

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Директор института нано-, био-,  
информационных, когнитивных  
и социогуманитарных наук и  
технологий**

**Т.Е. Григорьев**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Математические задачи теории наноструктур
<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Термоядерная энергетика и плазменные технологии Физтех-школа природоподобных, плазменных и ядерных технологий им. И.В. Курчатова Кафедра математики и математических методов физики
<b>курс:</b>	4
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

7 (осенний) - Дифференцированный зачет

8 (весенний) - Зачет

Аудиторных часов: 90 всего, в том числе:

лекции: 60 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 90 час.

Всего часов: 180, всего зач. ед.: 4

Количество контрольных работ, заданий: 4

Программу составил: С.Ю. Доброхотов, д-р физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой

Программа обсуждена на заседании Кафедры математики и математических методов физики 20.03.2023

## Аннотация

Методическая цель курса - иллюстрация возможности построения асимптотико-численных алгоритмов для описания волновых процессов в объектах такого сорта, а также формирование у студентов профессиональных компетенций, связанных с использованием методов математического моделирования в решении задач компьютерного дизайна наноструктур и численного расчета их равновесных геометрических параметров и физических характеристик.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

- освоение методов нахождения асимптотических решений уравнений низкоразмерных структур уравнений квантовой механики в искривленных квантовых волноводах типа тонких трубок и пленок, в графене, а также близких задач гидродинамики и оптики.

#### Задачи дисциплины

- освоение методов теории функций от некоммутирующих операторов и их применения в адиабатическом приближении;
- применение методов предыдущего пункта для вывода эффективных (редуцированных) уравнений задач низкоразмерных структур квантовой и волновой механики;
- освоение асимптотических и геометрических методов построения быстроменяющихся асимптотических решений уравнений квантовой механики, в том числе в тонких трубках и пленках, уравнения Дирака для графена и близких уравнениях гидродинамики и оптики.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

Постановки задач для уравнений квантовой механики в низкоразмерных структурах (квантовых волноводах и графене) и близких линейных задач гидродинамики и оптики. Определения асимптотических решений уравнений эволюционных и стационарных уравнений математической физики. Определения функций от некоммутирующих операторов, псевдодифференциальных операторов с параметром, определения символов дифференциальных и псевдодифференциальных операторов. Метод ВКБ и лучевые разложения. Адиабатическое приближение в операторной форме. Геометрические и топологические объекты, возникающие при построении быстроменяющихся асимптотик- лагранжевы многообразия в фазовых пространствах, индексы Маслова и Морса. Определение канонического оператора Маслова. Условия квантования Бора-Зоммерфельда в многомерных задачах и его связь со спектром операторов квантовой механики.

уметь:

Работать с простейшими формулами теории функций от некоммутирующих операторов - вычислять символы произведения, обратного оператора. Проводить редукцию (процедуру понижения размерности) в задачах с низкоразмерными структурами. Находить асимптотические быстроменяющиеся решения уравнений квантовой механики низкоразмерных структур и близкие асимптотические решения гидродинамики и оптики следующих задач. Для эволюционных уравнений: находить асимптотические решения задачи Коши с начальными условиями в виде быстроосциллирующих волновых пакетов и в виде быстроубывающих функций. Для стационарных задач находить квазиклассические спектральные серии (асимптотические собственные значения и функции) квантово-механических операторов и асимптотику задач рассеяния. Находить представления асимптотических решений в окрестности простейших фокальных точек и каустик.

владеть:

Элементарными конструктивными формулами теории функций от некоммутирующих операторов. Квазиклассическим приближением и его обобщениями в многомерной ситуации для построения быстроизменяющихся решений эволюционных и стационарных задач уравнений квантовой механики и близких линейных задач гидродинамики и оптики.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Адиабатическое приближение в операторной форме и понижение размерности в задачах физики наноструктур.	4	2		5
2	Асимптотики решения дифференциальных и псевдодифференциальных уравнений с помощью канонического оператора Маслова.	4	2		5
3	Асимптотики решения задачи о распространении волновых пакетов, задачи рассеяния и спектральных задач в нанотрубках и графене. Фаза Берри.	4	2		5
4	Лагранжевы многообразия и канонический оператор Маслова в одномерном случае.	4	2		5
5	Математические постановки задач квантовой механики низкоразмерных структур.	4	2		5
6	Метод ВКБ для уравнений квантовой механики.	6	2		10
7	Функции от некоммутирующих операторов и псевдодифференциальные уравнения.	4	3		10
8	Асимптотика волновых пакетов и волновых пучков. Формула Ван Флека.	5	3		10
9	Волны и вихри малой амплитуды на мелкой воде.	5	2		10

10	Индекс и канонический оператор Маслова в многомерном случае. Условие квантование Бора-Зоммерфельда в многомерном случае.	5	2		10
11	Классическая и квантовая динамика спина в нанотрубках. Фаза Берри.	5	3		5
12	Лагранжевы многообразия и их свойства в многомерном случае.	5	2		5
13	Стационарные задачи. Асимптотики задач рассеяния и функция Грина. Связные состояния в нано пленках и графене.	5	3		5
Итого часов		60	30		90
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		180 час., 4 зач.ед.			

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 7 (Осенний)

1. Адиабатическое приближение в операторной форме и понижение размерности в задачах физики наноструктур.

Матричные псевдодифференциальные операторы и уравнения. Матричные псевдодифференциальные операторы и уравнения с операторно-значными символами. Примеры из физики низкоразмерных структур и гидродинамики «Операторное разделение переменных» и адиабатическое приближение.

Эффективные Гамильтонианы и термы. Подстановка Пайерлса и редукция к эффективным уравнениям меньшей размерности. Метод Борна-Оппенгеймера. Понижение размерности уравнения Дирака для графена. Вывод эффективного одномерного уравнения для двумерного квантового волновода переменной ширины. Восстановление решения исходного уравнения по решению редуцированного.

2. Асимптотики решения дифференциальных и псевдодифференциальных уравнений с помощью канонического оператора Маслова.

Общая схема решения задачи Коши. Асимптотика решения задачи Коши для одномерного нестационарного уравнения Шредингера и других (псевдо) дифференциальных уравнений (линеаризованного уравнения Кортевега-де Вриза и уравнений поверхностных волн с начальными с начальным условием в виде (а) ВКБ- волнового пакета, (б) начального условия в виде пространственно локализованной функции (формула типа формулы Ван Флека), (в) функции Эйри (решение Берри-Балажа). Инвариантные лагранжевы кривые и решения стационарных одномерных задач. Одномерная задача рассеяния в квазиклассическом приближении. Квазиклассические асимптотики для связанных состояний. Переменные действие-угол. Классификация классических финитных движений с помощью графа Роба. Условие квантования Бора-Зоммерфельда и асимптотика спектра (псевдо) дифференциальных операторов в одномерном случае. Периодическая задача для уравнения Шредингера и асимптотика блоховских функций.

3. Асимптотики решения задачи о распространении волновых пакетов, задачи рассеяния и спектральных задач в нанотрубках и графене. Фаза Берри.

Асимптотика решения задачи о распространении волновых пакетов в тонких квантовых

волноводах (нанотрубках). Задача рассеяния и отражение плоской волны от зауженного конца нано-трубки. Ловушечные моды в нанотрубках и графене. Баллистический транспорт в нанотрубках. Трехмерный квантовый волновод в магнитном поле: редуцированное уравнение на оси трубки и спектр исходного оператора Шредингера

#### 4. Лагранжевы многообразия и канонический оператор Маслова в одномерном случае.

Определение лагранжева многообразия. ВКБ-решения в импульсном представлении. Действие, якобианы, амплитуда, карты и разбиение единицы на лагранжевом многообразии (кривой). Согласование ВКБ-асимптотических представлений и индекс Маслова. Определение и примеры вычисления индекса Маслова. Определение канонического оператора Маслова. Инвариантность определения канонического оператора условие квантования Ора-Зоммерфельда. Канонический оператор Маслова в окрестности фокальных точек и функция Эйри.

#### 5. Математические постановки задач квантовой механики низкоразмерных структур.

Уравнения квантовой механики в волноводах. Жесткие и мягкие стенки. Разделение переменных и уменьшение размерности для прямолинейных волноводов и безмассового уравнения Дирака для графена в специальных случаях.

#### 6. Метод ВКБ для уравнений квантовой механики.

Плоские волны и ВКБ-анзац. Вывод уравнений Гамильтона –Якоби и переноса. Интегрирование уравнений Гамильтона-Якоби и переноса с помощью системы Гамильтона. Канонические преобразования. Геометрическая интерпретация и понятие лагранжева многообразия. Якобиан перехода от лагранжевых координат к эйлеровым. Фокальные точки. Примеры решений уравнений гамильтона и переноса. ВКБ-асимптотические решения нестационарного уравнения Шредингера для одномерного Гармонического осциллятора. Шредингера. Точные решения с квадратичной фазой, их комплексификация и «регуляризованная» функция Грина. Функция Грина и преобразование Фурье. Обход фокуса и индексы Морса и Маслова. Метод стационарной фазы в одномерном случае. Преобразование Фурье от ВКБ-решения, связанного с лагранжевым многообразием.

#### 7. Функции от некоммутирующих операторов и псевдодифференциальные уравнения.

Функции от некоммутирующих операторов -псевдодифференциальные операторы (ПДО) с параметром и их символы. Упорядочение действия операторов дифференцирования и умножения на независимые переменные. Определения через ряды Тейлора и преобразование Фурье. Квантование символов по Фейнману-Маслову и Вейлю. Азбука псевдодифференциальных операторов. Формула символа произведения. Формула коммутации ПДО с быстроосциллирующей экспонентой Формула коммутации ПДО и канонического оператора Маслова.

### Семестр: 8 (Весенний)

#### 8. Асимптотика волновых пакетов и волновых пучков. Формула Ван Флека.

Общая схема решения задачи Коши с помощью канонического оператора. Асимптотика волновых пакетов. Обобщенная формула Ван Флека. Трехмерное волновое уравнение для волновых пучков и его обобщения с учетом дисперсии. Бесселевы, Эйри- Бесселевы пучки и их обобщения.

#### 9. Волны и вихри малой амплитуды на мелкой воде.

Линейная система уравнений мелкой воды и редукция к уравнениям для волновых и вихревых

решений. Обобщенный канонический оператор. Маслова и локализованные функции с параметром. Метаморфоза решения, распространение волн. Пространственно-временные каустики. Образование захваченных волн. Фокальные точки и вихри.

10. Индекс и канонический оператор Маслова в многомерном случае. Условие квантования Бора-Зоммерфельда в многомерном случае.

Индексы Маслова и Морса в многомерном случае. Определение канонического оператора в многомерном случае. Инвариантность определения канонического оператора и условие квантования Бора-Зоммерфельда. Замены переменных в каноническом операторе. Примеры построения канонического оператора. Лагранжевы многообразия отвечающее функции Бесселя. Интегральные представления волновых функций в окрестности фокальных точек каустик и специальные функции. Функции Эйри и Пирси. Элементы теории катастроф и лагранжевы сингулярности. Формула Фока соответствия канонических преобразований и унитарных операторов в квантовой и волновой механики.

11. Классическая и квантовая динамика спина в нанотрубках. Фаза Берри.

Асимптотика волновой функции в тонких квантовых волноводах (нанотрубках) в магнитном поле для эволюционных и стационарных задач в векторном случае. Уравнение Паули-Брычкова-Рашбы в нанотрубках, редукция на ось трубки. Фаза Берри и эффект Аронова-Боме в замкнутых нанотрубках. Перенормировка эффективного гамильтониана и явление пересечения термов. Переворот спина и спиновый диод.

12. Лагранжевы многообразия и их свойства в многомерном случае.

Элементы симплектической геометрии. Определение лагранжевых многообразий в фазовом пространстве, функции на них (действие, якобианы, амплитуды) и их свойства. Примеры лагранжевых многообразий, лагранжевы сингулярности, фокальные точки и каустики.

13. Стационарные задачи. Асимптотики задач рассеяния и функция Грина. Связные состояния в нано пленках и графене.

Инвариантные лагранжевы многообразия и стационарные задачи. Асимптотики решен задачи рассеяния и функции Грина для уравнения Шредингера. Асимптотики решения задачи рассеяния и функции Грина для уравнения Дирака для графена. Фаза Берри в многомерной ситуации. Связные состояния и торы Лиувилля.

Вполне интегрируемые гамильтоновы системы, переменные действие угол и торы Лиувилля. Канонический оператор на компактных многообразиях, квазимоды, условие квантования Бора-Зоммерфельда и асимптотика спектральных серий. Спектр квантовых волноводов типа нанопленок в скалярном и векторном случаях. Связные состояния в графене

## **5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

учебная аудитория, оснащенная мультимедиа проектором и экраном. Компьютеры с программой “WolframMathematica”.

## **6.Перечень рекомендуемой литературы**

### **Основная литература**

1. Квазиклассическое приближение для уравнений квантовой механики [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / В. П. Маслов, М. В. Федорюк .— М. : Наука, 1976 .— 296 с.
2. Теоретическая физика [Текст] : в 10 т. Т. 3 : Квантовая механика. Нерелятивистская теория : учеб. пособие для вузов: рек. М-вом образования РФ / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц ; под ред. Л. П. Питаевского .— 6-е изд., испр. — М. : Физматлит, 2008 .— 800 с.

3. Операторные методы [Текст] : учеб. руководство для вузов по спец. "Прикладная математика" / В. П. Маслов .— М. : Наука, 1973 .— 543 с.

Фонд литературы кафедры

4) В.П. Маслов, Асимптотические методы и теория возмущений, Москва, Наука, 1988

5) В.М. Бабич, В.С. Булдырев, И.А. Молотков, Пространственно лучевой метод, из-во Ленинградского государственного университета, 1985

6) В. Назайкинский, Б. Стернин, В. Шаталов Методы некоммутативного анализа, Москва, Техносфера, 2002

7.) Белов В. В., Воробьев Е. М., Сборник задач по дополнительным главам математической физики. □ М.: Высшая школа, 1978

8) M.S. Dresselhaus, G. Dresselhaus, P., C. Eklund, Science of Fullerenes and Carbon Nanotubes, Academic Press, San~Diego, 1996;

9) M. I. Katsnelson, Graphene: Carbon in Two Dimensions, Cambridge, 2012

10) Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Статистическая физика. Часть 2. Теория конденсированного состояния. — М.: Физматлит, 2004.— 496 с.

Статьи

1) В.В. Белов, С.Ю. Доброхотов, Т.Я. Тудоровский. Асимптотические решения нерелятивистских уравнений квантовой механики в искривленных нанотрубках: I. Теор. Мат. Физ., 2004, т. 141, N 2, С. 267-303.

2) Л.И. Магарил, М.В. Энтин, Электроны в криволинейной квантовой проволоке, ЖЭТФ, т. 123, № 4, С. 867-876.

3) V.V. Belov, S. Yu. Dobrokhotoy and T. Ya. Tudorovskiy, Operator Separation Of Variables For Adiabatic Problems In Quantum And Wave Mechanics, Journal of Engineering Mathematics, v. 55, N 1-4 2006, pp. 183-237

4) J. Bruening, S. Yu. Dobrokhotoy, S. Sekerzh-Zenkovich, T. Ya. Tudorovskiy, Spectral series of the Schroedinger operator in thin wave guides with a periodic structure. 1, Russ. Jour. Math. Phys., v. 13, N 4, 2006, pp. 401-420.

5) J. Bruening, S. Yu. Dobrokhotoy, S. Sekerzh-Zenkovich, T. Ya. Tudorovskiy, . Spectral Series of the Schrödinger Operator in a Thin Waveguide with a Periodic Structure. 2 Closed Three-Dimensional Waveguide in a Magnetic Field, Russ. Jour. Math. Phys., v. 18, N1, 2011, pp. 33-53

6) J. Bruening, S. Yu. Dobrokhotoy, K. V. Pankrashkin, The spectral asymptotics of the two-dimensional Schroedinger operator with a strong magnetic field. Russian J. of Math. Physics, 2002, v. 9, N 1, pp. 14-49, N 3, pp. 400-416

7) J. Bruening, S. Yu. Dobrokhotoy, R. Nekrasov, T. Tudorovskiy Quantum dynamics in a thin film. I. Propagation of localized perturbations. Russ. Jour. Math. Phys., v. 15, N1, pp. 1-16, 2008

8) J. Bruening, S. Yu. Dobrokhotoy, R. Nekrasov, Tudorovskiy Quantum dynamics in a thin film. II.. Stationary states, Russ. Jour. Math. Phys., v. 16, N4, pp. 467-477, 2009

9) С.Ю. Доброхотов, Г. Макаракис, В.Е. Назайкинский, Т.Я. Тудоровский, Новые формулы для канонического оператора Маслова в двумерных квазиклассических асимптотиках, Теоретическая и математическая физика, Том 175, № , 2013, С.

10) С.Ю. Доброхотов, Г.Н. Макаракис, В.Е. Назайкинский Канонический оператор Маслова, одна формула Хёрмандера и локализация решения Берри-Балажа в теории волновых пучков, Теоретическая и математическая физика, Том 180, № 2, 2014, С. 162-188

Дополнительная литература

Фонд литературы кафедры

1) V. Gantmakher, Y. Levinson, Carrier Scattering in Metals and Semiconductors, North-Holland, Amsterdam, 1987

2) А.В., Болсинов Фоменко А.Т. Введение в топологию интегрируемых гамильтоновых систем. М.: Наука, 1997.

## 7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. <http://lib.mipt.ru>— электронная библиотека Физтеха.

2. <http://www.Sci-lib.com> – Большая научная библиотека.
3. <http://www.eqworld.ipmnet.ru> - Mathematical Equations - EqWorld Физико-математическая библиотека. Книги в формате DjVu и PDF. [eqworld.ipmnet.ru](http://eqworld.ipmnet.ru)
4. <http://arXiv.org>– CornellUniversityLibrary – Библиотека Корнельского Университета, электронный ресурс arXiv.

#### **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

На лекционных занятиях демонстрируются презентации с помощью мультимедийных технологий.

В процессе самостоятельной работы обучающиеся могут использовать программные средства WolframMathematica, а также MATLAB, Mathcad,

#### **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Для успешного освоения курса, помимо посещения лекций и семинаров, от студентов требуется самостоятельная работа в объеме не менее чем те часы, которые указаны для каждого раздела программы. В основном, это время отводится на самостоятельное решение задач, выдаваемых на лекциях и практических занятиях. Самостоятельные занятия включают в себя также повторение материала лекций, семинарских занятий и подготовку к промежуточным тестированиям, которые проводятся для текущего контроля за усвоением материала. Всего предполагается провести за 7 семестр 2 теста, и за 8 семестр 1 тест, выполнить итоговую контрольную работу по решению задач в конце 7 и 8 семестров. Студенты, успешно прошедшие все формы промежуточного контроля, допускаются к сдаче дифференцированного зачета (в 7 семестре) и зачета (в 8 семестре) по дисциплине.



## ПРИЛОЖЕНИЕ

### ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Термоядерная энергетика и плазменные технологии Физтех-школа природоподобных, плазменных и ядерных технологий им. И.В. Курчатова кафедра математики и математических методов физики
<b>курс:</b>	4
<b>квалификация:</b>	бакалавр
Семестры, формы промежуточной аттестации:	
7 (осенний) - Дифференцированный зачет	
8 (весенний) - Зачет	
<b>Разработчик:</b>	С.Ю. Доброхотов, д-р физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Математические задачи теории наноструктур» обучающийся должен:

### знать:

Постановки задач для уравнений квантовой механики в низкоразмерных структурах (квантовых волноводах и графене) и близких линейных задач гидродинамики и оптики. Определения асимптотических решений уравнений эволюционных и стационарных уравнений математической физики. Определения функций от некоммутирующих операторов, псевдодифференциальных операторов с параметром, определения символов дифференциальных и псевдодифференциальных операторов. Метод ВКБ и лучевые разложения. Адиабатическое приближение в операторной форме. Геометрические и топологические объекты, возникающие при построении быстроменяющихся асимптотик- лагранжевы многообразия в фазовых пространствах, индексы Маслова и Морса. Определение канонического оператора Маслова. Условия квантования Бора-Зоммерфельда в многомерных задачах и его связь со спектром операторов квантовой механики.

### уметь:

Работать с простейшими формулами теории функций от некоммутирующих операторов - вычислять символы произведения, обратного оператора. Проводить редукцию (процедуру понижения размерности) в задачах с низкоразмерными структурами. Находить асимптотические быстроменяющиеся решения уравнений квантовой механики низкоразмерных структур и близкие асимптотические решения гидродинамики и оптики следующих задач. Для эволюционных уравнений: находить асимптотические решения задачи Коши с начальными условиями в виде быстроосциллирующих волновых пакетов и в виде быстроубывающих функций. Для стационарных задач находить квазиклассические спектральные серии (асимптотические собственные значения и функции) квантово-механических операторов и асимптотику задач рассеяния. Находить представления асимптотических решений в окрестности простейших фокальных точек и каустик.

### владеть:

Элементарными конструктивными формулами теории функций от некоммутирующих операторов. Квазиклассическим приближением и его обобщениями в многомерной ситуации для построения быстроизменяющихся решений эволюционных и стационарных задач уравнений квантовой механики и близких линейных задач гидродинамики и оптики.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

В целях текущего контроля успеваемости предусмотрен краткий опрос по темам предыдущих занятий по теме прошлой лекции или в конце занятия по пройденной теме.

### **3. Перечень типовых контрольных заданий, используемых для оценки знаний, умений, навыков**

Промежуточная аттестация по дисциплине «Математические задачи теории наноструктур» осуществляется в форме дифференцированного зачета в 7 семестре и в форме зачета в 8 семестре. Дифференцированный зачет и зачет проводятся в устной форме.

Перечень контрольных вопросов для сдачи экзамена в 7 семестре:

1. Метод ВКБ для уравнения Шредингера. Вывод уравнений Гамильтона-Якоби и переноса

2. Гамильтоновы системы и интегрирование уравнений Гамильтона-Якоби и переноса.

Лагранжевы многообразия (кривые), канонические преобразования, фокальные точки.

3. Асимптотика функции Грина для уравнения Шредингера для гармонического осциллятора.

4. . Метод стационарной фазы и операция обхода фокуса.

5..Индекс Маслова на одномерной кривой. Определение канонического оператора Маслова на незамкнутой и замкнутой кривой.

6. Инвариантность определения канонического оператора и условие квантования Бора-Зоммерфельда. Свойства канонического оператора и замены переменных. Реализация канонического оператора Маслова в окрестности фокальных точек. Функция Эйри

7. Функции от некоммутирующих операторов и псевдодифференциальные операторы с параметром. Символ произведения псевдодифференциальных операторов и формула коммутации с каноническим оператором.

8. Уравнения с операторнозначным символом. Адиабатическое приближение в операторной форме. Вывод эффективных гамильтонианов для уравнения Дирака для графена. Понижение размерности и вывод одномерных редуцированных уравнений для квантовых волноводов.

10.Общая схема решения задачи Коши. Асимптотика распространяющихся волновых пакетов. Решение задачи Коши с локализованным начальным условием и формула типа Ван Флека. Решение Берри-Балажа. Применение к нестационарной квантовой динамике электрона в нанотрубках.

11. Стационарные задачи и инвариантные лагранжевы многообразия. Квазиклассическая задача рассеяния. Отражение волновых пакетов зауженными концами нанотрубок.

12. Квазиклассическая асимптотика связанных состояний. Классификация спектра с помощью графа Рибба. Структура спектра замкнутой нанотрубки переменного сечения с параболическим потенциалом конфайнмента.

Перечень контрольных вопросов для сдачи дифференцированного зачета в 8 семестре:

1. Адиабатическое и квазиклассическое приближение в векторном случае на примере уравнения Паули-Брычкова-Рашбы в нанотрубках,
2. Многомерные лагранжевы многообразия и их свойства. Фаза, якобины и функции на лагранжевых многообразиях. Гамильтоновы системы и фазовые потоки. Канонические преобразования лагранжевых многообразий.
3. Определение индекса и канонический оператор Маслова в многомерном случае. Условие квантования Бора-Зоммерфельда в многомерном случае.
4. Асимптотика волновых пакетов и волновых пучков. Формула типа формулы Ван Флека в многомерном случае. Бесселевы и Эйри-Бесселевы пучки.
5. Асимптотика задачи рассеяния для двумерного уравнения Дирака для графена. Фаза Берри.
6. Связные состояния в графене и в нанопленках.

#### **Примеры билетов:**

##### **Билет 1**

1. Метод ВКБ для уравнения Шредингера. Вывод уравнений Гамильтона-Якоби и переноса
2. Уравнения с операторнозначным символом. Адиабатическое приближение в операторной форме. Вывод эффективных гамильтонианов для уравнения Дирака для графена. Понижение размерности и вывод одномерных редуцированных уравнений для квантовых волноводов.

##### **Билет 2**

1. Лагранжевы многообразия (кривые), канонические преобразования, фокальные точки.
2. 10. Общая схема решения задачи Коши. Асимптотика распространяющихся волновых пакетов. Решение задачи Коши с локализованным начальным условием и формула типа Ван Флека. Решение Берри-Балажа. Применение к нестационарной квантовой динамике электрона в нанотрубках.

##### **Билет 3**

1. Асимптотика функции Грина для уравнения Шреингера для гармонического осциллятора.
2. Стационарные задачи и инвариантные лагранжевы многообразия. Квазиклассическая задача рассеяния. Отражение волновых пакетов зауженными концами нанотрубок.

#### 4. Критерии оценивания

Оценка	Баллы	Критерии
отлично	10	Выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.
	9	Выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.
	8	Выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.
хорошо	7	Выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.
	6	Выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.
	5	Выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.
удовлетворительно	4	Выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные

		формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.
	3	Выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.
неудовлетворительно	2	Выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.
	1	Выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

1. Оценка «**зачтено**» выставляется студенту, который

- прочно усвоил предусмотренный программный материал;
- правильно, аргументировано ответил на все вопросы, с приведением примеров;
- показал глубокие систематизированные знания, владеет приемами рассуждения и сопоставляет материал из разных источников: теорию связывает с практикой, другими темами данного курса, других изучаемых предметов

2. Оценка «**не зачтено**» Выставляется студенту, который не справился с 50% вопросов билета, в ответах на другие вопросы допустил существенные ошибки. Не может ответить на дополнительные вопросы, предложенные преподавателем, не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов.

##### **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

При проведении дифференцированного зачета обучающемуся предоставляется не менее 40 минут на подготовку. Опрос по билету и ответы на дополнительные вопросы не должны

превышать двух астрономических часов. По завершении отведенного на опрос времени, экзаменатор должен выставить обучающемуся оценку.

Во время проведения зачета обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, а также справочной литературой, вычислительной техникой, конспектами лекций.

Зачет может проводиться по итогам текущей успеваемости и сдачи заданий, или путем организации специального опроса, проводимого в устной форме.