

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**  
**Проректор по учебной работе**

**А.А. Воронов**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Оптимизация
<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Управление инновациями в бизнесе Физтех-школа бизнеса высоких технологий кафедра высшей математики
<b>курс:</b>	2
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 3 (осенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 48 всего, в том числе:

лекции: 24 час.

семинары: 24 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 42 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Количество контрольных работ, заданий: 3

Программу составил: Н.Г. Павлова, канд. физ.-мат. наук, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры высшей математики 23.11.2023

## Аннотация

Дисциплина «Оптимизация» относится к базовой части ООП.

Курс семестровый, читается в третьем семестре. В конце семестра предусмотрен дифференцированный зачет.

Программа дисциплины содержит стандартные разделы выпуклого анализа, выпуклого программирования, линейного программирования, вариационного исчисления, оптимального управления, динамического программирования и теории игр.

Сведения и навыки, полученные в результате освоения данной дисциплины, используются в курсах: риск-менеджмент, микроэкономика, финансы, инвестиционный анализ, динамические рынки и маркетинг.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

- изучение и освоение студентами основ оптимизации и понимание её места в системе фундаментальных и прикладных математических дисциплин, знакомство с экономико-математическими моделями, а также развитие навыков самостоятельного решения проблем теории и методов решения экстремальных задач.

#### Задачи дисциплины

- приобретение слушателями учебных умений и навыков в области выпуклого анализа, выпуклого программирования, линейного программирования, вариационного исчисления, оптимального управления, динамического программирования и теории игр.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
УК-6 Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	УК-6.2 Способен планировать самостоятельную деятельность в решении профессиональных задач; подвергать критическому анализу проделанную работу; находить и творчески использовать имеющийся опыт в соответствии с задачами саморазвития

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- классификацию экстремальных задач;
- элементы выпуклого анализа;
- методы решения задач выпуклого программирования, линейного программирования;
- элементы вариационного исчисления и оптимального управления;
- элементы теории игр.

уметь:

- формулировать оптимизационные проблемы и подбирать метод их решения;
- решать стандартные задачи на применение изученных утверждений теории оптимизации;
- применять оптимизационные методы к решению задач, возникающих при моделировании экономических процессов.

владеть:

- различными способами исследования задач оптимизации.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Введение. Основные понятия теории оптимизации.	2	2		4
2	Элементы выпуклого анализа.	2	2		4
3	Выпуклое программирование.	2	2		4
4	Линейное программирование.	2	2		4
5	Вариационное исчисление.	4	4		6
6	Оптимальное управление.	4	4		6
7	Динамическое программирование.	4	4		6
8	Теория игр.	4	4		8
Итого часов		24	24		42
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		90 час., 2 зач.ед.			

##### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 3 (Осенний)

###### 1. Введение. Основные понятия теории оптимизации.

Исторические примеры экстремальных задач: задача Дидоны, задача о брахистохроне, задача о рационале, транспортная задача и др. Простейшие примеры формализации экстремальных задач. Основные классы экстремальных задач.

###### 2. Элементы выпуклого анализа.

Выпуклые множества. Выпуклые функции. Отделимость выпуклых множеств. Субградиент. Субдифференциал.

###### 3. Выпуклое программирование.

Постановка задачи. Правило множителей Лагранжа. Теорема Куна-Таккера.

###### 4. Линейное программирование.

Постановка задачи. Геометрическая интерпретация. Симплекс-метод. Теоремы двойственности.

###### 5. Вариационное исчисление.

Постановка задачи. Уравнение Эйлера. Задача Больца. Необходимые условия экстремума в задаче Больца. Условия трансверсальности.

## 6. Оптимальное управление.

Постановка задачи. Принцип максимума Понтрягина.

## 7. Динамическое программирование.

Постановка задачи. Функция Беллмана. Уравнение Беллмана. Проблема синтеза для дискретных систем.

## 8. Теория игр.

Матричные игры. Игры с Природой. Кооперативные игры. Оптимальность по Парето. Равновесие Нэша. Динамические игры. Игры с неполной и несовершенной информацией. Равновесие Байеса-Нэша.

# 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная доской (меловая, маркерная или электронная), мультимедиа проектором, экраном и микрофоном.

## 6. Перечень рекомендуемой литературы

### Основная литература

1. Оптимальное управление [Текст], учебник для вузов /В. М. Алексеев, В. М. Тихомиров, С. В. Фомин. М., ФИЗМАТЛИТ, 2018
2. Элементы выпуклого и сильно выпуклого анализа [Текст] / Е. С. Половинкин, М. В. Балашов .— Научное изд. — М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004 .— 416 с.
3. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи [Электронный ресурс], учеб. пособие / В. М. Алексеев, Э. М. Галеев, В. М. Тихомиров. — М., Физматлит, 2011.— URL: <https://e.lanbook.com/book/2097> (дата обращения: 14.01.2021). - Полный текст (Режим доступа : из сети МФТИ / Удаленный доступ)

### Дополнительная литература

1. Принцип максимума Понтрягина : Доказательство и приложения [Текст] / А. В. Арутюнов, Г. Г. Магарил-Ильяев, В. М. Тихомиров - М.Изд-во МЦНМО,2006
2. Математические методы оптимального управления [Текст]/В. Г. Болтянский , -М., Наука, 1969
3. Оптимальное управление [Текст], [монография]/Э. М. Галеев [и др.] , -М., Изд-во МЦНМО, 2008
4. Краткий курс теории экстремальных задач [Текст] : учеб. пособ. для студ. вузов / Э. М. Галеев, В. М. Тихомиров .— М. : Изд-во МГУ, 1989 .— 204 с.

## 7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Не используются

## 8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Приведены в ежегодно разрабатываемых домашних заданиях.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

**по направлению:** Прикладные математика и физика  
**профиль подготовки:** Управление инновациями в бизнесе  
Физтех-школа бизнеса высоких технологий  
кафедра высшей математики  
**курс:** 2  
**квалификация:** бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 3 (осенний) - Дифференцированный зачет

**Разработчик:** Н.Г. Павлова, канд. физ.-мат. наук, доцент

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
УК-6 Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	УК-6.2 Способен планировать самостоятельную деятельность в решении профессиональных задач; подвергать критическому анализу проделанную работу; находить и творчески использовать имеющийся опыт в соответствии с задачами саморазвития

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Оптимизация» обучающийся должен:

### знать:

- классификацию экстремальных задач;
- элементы выпуклого анализа;
- методы решения задач выпуклого программирования, линейного программирования;
- элементы вариационного исчисления и оптимального управления;
- элементы теории игр.

### уметь:

- формулировать оптимизационные проблемы и подбирать метод их решения;
- решать стандартные задачи на применение изученных утверждений теории оптимизации;
- применять оптимизационные методы к решению задач, возникающих при моделировании экономических процессов.

### владеть:

- различными способами исследования задач оптимизации.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Текущий контроль осуществляется на основе выполнения студентами совокупности домашних заданий и контрольных работ в соответствии с учебным планом. Данные о посещаемости и текущей успеваемости вносятся преподавателями в специальные журналы.

Текущий контроль на основе домашних заданий осуществляется в течении учебного семестра в сроки, установленные Учебным управлением, в соответствии с учебным планом.

Для сдачи задания студент обязан предоставить решение задачи домашнего задания в письменной форме, ответить на вопросы преподавателя и написать контрольную работу по заданию, по которой проверяются знание понятий и утверждений по темам сдаваемого задания и умению решать задачи.

Во время выполнения контрольной работы нельзя пользоваться помощью других лиц, вычислительной техники и мобильными телефонами.

## 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Перечень контрольных вопросов для дифференцированного зачета:

1. Исследовать функцию на выпуклость.

2. Найти сопряжённую функцию.
3. Вычислить субдифференциал функции.
4. Решить задачу выпуклого программирования.
5. Решить задачу линейного программирования.
6. Построить и решить двойственную задачу линейного программирования.
7. Решить задачу Больца.
8. Решить простейшую задачу классического вариационного исчисления.
9. Решить задачу синтеза оптимального управления.
10. Найти равновесные ситуации в биматричной игре.
11. Вычислить вектор Шепли кооперативной игры.

#### Критерии оценивания

Оценка «отлично (10)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;

оценка «отлично (9)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений, но при этом были допущены небольшие неточности, которые были самостоятельно обнаружены и исправлены;

оценка «отлично (8)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений, но при этом были допущены небольшие неточности, которые после указания экзаменатора были самостоятельно исправлены;

оценка «хорошо (7)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает неточности в ответе или делает несущественные ошибки при решении задач;

оценка «хорошо (6)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает небольшие ошибки в ответе и (или) при решении задач;

оценка «хорошо (5)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но отвечает неуверенно и (или) допускает ошибки при решении задач;

оценка «удовлетворительно (4)» выставляется обучающемуся, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, неточные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, если при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «удовлетворительно (3)» выставляется обучающемуся, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, неточные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, не владеющему некоторыми разделами учебной программы, но умеющему применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется обучающемуся, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач;

оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется обучающемуся, показавшему полное незнание учебной программы дисциплины.

#### 5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Дифференцированный зачет проводится по итогам текущей успеваемости сдачи заданий и контрольных вопросов, предусмотренных программой дисциплины.



При проведении устного опроса обучающемуся предоставляется 1 астрономический час на подготовку.

Опрос обучающегося на устном опросе не должен превышать двух астрономических часов.

Во время проведения устного опроса обучающиеся могут пользоваться только программой дисциплины.