos \Omega t \quad \text{Ответ: } \Omega_0 = \quad, R(\Omega_0) =$$

2. Найти амплитудно-фазовые характеристики  $W_x(i\Omega), W_y(i\Omega)$  для системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -2x - 3y + D \sin \Omega t \\ \dot{y} = 3x - 2y \end{cases} \quad \text{Ответ: } W_x = \quad, W_y =$$

---

### 6. Уравнения Гамильтона

---

Система описывается функцией Лагранжа  $L = \frac{1}{2}(\dot{q}_1^2 + 2\dot{q}_1\dot{q}_2 + 2\dot{q}_2^2) + q_1q_2$

1. Найти обобщенные импульсы :  $p_1 = \quad, p_2 =$

2. Выразить через переменные Гамильтона:  $\dot{q}_1 = \quad, \dot{q}_2 =$

3. Не вычисляя гамильтониан, найти  $\dot{p}_1 = \quad, \dot{p}_2 =$

---

### 7. Первые интегралы

---

1. Вычислить скобку Пуассона функций  $u = q_1p_2 + q_2p_1, v = p_1p_2 - q_1q_2$ .

Ответ:  $(u, v) =$

2. Система описывается функцией Гамильтона

$$H = \frac{1}{2}(p_1^2 + p_2^2) + (q_1 - 2q_2)^2$$

Найти первый интеграл вида  $f = \alpha p_1 + p_2$ . Ответ:  $\alpha =$

---

## 3.5 Примеры экзаменационных билетов

---

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Аксиоматика классической механики

2. Задача 12.41.

---

### 3 ЗАДАЧИ

**Задача 1.** Диск вращается вокруг вертикальной оси  $AB$ . Вдоль радиуса  $R$  диска под углом  $\alpha$  к горизонтали ползет муравей. Скорость муравья относительно диска постоянна и равна  $v_0$ . Найти абсолютную скорость и абсолютное ускорение муравья как функции времени, если в начальный момент муравей находился в центре диска.

**Задача 2.** Колесо радиуса  $r$ , жестко насаженное на стержень  $OC$  длины  $l = \sqrt{3}r$  под прямым углом, катится по горизонтальной плоскости без скольжения. Стержень описывает коническую поверхность, вращаясь вокруг неподвижной точки  $O$  с постоянной угловой скоростью  $\Omega$ . Найти кинетическую энергию  $T$  колеса.

**Задача 3.** Две точечные массы  $m$  соединены невесомым стержнем длины  $2l$ . Стержень помещен на неподвижный цилиндр радиуса  $R$  и может совершать движение в вертикальной плоскости. Пренебрегая трением, составить уравнения движения стержня в форме Лагранжа (до момента отрыва стержня от цилиндра).

---

### 4. Критерии оценивания

Промежуточная аттестация по дисциплине «Теоретическая механика» осуществляется в форме экзамена в конце каждого семестра. Экзамен проводится в устной форме.

В течении семестра работа студентов оценивается на основе работы на семинарах, выполнения двух базовых заданий, двух контрольных работ, а также на основе выполнения самостоятельных работ, проводимых во время лекционных занятий (лекционный контроль).

#### *Оценка за семестр*

В ведомость и зачетку проставляется интегральная оценка за семестр. Оценка за семестр измеряется по десятибалльной шкале. Формат записи в студенческой зачетке – «хорошо(7)», где 7 – «оценка за семестр по десятибалльной шкале», хорошо – результат отображения оценки за семестр на стандартное множество экзаменационных оценок. Отображение задается следующей таблицей:

10-балльная система (рейтинг)	5-балльная система экзаменационных оценок
10	отлично
9	отлично
8	отлично
7	хорошо
6	хорошо
5	хорошо
4	удовлетворительно

3	удовлетворительно
2	неудовлетворительно
1	неудовлетворительно

Оценка за семестр (далее «рейтинг») по курсу «Теоретическая механика» - целое число от 1 до 10.

Рейтинг должен стимулировать студента к самостоятельной работе в течение семестра. Рейтинг складывается из:

- **Задания (от 0 до 3 баллов)**

Баллы за задания ставятся с учетом того, как студент усвоил материал, как написал контрольную работу по материалу задания, успел ли сдать задание в срок. Максимальным баллом должна поощряться та составляющая сдачи, которую студент выполняет самостоятельно. Студент, принесший тетрадку с заданием и продемонстрировавший посредственный уровень владения материалом, не должен получить за задание больше одного балла.

- **экзамен (от 0 до 6 баллов)**

Отличная оценка – плюс 5 баллов к рейтингу; хорошая оценка – плюс 3 балла к рейтингу; удовлетворительная оценка – плюс 1 балл к рейтингу; баллы «6», «4» и «2» соответствуют экзаменационной оценке «пять с плюсом», «четыре с плюсом» и «три с плюсом». Студент, получивший неудовлетворительную оценку на экзамене, не имеет никакого рейтинга, пока не сдаст экзамен. В экзаменационную ведомость в этом случае проставляется оценка «неуд(2)», если студент сдал задания, и «неуд(1)», если студент не сдал хотя бы одно задание.

- **иные достижения (от 0 до 1 балла)**

Студент может быть поощрен дополнительным баллом за активное участие в семинарских занятиях, выполнении задания по дополнительным темам, успехи в лекционных контрольных, выступления на научных конференциях, успешное участие в олимпиадах различного уровня и т.п. Решение о поощрении студента принимает руководство кафедры, по ходатайству преподавателя, ведущего семинарские занятия.

### **Форма проведения экзамена**

Студентам, не сдавшим одно или два задания, предлагается подтвердить, что, несмотря на несданные задания, они владеют материалом семестра и умеют решать стандартные задачи. Студенты, не продемонстрировавшие такого навыка, получают за экзамен оценку «неудовлетворительно».

Студенты, не сдавшие оба задания, в день сдачи экзамена должны решить 3 задачи на темы базового задания по курсу теоретической механики. Время на решение каждой задачи – 40 минут. Пользоваться литературой не разрешается. Студентам, успешно справившимся со всеми 3-мя задачами, засчитываются задания и добавляются 2 балла к рейтингу. Студенты, не решившие хотя бы одну из трёх задач, получают за экзамен оценку «неудовлетворительно».

Студенты, не сдавшие второе задание, в день сдачи экзамена должны решить 2 задачи на темы базового второго задания по курсу теоретической механики. Время на решение каждой задачи – 40 минут. Пользоваться литературой не разрешается.

Студентам, успешно справившимся с 2-мя задачами, засчитывается второе задание и добавляется 1 балл к рейтингу. Студенты, не решившие хотя бы одну из двух задач, получают за экзамен оценку «неудовлетворительно».

Студент, сдавший оба задания, придя на экзамен, получает билет, включающий один теоретический вопрос и одну задачу. Время на подготовку – 40 минут на теоретический вопрос и 40 минут на решение задачи. При подготовке ответа на теоретический вопрос (и решении приложенной к билету задачи) разрешается пользоваться любой справочной литературой. Студент, хорошо зарекомендовавший себя на практических занятиях, может быть освобожден от задачи.

Экзаменатор должен задать студенту не менее трех вопросов по программе курса. Если студент претендует на повышенный уровень, экзаменатор должен задать не менее одного вопроса по материалу, выбранному студентом в качестве дополнительного при решении задания.