

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Директор института нано-, био-,  
информационных, когнитивных  
и социогуманитарных наук и  
технологий**

**Т.Е. Григорьев**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

<b>по дисциплине:</b>	Численное моделирование физических процессов
<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Термоядерная энергетика и плазменные технологии Физтех-школа природоподобных, плазменных и ядерных технологий им. И.В. Курчатова Кафедра математики и математических методов физики
<b>курс:</b>	3
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 5 (осенний) - Зачет

Аудиторных часов: 45 всего, в том числе:

лекции: 0 час.

семинары: 0 час.

лабораторные занятия: 45 час.

Самостоятельная работа: 90 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Программу составил: С.А. Сергеев, канд. физ.-мат. наук, старший преподаватель

Программа обсуждена на заседании Кафедры математики и математических методов физики 20.03.2021

## Аннотация

Целью дисциплины является ознакомление студентов с помощью практических занятий с методами вычислительной математики, которые применяются при решении различных разделов математической физики и физики. В процессе обучения студенты знакомятся со следующими разделами дисциплины:

Интерполяционные полиномы.

Полином Лагранжа и барицентрическая интерполяция.

Интерполяция сплайнами.

Применение интерполяции к приближенному вычислению интегралов.

Определитель матрицы, норма вектора и норма матрицы, число обусловленности матрицы.

Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Трех-диагональные матрицы и метод прогонки.

Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

Формулы для разностных производных, порядок аппроксимации.

Явные и неявные методы Эйлера. Метод предиктор-корректор и методы Рунге-Кутты.

Устойчивость разностной схемы для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка. Жесткие системы.

Шаблон разностной схемы. Разностные схемы для уравнения теплопроводности, порядок аппроксимации и устойчивость.

## 1. Цели и задачи

### Цель дисциплины

- научить студентов анализировать входные данные, полученные из наблюдений и исследовать полученное численное решение на компьютере на предмет адекватности реальным наблюдениям и совпадения с экспериментами.

### Задачи дисциплины

- научить студентов, исходя из знаний о физической постановке задачи, пользуясь численными методами, методами математического анализа и линейной алгебры;
- научить обосновывать адекватность модели физического процесса и на основе моделирования строить выводы об этом физическом процессе.

## 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов

## 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- методы интерполяции функций, заданных на сетке;
- методы численного решения систем линейных алгебраических уравнений;
- методы приближенного вычисления интегралов;
- методы численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений;
- методы численного решения уравнений математической физики первого порядка;
- методы численного решения уравнений математической физики второго порядка.

уметь:

- оценивать входные параметры задачи;
- выбирать оптимальный численный метод для решения поставленной задачи;
- приближенно оценивать спектр матрицы линейных алгебраических уравнений;
- анализировать устойчивость полученного вычислительного метода;
- оценивать порядок аппроксимации полученной численной схемы.

владеть:

- прямыми методами решения систем линейных уравнений;
- методами нахождения приближения к спектры матрицы и ее собственным векторам;
- методами интерполяции сеточной функции различного порядка гладкости;
- методами разностной аппроксимации обыкновенных дифференциальных уравнений;
- методами разностной аппроксимации уравнений математической физики.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Интерполяция функций.			10	25
2	Обыкновенные дифференциальные уравнения.			10	20
3	Уравнения математической физики.			15	25
4	Численные методы линейной алгебры.			10	20
Итого часов				45	90
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		135 час., 3 зач.ед.			

##### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 5 (Осенний)

###### 1. Интерполяция функций.

Интерполяционные полиномы. Полином Лагранжа и барицентрическая интерполяция. Интерполяция сплайнами. Применение интерполяции к приближенному вычислению интегралов.

###### 2. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

Формулы для разностных производных, порядок аппроксимации. Явные и неявные методы Эйлера. Метод предиктор-корректор и методы Рунге-Кутты. Устойчивость разностной схемы для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка. Жесткие системы.

###### 3. Уравнения математической физики.

Шаблон разностной схемы. Разностные схемы для уравнения теплопроводности, порядок аппроксимации и устойчивость. Гиперболические уравнения первого порядка, монотонные схемы. Разностные схемы для волнового уравнения. Эллиптические уравнения, каноническая форма записи разностной схемы. Связность сетки, принцип максимума для разностной схемы. Быстрое преобразование Фурье, собственные числа и функции оператора Лапласа и его разностной аппроксимации в прямоугольнике.

#### 4. Численные методы линейной алгебры.

Определитель матрицы, норма вектора и норма матрицы, число обусловленности матрицы. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Тредиагональные матрицы и метод прогонки. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

### 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

учебная аудитория, оснащенная компьютером и мультимедийным оборудованием (проектор, звуковая система).

### 6.Перечень рекомендуемой литературы

#### Основная литература

1. Численные методы [Текст] : учеб. пособие для вузов / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков .— 2-е изд. — М. ; СПб. : Физматлит, 2001, 2002 .— 632 с.
  2. Численные методы [Текст] / Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова - М.БИНОМ. Лаб. знаний,2011
- Фонд литературы кафедры
3. Деммель Дж. Вычислительная линейная алгебра. Теория и приложения. Перевод Икрамов Х. Д. М.: «МИР», 2001, 435 с.

#### Дополнительная литература

Фонд литературы кафедры

1. Стренг Г., Фикс Дж. Теория метода конечных элементов. Под редакцией Марчука Г.И., М.: «МИР», 1977, 350 с.
2. Strang G. Computational Science and Engineering, Wellesley-Cambridge Press, 2007.
3. D.S. Watkins. Fundamentals of Matrix Computations. John Wiley and Sons Inc., 2002

### 7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. <http://lib.mipt.ru>– электронная библиотека Физтеха.
2. <http://www.Sci-lib.com> – Большая научная библиотека.
3. [ocw.mit.edu](http://ocw.mit.edu) – Собрание он-лайн курсов по различным дисциплинам, читаемых в MIT.
4. <http://arXiv.org>– CornellUniversityLibrary – Библиотека Корнельского Университета, электронный ресурс arXiv.

### 8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

В процессе обсуждения лабораторных заданий демонстрируются мультимедийные слайды.

В процессе самостоятельной работы обучающиеся могут использовать программные средства MATLAB, Mathcad, Wolfram Mathematica, а также прочие языки программирования.

Microsoft Office, Adobe Rider.

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Для успешного освоения курса от студентов требуется сдать две лабораторные работы (по одной в каждом семестре). Самостоятельная работа в объеме не менее чем те часы, которые указаны для каждого раздела программы, отводится для самостоятельной работы и решения поставленных в лабораторном практикуме задач и для изучения необходимой литературы. Сдача заданий требует от студента знания основных моментов поставленной задачи и защиты решения перед преподавателем.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Термоядерная энергетика и плазменные технологии Физтех-школа природоподобных, плазменных и ядерных технологий им. И.В. Курчатова кафедра математики и математических методов физики
<b>курс:</b>	3
<b>квалификация:</b>	бакалавр
Семестр, формы промежуточной аттестации: 5 (осенний) - Зачет	
<b>Разработчик:</b>	С.А. Сергеев, канд. физ.-мат. наук, старший преподаватель

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Численное моделирование физических процессов» обучающийся должен:

### знать:

- методы интерполяции функций, заданных на сетке;
- методы численного решения систем линейных алгебраических уравнений;
- методы приближенного вычисления интегралов;
- методы численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений;
- методы численного решения уравнений математической физики первого порядка;
- методы численного решения уравнений математической физики второго порядка.

### уметь:

- оценивать входные параметры задачи;
- выбирать оптимальный численный метод для решения поставленной задачи;
- приближенно оценивать спектр матрицы линейных алгебраических уравнений;
- анализировать устойчивость полученного вычислительного метода;
- оценивать порядок аппроксимации полученной численной схемы.

### владеть:

- прямыми методами решения систем линейных уравнений;
- методами нахождения приближения к спектры матрицы и ее собственным векторам;
- методами интерполяции сеточной функции различного порядка гладкости;
- методами разностной аппроксимации обыкновенных дифференциальных уравнений;
- методами разностной аппроксимации уравнений математической физики.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

В целях текущего контроля успеваемости предусмотрен краткий опрос по темам предыдущих занятий по теме прошлой лекции или в конце занятия по пройденной теме.

### **3. Перечень типовых контрольных заданий, используемых для оценки знаний, умений, навыков**

Промежуточная аттестация по дисциплине «Численное моделирование физических процессов» осуществляется в форме зачета.

#### **Примерный перечень задач в лабораторных заданиях.**

##### **Задание № 1.**

1. Дана квадратная матрица. Построить ее QR-разложение.
2. Дана квадратная матрица. Построить ее LU-разложение.
3. Дана сеточная функция. Построить для нее интерполяцию первого порядка с помощью сплайнов.
4. Дана непрерывная функция на интервале. Вычислить с заданной точностью  $\varepsilon$ .
5. Для функции даны ее коэффициенты ряда Фурье по тригонометрическим функциям. Оценить количество членов в этом ряде, чтобы сумма этого ряда равномерно аппроксимировала исходную функцию с заданной точностью  $\varepsilon$ .

##### **Задание № 2**

1. Дана непрерывная задача Штурма-Лиувилля. Построить ее разностный аналог, найти для полученной матрицы собственные значения и вектора.
2. Дано уравнение Шредингера с симметричным потенциалом. Численно найти первых два минимальных собственных значения и функции.
3. Для линейного уравнения газовой динамики численно решить задачу Коши в пространстве с разрывным начальным условием.
4. Численно решить начально-краевую задачу для уравнения теплопроводности в круге. В заданный момент времени представить распределение температуры в этом круге.
5. С помощью быстрого дискретного преобразования Фурье решить задачу Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольнике.



#### 4. Критерии оценивания

Зачет

Оценка	Критерий
Зачет	Сданы все программы, продемонстрирован требуемый уровень владения материалом, который использовался при сдаче лабораторных работ.
Незачет	Неумение объяснить базовых вещей, которые необходимо использовать при написании программ. Не выполнены требования по сдаче программ.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Зачет выставляется по результатам лабораторного практикума, при условии, что студент сдал все требуемые программы.