

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО

**Директор физтех-школы
прикладной математики и
информатики**

А.М. Райгородский

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Практикум по дискретной математике
по направлению:	Прикладная математика и информатика
профиль подготовки:	Прикладная математика, компьютерные науки и инженерия Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра дискретной математики
курс:	1
квалификация:	бакалавр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

1 (осенний) - Зачет

2 (весенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 0 час.

семинары: 0 час.

лабораторные занятия: 60 час.

Самостоятельная работа: 210 час.

Всего часов: 270, всего зач. ед.: 6

Программу составил: А.А. Глибичук, канд. физ.-мат. наук, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры дискретной математики 05.06.2023

Аннотация

Практический курс который на практике закрепляет у студентов базовые понятия дискретной математики, такие как: теория чисел, теория множеств, теория булевых функций. На практике учит азам математической логики и теории алгоритмов и теории графов.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

- освоение общематематической терминологии (множества, отношения, функции).

Задачи дисциплины

- выработать навык структурированного логического мышления;
- научиться давать формальные определения и приводить примеры определяемых объектов;
- научиться строить формальные записи математических утверждений и их доказательств и работать с этими записями;
- научиться проводить математические рассуждения, не основанные на конкретных свойствах рассматриваемых объектов.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
ОПК-3 Способен составлять и оформлять научные и (или) технические (технологические, инновационные) отчеты (публикации, проекты)	ОПК-3.2 Владеет на практике методологией составления научно-технических отчетов (проектов)
	ОПК-3.1 Знает основные правила оформления научных публикаций и научно-технической документации, в том числе с использованием прикладного программного обеспечения
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- фундаментальные понятия, законы, теории части дискретной математики;
- современные проблемы соответствующих разделов дискретной математики;
- понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла;
- основные свойства соответствующих математических объектов.

уметь:

- понять поставленную задачу;
- использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач;
- оценивать корректность постановок задач;
- строго доказывать или опровергать утверждение;
- самостоятельно находить алгоритмы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
- точно представить математические знания в области в устной и письменной форме.

владеть:

- навыками освоения большого объема информации и решения задач (в том числе, сложных);
- навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов;
- предметным языком дискретной математики и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Исчисление высказываний			8	25
2	Логика высказываний			7	25
3	Элементарная теория множеств			8	25
4	Языки первого порядка			7	30
5	Исчисление высказываний			6	20
6	Исчисления предикатов и теория моделей			6	20
7	Классы булевых функций			6	20
8	Пропозициональные формулы			6	20
9	Тавтологии			6	25
Итого часов				60	210
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		270 час., 6 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 1 (Осенний)

1. Исчисление высказываний

Язык исчисления высказываний. Определения. Расстановка скобок. Вычисление значений высказываний. Формальная система.

2. Логика высказываний

Язык логики высказываний. Аксиомы и правила вывода формальной системы логики высказываний. Таблицы истинности основных операций. Тавтологически истинные формулы (тавтологии).

3. Элементарная теория множеств

Примеры множеств. Обозначение и задание множеств. Отношения между множествами и операции над множествами. Свойства операций над множествами.

4. Языки первого порядка

Основные определения. Сигнатуры. Аксиоматика и доказательство формул. Интерпретация.

Семестр: 2 (Весенний)

5. Исчисление высказываний

Аксиомы и правила вывода. Теорема о корректности и лемма о дедукции. Дополнительные правила вывода.

6. Исчисления предикатов и теория моделей

Теории и модели. Выполнимость и общезначимость формул первого порядка. Предварительная нормальная форма. Аксиомы и правила вывода исчисления предикатов. Правило обобщения. Лемма о дедукции для исчисления предикатов. Корректность исчисления предикатов. Непротиворечивые и совместные теории. Полные и экзистенциально полные теории. Теорема Гёделя о полноте исчисления предикатов. Теорема Мальцева о компактности. Аксиоматизируемость теорий. Аксиомы равенства и нормальные модели.

7. Классы булевых функций

Свойства замыкания функции с переменными. Примеры замкнутых классов. Некоторые свойства замкнутых классов. Полные системы функций.

8. Пропозициональные формулы

Высказывания. Примеры высказываний. Пропозициональные переменные. Определения основных логических операций.

9. Тавтологии

Построение тавтологий. Примеры тавтологий. Тавтологии исчисления высказываний (и алгебры высказываний). Тавтологии исчисления предикатов (и алгебры предикатов).

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная компьютером и мультимедийным оборудованием (проектор, звуковая система).

6. Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Дискретная математика. Теория и практика решения задач по информатике, учебное пособие / С. М. Окулов. — Москва, Лаборатория знаний, 2020. — URL: <http://books.mipt.ru/book/301446> (дата обращения: 18.02.2021). - Полный текст (Режим доступа : из сети МФТИ / Удаленный доступ)

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

<http://dm.fizteh.ru>

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Не предусмотрено.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Рекомендуется успешно сдавать контрольные работы, так как это упрощает итоговую аттестацию по предмету.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Прикладная математика и информатика
профиль подготовки:	Прикладная математика, компьютерные науки и инженерия Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра дискретной математики
курс:	1
квалификация:	бакалавр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

- 1 (осенний) - Зачет
- 2 (весенний) - Дифференцированный зачет

Разработчик: А.А. Глибичук, канд. физ.-мат. наук, доцент

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
ОПК-3 Способен составлять и оформлять научные и (или) технические (технологические, инновационные) отчеты (публикации, проекты)	ОПК-3.2 Владеет на практике методологией составления научно-технических отчетов (проектов)
	ОПК-3.1 Знает основные правила оформления научных публикаций и научно-технической документации, в том числе с использованием прикладного программного обеспечения
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Практикум по дискретной математике» обучающийся должен:

знать:

- фундаментальные понятия, законы, теории части дискретной математики;
- современные проблемы соответствующих разделов дискретной математики;
- понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла;
- основные свойства соответствующих математических объектов.

уметь:

- понять поставленную задачу;
- использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач;
- оценивать корректность постановок задач;
- строго доказывать или опровергать утверждение;
- самостоятельно находить алгоритмы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
- точно представить математические знания в области в устной и письменной форме.

владеть:

- навыками освоения большого объема информации и решения задач (в том числе, сложных);
- навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов;
- предметным языком дискретной математики и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

1 семестр:

1. Упорядоченные пары и кортежи, декартово произведение.
2. Понятия образа и прообраза.

3. Композиция и обратное отображение.
4. Сравнение мощностей и понятие равномощности.
5. Счётные и несчётные множества.
6. Теорема Кантора-Бернштейна.
7. Теорема Кантора.
8. Свойства бинарных отношений.
9. Отношения частичного и линейного порядка.
10. Операции над упорядоченными множествами.
11. Размещения, перестановки и сочетания.

2 семестр:

1. Простые числа. Бесконечность множества простых.
2. Задачи о разбиениях чисел на слагаемые.
3. Рекуррентные формулы.
4. Диаграммы Юнга.
5. Формула Харди – Рамануджана (б/д).
6. Пример тождества, доказываемого с помощью формальных степенных рядов.
7. Производящие функции.
8. Теорема о сходимости степенных рядов (б/д).
9. Числа Фибоначчи и их производящая функция.
10. Суммы чисел Фибоначчи, чисел сочетания и пр.
11. Числа Каталана.
12. Линейные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами.
13. Функция Эйлера.
14. Основы теории сравнений.
15. Системы вычетов.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Перечень вопросов для сдачи зачета в 1 семестре:

1. Понятия множества и подмножества, простейшие операции над множествами.
2. Отображения и соответствия.
3. Свойства отображений.
4. Возведение множества в степень.
5. Отношения на множествах.
6. Отношения эквивалентности, теорема о классах эквивалентности.
7. Минимальные/максимальные и наименьшие/наибольшие элементы.
8. Свойства упорядоченных множеств.
9. Изоморфизмы упорядоченных множеств.
10. Основные правила комбинаторики: правило сложения, правило умножения, принцип Дирихле.
11. Формулы для чисел размещения и сочетания с повторениями и без повторений.
12. Бином Ньютона, полиномиальная формула.
13. Простейшие тождества (6 штук).
14. Формулы для сумм степеней натуральных чисел.
15. Формула включения и исключения.
16. Знакопеременные тождества (2 штуки).

Перечень вопросов для сдачи дифференцированного зачета во 2 семестре:

1. Основная теорема арифметики с доказательством.
2. Упорядоченные и неупорядоченные разбиения.

3. Количество всех упорядоченных разбиений на произвольные слагаемые.
4. Теоремы Эйлера о равенстве количеств неупорядоченных разбиений.
5. Формальные степенные ряды, операции над ними, деление в столбик.
6. Примеры, иллюстрирующие теоремы.
7. Сходимость на границе интервала.
8. Извлечение корней из степенных рядов.
9. Формула для числа Каталана: д-во через производящие функции.
10. Соотношения 1ого порядка.
11. Соотношения 2ого порядка – с доказательством, соотношения большего порядка – только формулировка.
12. Основы теории делимости: наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное, алгоритм Евклида.
13. Формула с произведением по простым числам.
14. Теоремы Эйлера и Ферма (Ферма с двумя доказательствами).

Критерии оценивания

- оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений
- оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений
- оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему всесторонние систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, и правильное обоснование принятых решений
- оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал, и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет фрагментарно основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач
- оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется студенту, который не знает формулировок основных понятий дисциплины.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Во время проведения зачетов обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины.