

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Директор института нано-, био-,  
информационных, когнитивных  
и социогуманитарных наук и  
технологий**

**Т.Е. Григорьев**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

<b>по дисциплине:</b>	Уравнения математической физики
<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Термоядерная энергетика и плазменные технологии Физтех-школа природоподобных, плазменных и ядерных технологий им. И.В. Курчатова Кафедра математики и математических методов физики
<b>курс:</b>	3
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

5 (осенний) - Экзамен

6 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 120 всего, в том числе:

лекции: 60 час.

семинары: 60 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 135 час.

Подготовка к экзамену: 60 час.

Всего часов: 315, всего зач. ед.: 7

Количество контрольных работ, заданий: 4

Программу составил: А.И. Шафаревич, д-р физ.-мат. наук, профессор, профессор

Программа обсуждена на заседании Кафедры математики и математических методов физики 01.03.2023

## Аннотация

Целью освоения дисциплины является формирование систематических знаний в области математической физики, о ее месте и роли в системе физико-математических наук, приложениях в естественных науках, а также формирование общематематической культуры: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

- формирование базовых знаний по математической физике для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания;
- формирование математической культуры, исследовательских навыков и способности применять знания на практике.

#### Задачи дисциплины

- формирование у обучающихся базовых знаний по математической физике;
- формирование общематематической культуры: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями;
- формирование умений и навыков применять полученные знания для решения задач математической физики, самостоятельного анализа полученных результатов.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ОПК-5 Способен участвовать в проведении фундаментальных и прикладных исследований и разработок, самостоятельно осваивать новые теоретические, в том числе, математические методы исследований, и работать на современной экспериментальной научно-исследовательской, измерительно-аналитической и технологической аппаратуре	ОПК-5.1 Способен решать поставленные задачи в области теоретических и экспериментальных исследований и разработок
	ОПК-5.2 Обладает способностью к освоению новых знаний на основе изучения литературы, научных статей и других источников
	ОПК-5.3 Способен к профессиональной эксплуатации современной экспериментальной научно-исследовательской (измерительно-аналитической и технологической) аппаратуры

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны знать:

- определение и свойства линейных, квазилинейных и нелинейных уравнений первого порядка, теоремы существования и единственности решения задачи Коши для них, определение симплектической и контактной структуры, вид характеристик для уравнений первого порядка;
- формулу Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности, теоремы существования и единственности решения задачи Коши, принцип максимума; формулу Ньютона решения уравнения Пуассона, теоремы существования и единственности, принцип максимума;
- формулы д'Аламбера, Кирхгофа и Пуассона решения задачи Коши для волнового уравнения, теоремы существования и единственности, закон сохранения энергии; определение и свойства обобщенных функций, пространства обобщенных функций, производные, тензорное произведение и свертка обобщенных функций;
- определение обобщенных решений дифференциальных операторов и фундаментального решения дифференциального оператора с постоянными коэффициентами;
- теорему Хермандера, конструкцию фундаментального решения обыкновенного дифференциального оператора, формулы для фундаментальных решений операторов теплопроводности, Лапласа и волнового;
- постановки краевых задач для уравнений Лапласа и Пуассона, теоремы единственности решений краевых задач, определение и свойства потенциалов простого и двойного слоя, теоремы существования решений внутренних и внешних задач Дирихле и Неймана, определение и свойства функции Грина задач Дирихле и Неймана;
- свойства собственных значений и собственных функций оператора Лапласа в ограниченной области; свойства решений уравнения Гельмгольца, условия излучения Зоммерфельда, принцип предельного поглощения, принцип предельной амплитуды;
- фундаментальное решение оператора Лапласа на плоскости, теоремы существования и единственности решения двумерных краевых задач, формулы для функции Грина и решения задачи Дирихле в односвязной области;
- определение псевдодифференциального оператора, ограниченность п.д.о. в пространствах Соболева, теоремы о композиции и псевдолокальности п.д.о., свойства эллиптических п.д.о., теорему о параметрике, свойства интегральных операторов Фурье.

уметь:

- решать квазилинейные уравнения первого порядка, уравнение Гамильтона – Якоби и общее нелинейное уравнение, находить их характеристики; решать задачи Коши для уравнений теплопроводности и волнового; вычислять потенциал Ньютона; находить производные, свертки и преобразования Фурье обобщенных функций;
- находить фундаментальные решения дифференциальных операторов с постоянными коэффициентами;
- решать краевые задачи методом разделения переменных и при помощи потенциалов, решать смешанные задачи, находить функцию Грина задач Дирихле и Неймана, применять метод конформных отображений для решения двумерных задач, находить собственные функции и собственные значения оператора Лапласа;
- применять технику псевдодифференциальных операторов к исследованию уравнений математической физики.

владеть:

- аппаратом уравнений в частных производных первого порядка для его применения в физике и геометрии;
- техникой решения основных уравнений математической физики во всем пространстве и ее приложениями к физическим задачам;
- аппаратом теории обобщенных функций и фундаментальных решений дифференциальных операторов;
- аппаратом теории потенциалов для его применения в физике;
- техникой решения краевых и смешанных задач для основных уравнений математической физики и ее приложениями;
- аппаратом теории псевдодифференциальных операторов.

#### **4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

##### **4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий**

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Обобщенные решения уравнений математической физики. Фундаментальные решения.	10	10		15
2	Основные уравнения математической физики.	10	10		15
3	Уравнения первого порядка.	10	10		15
4	Краевые задачи.	10	10		30
5	Свойства псевдодифференциальных операторов.	10	10		30
6	Спектральные и смешанные задачи.	10	10		30
Итого часов		60	60		135
Подготовка к экзамену		60 час.			
Общая трудоёмкость		315 час., 7 зач.ед.			

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 5 (Осенний)

##### 1. Обобщенные решения уравнений математической физики. Фундаментальные решения.

Обобщенные функции. Производные обобщенных функций. Обобщенные функции умеренного роста и обобщенные функции с компактным носителем. Преобразование Фурье обобщенных функций. Тензорное произведение и свертка обобщенных функций. Обобщенные решения линейных уравнений в частных производных. Фундаментальные решения дифференциальных операторов с постоянными коэффициентами. Теорема существования фундаментального решения. Лестница Хермандера. Метод спуска для обобщенных решений. Фундаментальное решение линейного обыкновенного дифференциального уравнения. Фундаментальное решение оператора теплопроводности. Фундаментальное решение оператора Лапласа.

Фундаментальное решение волнового оператора. Постановка и решение обобщенной задачи Коши для волнового уравнения. Постановка и решение обобщенной задачи Коши для уравнения теплопроводности.

##### 2. Основные уравнения математической физики.

Уравнение теплопроводности. Формула Пуассона. Теорема существования решения задачи Коши. Принцип максимума для уравнения теплопроводности. Теорема единственности решения задачи Коши. Уравнение Пуассона в трехмерном пространстве. Ньютонов потенциал.

Формулы Грина. Теорема существования решения уравнения Пуассона. Принцип максимума для уравнения Лапласа. Единственность решения уравнения Пуассона. Одномерное волновое уравнение. Формула д'Аламбера. Трехмерное волновое уравнение. Уравнение Дарбу. Формула Кирхгофа. Запаздывающий потенциал. Двумерное волновое уравнение. Метод спуска. Формула Пуассона. Закон сохранения энергии для волнового уравнения. Единственность решения задачи Коши.

##### 3. Уравнения первого порядка.

Нейные уравнения первого порядка. Характеристики. Решение задачи Коши.

Инвариантные поверхности векторного поля. Задача Коши построения инвариантной поверхности.

Квазилинейные уравнения первого порядка. Характеристики. Построение инвариантной поверхности. Решение задачи Коши.

Уравнение Гамильтона – Якоби. Лагранжевы поверхности в симплектическом пространстве.

Линейное симплектическое пространство. Косоортогональные дополнения. Симплектический базис. Изотропные, коизотропные и лагранжевы подпространства.

Характеристики на гиперповерхности в симплектическом пространстве. Гамильтоновы системы. Инвариантные лагранжевы многообразия. Лагранжева задача Коши.

Решение задачи Коши для уравнения Гамильтона – Якоби.

Общее уравнение первого порядка. Лежандровы поверхности, соответствующие решениям.

Контактная структура. Характеристики на гиперповерхности в пространстве с контактной структурой. Инвариантные лежандровы поверхности.

Решение задачи Коши для общего уравнения первого порядка.

## Семестр: 6 (Весенний)

### 4. Краевые задачи.

Постановка краевых задач для уравнений Лапласа и Пуассона.

Потенциалы двойного слоя и их свойства.

Потенциалы простого слоя и их свойства.

Теоремы единственности решения задач Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа.

Существование решений задач Дирихле и Неймана. Потенциал Робена.

Функция Грина задачи Дирихле для оператора Лапласа в трехмерной области и ее свойства.

Функция Грина задачи Неймана.

Функция Грина задачи Дирихле в двумерном случае. Связь с конформными отображениями.

Формула для решения задачи Дирихле.

### 5. Свойства псевдодифференциальных операторов.

Пространства Соболева. Теорема вложения.

Псевдодифференциальные операторы и их символы. Ограниченность п.д.о. в пространствах Соболева.

Теорема о композиции п.д.о. и следствия из нее.

Лемма Хермандера. Эллиптические п.д.о.

Параметрикс эллиптического п.д.о. Существование и свойства решений эллиптических псевдодифференциальных уравнений.

Особенности решения задачи Коши для волнового уравнения с переменными коэффициентами. Интегральные операторы Фурье.

Параметрикс задачи Коши для волнового уравнения. Характеристики.

Носитель сингулярности решения задачи Коши для волнового уравнения в случае, когда начальное условие – дельта-функция.

Особенности решения задачи Коши для волнового уравнения с постоянными коэффициентами в случае, когда начальное условие – дельта-функция на параболе.

### 6. Спектральные и смешанные задачи.

Собственные значения и собственные функции задачи Дирихле для оператора Лапласа.

Уравнение Гельмгольца. Условия Зоммерфельда. Принципы предельного поглощения и предельной амплитуды.

Смешанные задачи. Общая схема разделения переменных.

## **5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Учебная аудитория, оснащенная мультимедиа проектором и экраном.

## **6.Перечень рекомендуемой литературы**

Основная литература

Фонд литературы кафедры

1. В.С. Владимиров. Уравнения математической физики. - 2-е изд., стереотип. - М. : Физматлит, 2000, 2004, 2008. - 400 с.
2. Р. Курант. Уравнения с частными производными. Мир, 1964г. Б.
3. В.С. Владимиров. Сборник задач по уравнениям математической физики. - 5-е изд., перераб. и доп. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2016. - 520 с.
4. С.Л. Соболев. Уравнения математической физики. Наука, 1966.
5. А.М. Ильин. Уравнения математической физики. Физматлит, 2009.
6. С.О. Гладков. Сборник задач по теоретической и математической физике. Физматлит, 2010.
7. А.Ф. Никифоров. Лекции по уравнениям и методам математической физики. Интеллект, 2009.

Дополнительная литература

Фонд литературы кафедры

1. Ф. Трикоми. Дифференциальные уравнения. УРСС, 2010.
2. В.Л. Матросов, Р.М. Асланов, М.В. Топунов. Дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными. Владос, 2011.

## **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

1. <http://math.mipt.ru/study/>
2. <http://dfgm.math.msu.su/materials.php>

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

Для контроля и коррекции знаний обучающиеся могут использовать компьютерное тестирование, в том числе на портале [www.i-exam.ru](http://www.i-exam.ru).

В процессе самостоятельной работы обучающихся возможно использование такие программных средств, как Mathcad, Scilab и др.

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы,
- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе), подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения, доказательство отдельных утверждений, свойств;
- решение задач, предлагаемых студентам на лекциях и практических занятиях;
- подготовку к практическим занятиям, коллоквиумам, экзамену.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций. Показателем владения материалом служит умение решать задачи. Для формирования умения применять теоретические знания на практике студенту необходимо решать как можно больше задач. При решении задач каждое действие необходимо аргументировать, ссылаясь на известные теоретические сведения. Значительно облегчить решение задачи может хорошо выполненный чертеж, если он соответствует условию задачи (прямой угол нарисован прямым, равнобедренный треугольник – равнобедренным и т. д. При подготовке к практическим занятиям необходимо повторять ранее изученные основные определения, формулировки теорем. В начале занятия, как правило, проводится короткий (10-15 минут) опрос по материалу прошедших занятий в устной или письменной форме. Обычно придерживаются следующей схемы: изучение материала лекции по конспекту в тот же день, когда была прослушана лекция (10-15 минут); повторение материала накануне следующей лекции (10-15 минут), проработка учебного материала по конспектам лекций, учебной и научной литературе, подготовка ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения (1 час неделю), подготовка к практическому занятию, решение задач (1 час). Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к лектору или преподавателю, ведущему практические занятия.

Обязательным требованием является выполнение домашних работ, которые оформляются в специально отведённой для этого тетради и систематически сдаются на проверку.

Промежуточный контроль знаний проводится в виде коллоквиумов, на которых студенту предлагается письменно ответить на теоретический вопрос и решить две задачи по теме коллоквиума, а также студенту в ходе освоения курса необходимо выполнить две домашних индивидуальных работы с их последующей защитой.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Термоядерная энергетика и плазменные технологии Физтех-школа природоподобных, плазменных и ядерных технологий им. И.В. Курчатова кафедра математики и математических методов физики
<b>курс:</b>	3
<b>квалификация:</b>	бакалавр
Семестры, формы промежуточной аттестации:	
5 (осенний) - Экзамен	
6 (весенний) - Экзамен	
<b>Разработчик:</b>	А.И. Шафаревич, д-р физ.-мат. наук, профессор, профессор



## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ОПК-5 Способен участвовать в проведении фундаментальных и прикладных исследований и разработок, самостоятельно осваивать новые теоретические, в том числе, математические методы исследований, и работать на современной экспериментальной научно-исследовательской, измерительно-аналитической и технологической аппаратуре	ОПК-5.1 Способен решать поставленные задачи в области теоретических и экспериментальных исследований и разработок
	ОПК-5.2 Обладает способностью к освоению новых знаний на основе изучения литературы, научных статей и других источников
	ОПК-5.3 Способен к профессиональной эксплуатации современной экспериментальной научно-исследовательской (измерительно-аналитической и технологической) аппаратуры

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Уравнения математической физики» обучающийся должен:

### знать:

- определение и свойства линейных, квазилинейных и нелинейных уравнений первого порядка, теоремы существования и единственности решения задачи Коши для них, определение симплектической и контактной структуры, вид характеристик для уравнений первого порядка;
- формулу Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности, теоремы существования и единственности решения задачи Коши, принцип максимума; формулу Ньютона решения уравнения Пуассона, теоремы существования и единственности, принцип максимума;
- формулы д'Аламбера, Кирхгофа и Пуассона решения задачи Коши для волнового уравнения, теоремы существования и единственности, закон сохранения энергии; определение и свойства обобщенных функций, пространства обобщенных функций, производные, тензорное произведение и свертка обобщенных функций;
- определение обобщенных решений дифференциальных операторов и фундаментального решения дифференциального оператора с постоянными коэффициентами;
- теорему Хермандера, конструкцию фундаментального решения обыкновенного дифференциального оператора, формулы для фундаментальных решений операторов теплопроводности, Лапласа и волнового;
- постановки краевых задач для уравнений Лапласа и Пуассона, теоремы единственности решений краевых задач, определение и свойства потенциалов простого и двойного слоя, теоремы существования решений внутренних и внешних задач Дирихле и Неймана, определение и свойства функции Грина задач Дирихле и Неймана;
- свойства собственных значений и собственных функций оператора Лапласа в ограниченной области; свойства решений уравнения Гельмгольца, условия излучения Зоммерфельда, принцип предельного поглощения, принцип предельной амплитуды;
- фундаментальное решение оператора Лапласа на плоскости, теоремы существования и единственности решения двумерных краевых задач, формулы для функции Грина и решения задачи Дирихле в односвязной области;
- определение псевдодифференциального оператора, ограниченность п.д.о. в пространствах Соболева, теоремы о композиции и псевдолокальности п.д.о., свойства эллиптических п.д.о., теорему о параметриксе, свойства интегральных операторов Фурье.

### уметь:

- решать квазилинейные уравнения первого порядка, уравнение Гамильтона – Якоби и общее нелинейное уравнение, находить их характеристики; решать задачи Коши для уравнений теплопроводности и волнового; вычислять потенциал Ньютона; находить производные, свертки и преобразования Фурье обобщенных функций;
- находить фундаментальные решения дифференциальных операторов с постоянными коэффициентами;
- решать краевые задачи методом разделения переменных и при помощи потенциалов, решать смешанные задачи, находить функцию Грина задач Дирихле и Неймана, применять метод конформных отображений для решения двумерных задач, находить собственные функции и собственные значения оператора Лапласа;
- применять технику псевдодифференциальных операторов к исследованию уравнений математической физики.

**владеть:**

- аппаратом уравнений в частных производных первого порядка для его применения в физике и геометрии;
- техникой решения основных уравнений математической физики во всем пространстве и ее приложениями к физическим задачам;
- аппаратом теории обобщенных функций и фундаментальных решений дифференциальных операторов;
- аппаратом теории потенциалов для его применения в физике;
- техникой решения краевых и смешанных задач для основных уравнений математической физики и ее приложениями;
- аппаратом теории псевдодифференциальных операторов.

### **3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю**

В целях текущего контроля успеваемости предусмотрен краткий опрос по темам предыдущих занятий по теме прошлой лекции или в конце занятия по пройденной теме.

### **3. Перечень типовых контрольных заданий, используемых для оценки знаний, умений, навыков**

Промежуточная аттестация по дисциплине «Уравнения математической физики» осуществляется в форме экзамена в 5 и 6 семестрах. Экзамены проводятся в устной форме.

Перечень контрольных вопросов для сдачи экзамена в 5 семестре:

1. Линейные уравнения первого порядка. Характеристики. Решение задачи Коши.
2. Инвариантные поверхности векторного поля. Задача Коши построения инвариантной поверхности.
3. Квазилинейные уравнения первого порядка. Характеристики. Построение инвариантной поверхности. Решение задачи Коши.
4. Уравнение Гамильтона – Якоби. Лагранжевы поверхности в симплектическом пространстве.
5. Линейное симплектическое пространство. Косоортогональные дополнения. Симплектический базис. Изотропные, коизотропные и лагранжевы подпространства.
6. Характеристики на гиперповерхности в симплектическом пространстве. Гамильтоновы системы. Инвариантные лагранжевы многообразия. Лагранжева задача Коши.
7. Решение задачи Коши для уравнения Гамильтона – Якоби.
8. Общее уравнение первого порядка. Лежандровы поверхности, соответствующие решениям.
9. Контактная структура. Характеристики на гиперповерхности в пространстве с контактной структурой. Инвариантные лежандровы поверхности.
10. Решение задачи Коши для общего уравнения первого порядка.
11. Уравнение теплопроводности. Формула Пуассона. Теорема существования решения задачи Коши.
12. Принцип максимума для уравнения теплопроводности. Теорема единственности решения задачи Коши.
13. Уравнение Пуассона в трехмерном пространстве. Ньютонов потенциал.
14. Формулы Грина. Теорема существования решения уравнения Пуассона.
15. Принцип максимума для уравнения Лапласа. Единственность решения уравнения Пуассона.
16. Одномерное волновое уравнение. Формула д'Аламбера.
17. Трехмерное волновое уравнение. Формула Кирхгофа. Запаздывающий потенциал.
18. Двумерное волновое уравнение. Метод спуска. Формула Пуассона.
19. Закон сохранения энергии для волнового уравнения. Единственность решения задачи Коши.
20. Обобщенные функции. Производные обобщенных функций.

21. Обобщенные функции умеренного роста и обобщенные функции с компактным носителем. Преобразование Фурье обобщенных функций.
  22. Тензорное произведение и свертка обобщенных функций.
  23. Обобщенные решения линейных уравнений в частных производных.
- Фундаментальные решения дифференциальных операторов с постоянными коэффициентами.
24. Теорема существования фундаментального решения. Лестница Хермандера.
  25. Метод спуска для обобщенных решений.
  26. Фундаментальное решение обыкновенного дифференциального оператора.
- Фундаментальные решения операторов теплопроводности, Лапласа и волнового.
27. Постановка и решение обобщенной задачи Коши для волнового уравнения.
  28. Постановка и решение обобщенной задачи Коши для уравнения теплопроводности.

Перечень контрольных вопросов для сдачи экзамена в 6 семестре:

1. Постановка краевых задач для уравнений Лапласа и Пуассона.
  2. Свойства гармонических функций (аналитичность, принцип максимума, теорема об устранимой особенности, поведение на бесконечности).
  3. Теоремы единственности решения задач Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа.
  4. Потенциалы двойного слоя и их свойства.
  5. Потенциалы простого слоя и их свойства.
  6. Сведение краевых задач к интегральным уравнениям. Существование решений внутренней задачи Дирихле и внешней задачи Неймана.
  7. Существование решений внешней задачи Дирихле и внутренней задачи Неймана.
- Потенциал Робена.
8. Функция Грина задачи Дирихле для оператора Лапласа в трехмерной области и ее свойства.
  9. Функция Грина задачи Неймана.
  10. Функция Грина задачи Дирихле в двумерном случае. Связь с конформными отображениями. Формула для решения задачи Дирихле.
  11. Собственные значения и собственные функции задачи Дирихле для оператора Лапласа.
  12. Общая схема разделения переменных и решение смешанных задач.
  13. Уравнение Гельмгольца. Условия Зоммерфельда. Принципы предельного поглощения и предельной амплитуды.
  14. Пространства Соболева. Теорема вложения.
  15. Псевдодифференциальные операторы и их символы. Ограниченность п.д.о. в пространствах Соболева.
  16. Теорема о композиции п.д.о. и следствия из нее.

17. Лемма Хермандера. Эллиптические п.д.о.
18. Параметрикс эллиптического п.д.о. Существование и свойства решений эллиптических псевдодифференциальных уравнений.
19. Особенности решения задачи Коши для волнового уравнения с переменными коэффициентами. Интегральные операторы Фурье.
20. Параметрикс задачи Коши для волнового уравнения. Характеристики.
21. Носитель сингулярности решения задачи Коши для волнового уравнения в случае, когда начальное условие – дельта-функция.
22. Особенности решения задачи Коши для волнового уравнения с постоянными коэффициентами в случае, когда начальное условие – дельта-функция на параболе.

#### 4. Критерии оценивания

Оценка	Баллы	Критерии
отлично	10	Выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.
	9	Выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.
	8	Выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.
хорошо	7	Выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.
	6	Выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

	5	Выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.
удовлетворительно	4	Выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.
	3	Выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.
неудовлетворительно	2	Выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.
	1	Выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

При проведении экзамена обучающемуся предоставляется не менее 40 минут на подготовку. Опрос по билету и ответы на дополнительные вопросы не должны превышать двух астрономических часов. По завершении отведенного на опрос времени, экзаменатор должен выставить обучающемуся экзаменационную оценку.