

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО

**Директор физтех-школы
прикладной математики и
информатики**

А.М. Райгородский

Рабочая программа дисциплины (модуля)

по дисциплине: Дискретная математика
по направлению: Прикладная математика и информатика
профиль подготовки: Прикладная математика, компьютерные науки и инженерия
Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики
кафедра дискретной математики
курс: 1
квалификация: бакалавр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

1 (осенний) - Экзамен

2 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 180 всего, в том числе:

лекции: 60 час.

семинары: 120 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 210 час.

Подготовка к экзамену: 60 час.

Всего часов: 450, всего зач. ед.: 10

Количество контрольных работ, заданий: 4

Программу составил: А.А. Глибичук, канд. физ.-мат. наук, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры дискретной математики 04.06.2020

Аннотация

Цель дисциплины - дать студентам базовые вещи из теории чисел, теории множеств, теории булевых функций, научить началам математической логики и теории алгоритмов, а также обучить основам теории графов.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

освоение основных современных методов экстремальной комбинаторики (ЭК): вероятностного метода, линейно-алгебраического метода, топологического метода.

Задачи дисциплины

- освоение студентами базовых знаний (понятий, концепций, методов и моделей) в области ЭК;
- приобретение теоретических знаний и практических умений и навыков в области ЭК;
- оказание консультаций и помощи студентам в проведении собственных теоретических ис-следований в области ЭК.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- фундаментальные понятия, законы, теории части дискретной математики – ЭК;
- современные проблемы соответствующих разделов дискретной математики (ЭК);
- понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла ЭК;
- основные свойства соответствующих математических объектов;
- аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач дискретной математики (ЭК).

уметь:

- понять поставленную задачу;
- использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач ЭК;
- оценивать корректность постановок задач;
- строго доказывать или опровергать утверждение;
- самостоятельно находить алгоритмы решения задач ЭК, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
- точно представить математические знания в области ЭК в устной и письменной форме.

владеть:

- навыками освоения большого объема информации и решения задач ЭК (в том числе, сложных);
- навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов ЭК;
- предметным языком дискретной математики и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Задачи о разбиениях чисел на слагаемые. Упорядоченные и неупорядоченные разбиения. Рекуррентные формулы.	6	12		26
2	Понятия множества и подмножества, простейшие операции над множествами.	8	16		26
3	Применение формулы обращения Мёбиуса для подсчета числа циклических последовательностей.	8	16		26
4	Простые числа.	8	16		27
5	Свойства упорядоченных множеств.	6	12		25
6	Сравнение мощностей и понятие равномощности.	8	16		25
7	Суммы, распространенные на делители числа.	8	16		25
8	Формула включения и исключения.	8	16		30
Итого часов		60	120		210
Подготовка к экзамену		60 час.			
Общая трудоёмкость		450 час., 10 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 1 (Осенний)

1. Задачи о разбиениях чисел на слагаемые. Упорядоченные и неупорядоченные разбиения. Рекуррентные формулы.

Количество всех упорядоченных разбиений на произвольные слагаемые. Диаграммы Юнга. Теоремы Эйлера о равенстве количеств неупорядоченных разбиений.

2. Понятия множества и подмножества, простейшие операции над множествами.

Упорядоченные пары и кортежи, декартово произведение.

3. Применение формулы обращения Мёбиуса для подсчета числа циклических последовательностей.

Циклические последовательности с фиксированным количеством символов каждого типа.

4. Простые числа.

Бесконечность множества простых. Основная теорема арифметики с доказательством.

Семестр: 2 (Весенний)

5. Свойства упорядоченных множеств.

Операции над упорядоченными множествами. Изоморфизмы упорядоченных множеств.

6. Сравнение мощностей и понятие равномощности.

Теорема Кантора-Бернштейна. Счётные и несчётные множества. Теорема Кантора.

7. Суммы, распространенные на делители числа.

Функция Мёбиуса.

8. Формула включения и исключения.

Знакопеременные тождества.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная компьютером и мультимедийным оборудованием (проектор, звуковая система).

6. Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Основы комбинаторики и теории чисел [Текст] : сборник задач : учеб. пособие для вузов / А. А. Глибчук [и др.] .— Долгопрудный : Изд. Дом "Интеллект", 2015 .— 104 с.
2. Комбинаторика и теория вероятностей [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / А. М. Райгородский .— Долгопрудный : Интеллект, 2013 .— 104 с. - Библиогр.: с. 99. - 3000 экз. - ISBN 978-5-91559-147-8 .— Полный текст (Режим доступа : доступ из сети МФТИ).

Дополнительная литература

1. Комбинаторика и информатика [Текст]. Ч. 1. Комбинаторный анализ : учеб. пособие / В. К. Леонтьев; Моск. физ.- техн. ин-т (гос. ун-т) .— М : МФТИ , 2015 .— 174 с. + pdf-версия. - Библиогр.: с. 173. - 250 экз. - ISBN 978-5-7417-0545-2. — Полный текст (Доступ из сети МФТИ).

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

<http://dm.fizteh.ru>

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Не предусмотрено.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

1. Рекомендуется успешно сдавать контрольные работы, так как это упрощает итоговую аттестацию по предмету.
2. Для подготовки к итоговой аттестации по предмету лучше всего пользоваться материалами лекций.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Прикладная математика и информатика
профиль подготовки:	Прикладная математика, компьютерные науки и инженерия Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра дискретной математики
курс:	1
квалификация:	бакалавр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

- 1 (осенний) - Экзамен
- 2 (весенний) - Экзамен

Разработчик: А.А. Глибичук, канд. физ.-мат. наук, доцент

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Дискретная математика» обучающийся должен:

знать:

- фундаментальные понятия, законы, теории части дискретной математики – ЭК;
- современные проблемы соответствующих разделов дискретной математики (ЭК);
- понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла ЭК;
- основные свойства соответствующих математических объектов;
- аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач дискретной математики (ЭК).

уметь:

- понять поставленную задачу;
- использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач ЭК;
- оценивать корректность постановок задач;
- строго доказывать или опровергать утверждение;
- самостоятельно находить алгоритмы решения задач ЭК, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
- точно представить математические знания в области ЭК в устной и письменной форме.

владеть:

- навыками освоения большого объема информации и решения задач ЭК (в том числе, сложных);
- навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов ЭК;
- предметным языком дискретной математики и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Примеры контрольных работ приведены отдельно, в конце программы

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Вопросы к экзамену:

- Приведите пример соответствия, которое обладает следующими свойствами: а) сюръективное, не инъективное, не отображение; б) не сюръективное, инъективное, не отображение; в) не сюръективное, не инъективное, отображение.

- Сформулируйте определяющие свойства соответствий, обратных к инъективным и к сюръективным.
- Соответствие является одновременно инъективным и сюръективным. Обязательно ли оно является биекцией?
- Докажите, что композиция отображений, инъективных соответствий, сюръективных соответствий и биекций является отображением, инъективным соответствием, сюръективным соответствием, биекцией соответственно.
- Покажите, что в любом бесконечном множестве найдётся счётное подмножество.
- Докажите, что любое подмножество счётного множества не более чем счётно.

Темы для курсовой:

- Докажите, что объединение двух счётных множеств счётно.

Билет 1:

1. Сформулируйте определяющие свойства соответствий, обратных к инъективным и к сюръективным.
2. Соответствие является одновременно инъективным и сюръективным. Обязательно ли оно является биекцией?

Билет 2:

1. Докажите, что композиция отображений, инъективных соответствий, сюръективных соответствий и биекций является отображением, инъективным соответствием, сюръективным соответствием, биекцией соответственно.
2. Покажите, что в любом бесконечном множестве найдётся счётное подмножество.

Критерии оценивания

- оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений
- оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений
- оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему всесторонние систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, и правильное обоснование принятых решений
- оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал, и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет фрагментарно основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

- оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач
- оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется студенту, который не знает формулировок основных понятий дисциплины.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Во время проведения экзамена обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины.